

Kündigungsrechte in Privatkundendarlehen

- Bewertung und Einbindung in die Geschäftsfeldsteuerung -

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Wirtschaftswissenschaften

(Dr. rer. pol.)

durch die Fakultät für Wirtschaftswissenschaften der

Universität Duisburg-Essen

Campus Essen

vorgelegt von

Dipl. Kfm. Björn Grabbe aus Hamburg

Tag der mündlichen Prüfung: 16.11.2015

Erstgutachter: Prof. Dr. Rainer Elschen

Zweitgutachter: Prof. Dr. Bernd Rolfes

Essen, 2015

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	I
Abbildungsverzeichnis	VI
Abkürzungsverzeichnis.....	XII
Symbolverzeichnis	XIII
Einleitung	1
1 RISIKEN AUS KÜNDIGUNGSRECHTEN UND KLASSISCHE BEWERTUNGSANSÄTZE ...	11
<i>1.1 Kündigungsrechte und ihre Auswirkung auf die Risikosituation von Kreditinstituten.....</i>	<i>11</i>
1.1.1 Kündigungsrechte als Spezialfall impliziter Optionen	11
1.1.2 Einordnung von Kündigungsrechten in die Gesamtbank-Risikokategorien	16
1.1.3 Vertraglich vereinbarte Kündigungsrechte	29
1.1.4 Gesetzliche Kündigungsrechte.....	30
1.1.4.1 Überblick der gesetzlichen Kündigungsrechte	30
1.1.4.2 Das außerordentliche Kündigungsrecht.....	32
1.1.4.3 Das ordentliche Kündigungsrecht für nicht pfandrechtlich besicherte Darlehen	35
1.1.4.4 Das ordentliche Kündigungsrecht für pfandrechtlich besicherte Festzinsdarlehen	39
<i>1.2 Betrachtete Kündigungsrechte und Zielsetzung der Bewertung.....</i>	<i>40</i>
1.2.1 Kündigungsrechte im Privatkundenkreditgeschäft	40
1.2.2 Verwendung der Bewertungsergebnisse im Rahmen der bankbetrieblichen Performancemessung.....	46

1.3	<i>Die Bewertung des außerordentlichen gesetzlichen Kündigungsrechts</i>	54
1.3.1	Grundsätze zur Ermittlung der Vorfälligkeitsentschädigung	55
1.3.2	Berechnung des Zinsschadens nach der Aktiv-Aktiv-Methode	57
1.3.3	Berechnung des Zinsschadens nach der Aktiv-Passiv-Methode	61
1.3.4	Besonderheiten der geschützten Zinserwartung	64
1.4	<i>Klassische und neuere Ansätze zur Bewertung vertraglicher und ordentlicher gesetzlicher Kündigungsrechte</i>	69
1.4.1	Klassische Bewertung von Zinsoptionen mit dem Black76-Modell	70
1.4.1.1	Grundlagen der klassischen Optionsbewertung	70
1.4.1.2	Die Bewertung von Bondoptionen mit dem Black76-Modell	77
1.4.1.3	Kritische Würdigung	80
1.4.2	Bewertung von Zinsoptionen mit Zinsstrukturmodellen	82
1.4.2.1	Überblick der Modellkategorien	82
1.4.2.2	Short-Rate-Modelle	84
1.4.2.3	Forward-Rate-Modelle	91
1.4.2.4	Vergleichende Übersicht	93
2	DIE BEWERTUNG VON OPTIONEN IM PRIVATKUNDENKREDITGESCHÄFT	96
2.1	<i>Implementierung und Erweiterung des Hull-White-Modells</i>	96
2.1.1	Aufbau eines Zinsbaumes	96
2.1.2	Anpassung des Zinsbaumes an die Fristenstruktur im Standardmodell	104
2.1.3	Umstellung des Hull-White-Modells auf diskrete Verzinsung	106
2.1.4	Berechnung der Bondpreise und Optionspreise	111
2.1.5	Ermittlung von Volatilität und Mean-Reversion	113
2.1.6	Überprüfung der Modellannahmen auf die Besonderheiten im Privatkundengeschäft	124

2.2	<i>Entwicklung eines Bewertungsmodells für das Privatkundengeschäft</i>	133
2.2.1	Modellierung der Bewertungzinssätze für Privatkunden und Bank.....	133
2.2.1.1	Relevante Zinssätze bei Geldanlage	133
2.2.1.2	Relevante Zinssätze bei Geldaufnahme.....	140
2.2.1.3	Schlussfolgerungen für das Ausübungsverhalten und das Ergebnisprofil	143
2.2.2	Die Einschätzung der finanziellen Situation des Kunden.....	147
2.2.2.1	Theoretische Ansätze für die Prognose der Einkommens- und Vermögensentwicklung	147
2.2.2.2	Einfacher Ansatz zur Prognose der Geldvermögensbildung	152
2.3	<i>Erweiterung des klassischen Bewertungsansatzes</i>	158
2.3.1	Erweiterung der Optionspreisformel.....	158
2.3.2	Erweiterungen in der Berechnung der Short-Rate	163
2.3.3	Erweiterungen in der Berechnung der Optionspreise	167
3	BACKTESTING UND EINBINDUNG IN DIE GESCHÄFTSFELDSTEUERUNG.....	171
3.1	<i>Backtesting der Prognosegüte von Zinsoptionsmodellen</i>	171
3.1.1	Erstellung einer Datengrundlage für das Backtesting.....	171
3.1.2	Forward-Rate als Trendkomponente versus tatsächliche Zinsentwicklung.	178
3.1.3	Kalkulierte Optionspreise versus tatsächliche Auszahlungsprofile	186
3.1.4	Die Interpretierbarkeit des Optionspreises als erwarteter Verlust	191
3.1.5	Schlussfolgerungen aus den Ergebnissen des Backtestings.....	195

3.2 Kalkulation von Einzelgeschäften und Einbindung in die Gesamtbanksteuerung	197
3.2.1 Verwendung der Ergebnisse in der Einzelgeschäftskalkulation	197
3.2.2 Einbindung der Kündigungsrechte in die Spaltung des Zinsergebnisses	207
3.3 Einbindung der Kündigungsrechte in die Kundengeschäfts- und Zinsbuchsteuerung	221
3.3.1 Trennung der Einzelgeschäftspersormance in Vertriebs- und Treasury- Ergebnis	221
3.3.2 Erweiterung der Performancemessung um Effekte aus Kündigung	225
3.3.3 Aufbau eines Musterportfolios.....	230
3.3.4 Performancevergleich des Musterportfolios gegenüber einem Benchmarkportfolio	235
3.4 Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick.....	240
Literaturverzeichnis	244
Verzeichnis der Gesetze, Verordnungen, Richtlinien und Rechtsprechung.....	255
Verzeichnis sonstiger Quellen	257
Anhang	262
Eidesstattliche Versicherung	268

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1:	Umlaufrenditen öfftl. Hand, Restlaufzeit 9 bis 10 Jahre2
Abbildung 2:	Options-Grundpositionen12
Abbildung 3:	Ergebnisprofil einer Call-Option aus Stillhaltersicht14
Abbildung 4:	Implizite Optionen im Kreditgeschäft15
Abbildung 5:	Darstellung der aufsichtsrechtlichen Risikoarten17
Abbildung 6:	Darstellung der Erfolgsrisiken.....18
Abbildung 7:	Barwertbilanz mit Risikopositionen20
Abbildung 8:	Exposure bei Kreditausfall und Kreditkündigung22
Abbildung 9:	Schnittmenge zwischen Kreditausfällen und Kreditkündigung24
Abbildung 10:	Normalfall der Entstehung von Zinsänderungsrisiken26
Abbildung 11:	Relative Zinsniveauänderung durch Laufzeitverkürzung.....27
Abbildung 12:	Zinsänderungsrisiken bei Verkürzung der Restlaufzeit.....28
Abbildung 13:	Beispiele für Kündigungsrechte29
Abbildung 14:	Gesetzliche Regelungen zum Darlehenskündigungsrecht.....32
Abbildung 15:	Differenzzahlungsstrom bei Sondertilgung43
Abbildung 16:	Kassa-Zinskurven in t_0 und t_244
Abbildung 17:	Zusammengesetzte Ergebniswirkung eines Darlehens in t_045
Abbildung 18:	Zusammengesetzte Ergebniswirkung eines Darlehens in t_246
Abbildung 19:	Spaltung des Betriebsergebnisses50
Abbildung 20:	Produktivitätsergebnis eines Kundengeschäfts51
Abbildung 21:	Verlauf von Risikokosten52
Abbildung 22:	Zahlungsströme vor und nach Kündigung in t_656
Abbildung 23:	Zinsniveaus in t_0 und t_657
Abbildung 24:	Zinsstruktur in t_658

Abbildung 25:	Berechnung des Zinsmargenschadens	59
Abbildung 26:	Zinsverschlechterungsschaden auf Basis der ursprünglichen Marge	60
Abbildung 27:	Zinsverschlechterungsschaden auf Basis der tatsächlichen Marge	61
Abbildung 28:	Zinsschaden nach der Aktiv-Passiv-Methode	64
Abbildung 29:	Barwertverlauf in Abhängigkeit der Darlehenslaufzeit.....	66
Abbildung 30:	Forward-Zinskurve in t_{10}	66
Abbildung 31:	Arbitragefreie Duplikation im Zwei-Zeitpunkte-Fall.....	71
Abbildung 32:	Aktienkursentwicklung und Wahrscheinlichkeitsverteilung im Binomialmodell	73
Abbildung 33:	Allgemeiner Wiener-Prozess	76
Abbildung 34:	Zahlungsstruktur und Barwert einer Anleihe	79
Abbildung 35:	Mögliche Kursverläufe einer Anleihe	82
Abbildung 36:	Kategorien von Zinsstrukturmodellen	84
Abbildung 37:	Mean-Reversion-Prozess	87
Abbildung 38:	Übersicht der Zinsoptionsmodelle.....	94
Abbildung 39:	Trinomialbaum mit zwei Zeitschritten	97
Abbildung 40:	Alternative Trinomialbaumverzweigungen.....	97
Abbildung 41:	Trinomialbaum für $R^* = 0$	104
Abbildung 42:	An Zinsstruktur angepasster Trinomialbaum	111
Abbildung 43:	Bond- und Optionspreise auf Basis des Trinomialbaums	113
Abbildung 44:	Entwicklung von Swaption-Volatilität	114
Abbildung 45:	Zinsstrukturkurve vom 31.07.2011	115
Abbildung 46:	Swaption-Volatilitäten am 31.07.2011	117
Abbildung 47:	Forward-Rates am 31.07.2011.....	119
Abbildung 48:	Swaption-Preise nach Black am 31.07.2011	120
Abbildung 49:	Zinsbaum zur Swaption-Bewertung	121

Abbildung 50:	Berechnung des mittleren Fehlers	124
Abbildung 51:	Entwicklung durchschnittlicher Einlagenzinssätze und des 3M-EURIBOR.....	135
Abbildung 52:	Entwicklung von Einlagenzinssätzen und Bundeswertpapieren ..	136
Abbildung 53:	Entwicklung des Zinsertrags unter Berücksichtigung von Steuern....	139
Abbildung 54:	Geldanlagekurven für Bank und Privatkunde	140
Abbildung 55:	Abstand zwischen Pfandbriefkurve und Baufinanzierungskonditionen	142
Abbildung 56:	Geldaufnahmekurven für Bank und Privatkunde	143
Abbildung 57:	Ausübung bei unterschiedlichen Zinskurven	145
Abbildung 58:	Ergebnisprofil bei Geldanlagekurve	146
Abbildung 59:	Ergebnisprofil bei Geldaufnahmekurve.....	147
Abbildung 60:	Konsum- und Sparfunktion nach Keynes	149
Abbildung 61:	Lebenszyklustheorie	150
Abbildung 62:	Sparquote nach Einkommen und Lebensalter	151
Abbildung 63:	Vermögensverteilung nach Altersklassen	152
Abbildung 64:	Einkommensentwicklung nach Lebensalter	155
Abbildung 65:	Sparquote nach Lebensalter	156
Abbildung 66:	Beispiel für Geldvermögensbildung.....	158
Abbildung 67:	Zinskurven für Bank und Privatkunden.....	160
Abbildung 68:	Bewertungsergebnis bei Zinskurve Bank	161
Abbildung 69:	Bewertungsergebnis bei Geldanlagekurve Privatkunde	162
Abbildung 70:	Bewertungsergebnis bei Geldanlagekurve Privatkunde (modifiziert)	165
Abbildung 71:	Bewertungsergebnis bei Geldaufnahmekurve Privatkunde (modifiziert).....	166

Abbildung 72:	Optionspreis Bank bei Geldanlagekurve des Kunden	168
Abbildung 73:	Optionspreis Bank bei Geldaufnahmekurve des Kunden.....	169
Abbildung 74:	Überblick historische Zinsstruktur	172
Abbildung 75:	Durchschnittliche historische Zinskurven	173
Abbildung 76:	Extremverläufe historischer Zinskurven	174
Abbildung 77:	Entwicklung historischer Volatilitäten	176
Abbildung 78:	Historischer Verlauf von HW-Volatilität und Mean-Reversion...	177
Abbildung 79:	Vergleich Swaption-Preise nach Black und Hull-White	178
Abbildung 80:	Vergleich Forward-Rates und tatsächliche Zinsentwicklung	182
Abbildung 81:	Streuungsdiagramme mit Trendlinie	184
Abbildung 82:	Zinsprognose im Hull-White-Modell vs. Ist-Entwicklung	186
Abbildung 83:	Vergleich erwarteter und tatsächlicher Bondpreis.....	187
Abbildung 84:	Entwicklung der Optionspreise im Zeitablauf.....	189
Abbildung 85:	Aufgezinster Optionspreis versus Auszahlungsprofil	190
Abbildung 86:	Aktuelle Bewertung von Bestandsoptionen	191
Abbildung 87:	Erwartungswert einer Normalverteilung	192
Abbildung 88:	Wahrscheinlichkeitsdichte der relativen Abweichung vom erwarteten Auszahlungsprofil.....	194
Abbildung 89:	Wahrscheinlichkeitsdichte der absoluten Abweichung vom erwarteten Auszahlungsprofil.....	194
Abbildung 90:	Spot-Rates und Kuponzinsen am 31.07.2011	198
Abbildung 91:	Zahlungsstrom mit und ohne Kündigungsrechte.....	199
Abbildung 92:	Ausschnitt aus dem Zinsbaum vom 31.07.2011	200
Abbildung 93:	Sondertilgungsmöglichkeiten des Kunden	201
Abbildung 94:	Ausschnitt aus dem Zinsbaum vom 31.07.2011 (2)	202
Abbildung 95:	Wert aller Sondertilgungsrechte am 31.07.2011	203
Abbildung 96:	Ausschnitt aus dem Zinsbaum vom 31.07.2011 (3)	204

Abbildung 97:	Wert aller Sondertilgungsrechte am 31.07.2011 (2).....	205
Abbildung 98:	Ausschnitt aus dem Zinsbaum vom 31.07.2011 (4)	206
Abbildung 99:	Volumengewichtete Optionspreise im Zeitpunkt 10	207
Abbildung 100:	Verrechnung des Optionspreises mit einer Steuerungseinheit	208
Abbildung 101:	Verrechnung des Optionspreises mit zwei Steuerungseinheiten ..	209
Abbildung 102:	Varianten der Ergebnisverrechnung	211
Abbildung 103:	Darlehens- und Sicherungsgeschäft.....	212
Abbildung 104:	Ergebniswirkung Variante 2	213
Abbildung 105:	Ergebnisse der Varianten 1-4	213
Abbildung 106:	Ergebniswirkung Variante 6	215
Abbildung 107:	Ergebnisse der Varianten 5-8	216
Abbildung 108:	Ergebniswirkung Variante 9	219
Abbildung 109:	Ergebniswirkung Variante 10	220
Abbildung 110:	Ergebnisse der Varianten 1-10	220
Abbildung 111:	Periodische Ergebnisspaltung.....	222
Abbildung 112:	Ermittlung der Zinsbuchperformance.....	224
Abbildung 113:	Ergebnisspaltung ohne Kündigungsrechte	225
Abbildung 114:	Ermittlung der Zinsbuchperformance mit Effekten aus Kündigung	226
Abbildung 115:	Zinsbuchperformance bei Nichtausübung des Kündigungsrechts.....	227
Abbildung 116:	Einzelgeschäftspersormance Markteinheit	228
Abbildung 117:	Ergebnisspaltung mit Kündigungsrecht und Ausübung	228
Abbildung 118:	Ergebnisspaltung mit Kündigungsrecht und Nichtausübung	229
Abbildung 119:	Zusammensetzung des Darlehensportfolios	232
Abbildung 120:	Zusammensetzung des Optionsportfolios.....	233
Abbildung 121:	Ausübungsprofile ex-post.....	234

Abbildung 122:	Performance des Musterportfolios.....	235
Abbildung 123:	Performance des Benchmarkportfolios	237
Abbildung 124:	Performance der Alternative „Musterportfolio ohne Kündigungsrechte“	238
Abbildung 125:	Performancevergleich der Portfolien.....	238

Abkürzungsverzeichnis

AGB	Allgemeine Geschäftsbedingungen
BGB	Bürgerliches Gesetzbuch
BGH	Bundesgerichtshof
EONIA	Euro OverNight Index Average
EStG	Einkommensteuergesetz
EURIBOR	Euro InterBankOffered Rate
EZB	Europäische Zentralbank
GKM	Geld- und Kapitalmarkt
HJM	Heath, Jarrow, Morton
KWG	Kreditwesengesetz
LIBOR	London Interbank Offered Rate
LiqV	Liquiditätsverordnung
MaRisk	Mindestanforderungen an das Risikomanagement
MFI	Monetäre finanzielle Institutionen
MiFID	Markets in Financial Instruments Directive
PEX	Pfandbriefindex
SolvV	Solvabilitätsverordnung
SolzG	Solidaritätszuschlaggesetz
VDP	Verband deutscher Pfandbriefbanken

Symbolverzeichnis

α	Autonomer Konsum
β	Marginale Konsumneigung aus Einkommen
γ	Marginale Konsumneigung aus Vermögen
Δ	stetige Änderung
μ	Erwartungswert
σ	Standardabweichung
σ^2	Varianz
$\theta(t)$	Drift
Ω	Menge der Elementarereignisse
a	Rate der Mean-Reversion
$a()$	Drift
A	Alter in Jahren
\hat{A}	Aktuelles Alter
$b()$	Multiplikator des Wiener-Prozesses
b	Langfristiges Zinsniveau
B	Basispreis, Strike
C	Preis einer Calloption
C	Konsum
d	Mindestanzahl von Aufwärtsbewegungen zur Erreichung eines positiven Optionswertes
$E[]$	Erwartungswert der Nullkuponanleihe
$F()$	Forward-Rate
F	System der möglichen Ereignisse
i	Index der Prozessschritte

k	Knotenindex
KapSt	Steuersatz der Kapitalertragsteuer
m	Drift
$msr ()$	Mittlere Short-Rate
n	Anzahl von Kursbewegungen
$N (d_i)$	Flächeninhalt unter der Standardnormalverteilungsfunktion an der Stelle d_i
O_{ges}	Optionspreis gesamt
O_{GAnl}	Optionspreis auf Basis Geldanlagekurve
O_{GAuf}	Optionspreis auf Basis Geldaufnahme-kurve
P	Wahrscheinlichkeit
$P ()$	Preis einer Nullkuponanleihe
r	Risikoloser Zinssatz
$r (t)$	Short-Rate
R	Restlebensarbeitszeit
R_E	Rückzahlungsbetrag aus Ersparnisbildung
R_{max}	maximaler Rückzahlungsbetrag im Ausübungszeitpunkt
s	Standardabweichung
S	Aktienkurs
S	Ersparnis
SB	Steuerbelastung
SP	Sparer-Pauschbetrag
Solz	Solidaritätszuschlag
SQ	Sparquote
t	Zeitpunkte
T	Zeitraum

W	Wiener-Prozess
W	Vermögen
x	Forward-Anleihekurs
$X(t)$	Menge von Zufallsvariablen
Y	Realeinkommen
$Y_{\hat{A}}$	Aktuelles Einkommen
ZBAF ()	Zerobondabzinsfaktor
ZE _v St	Zinsertrag vor Steuern

Einleitung

Das Zinsniveau auf dem Geld- und Kapitalmarkt ist im Jahr 2015 auf einem historischen Tiefpunkt angelangt. Wesentlich bedingt durch die nahezu zinslosen Refinanzierungskonditionen der größten Notenbanken liegen die Zinssätze im Geldmarktsegment knapp oberhalb oder sogar bereits unterhalb von Null¹. Im kurzfristigen Kapitalmarktsegment kommt es zeitweilig zu Renditen, die nur noch marginal oberhalb von Null liegen. So liegt die Rendite einer Bundesanleihe mit einer zweijährigen Restlaufzeit Ende Februar 2015 bei 0,000%.² Auch im längerfristigen Kapitalmarktsegment sind die Zinssätze historisch niedrig. Hier rentiert eine Anleihe der Bundesrepublik Deutschland mit einer Restlaufzeit von 10 Jahren Ende Februar 2015 bei 0,321%.³

Negative Zinsen sind mittlerweile vermehrt zu beobachten, beispielsweise die Negativverzinsung für Einlagen der Geschäftsbanken bei der Europäischen Zentralbank, die seit September 2014 bei -0,20% liegt⁴. Zudem klagen Unternehmer über negative Einlagenzinsen bei den Geschäftsbanken⁵, und auch für Privatanleger zeichnen sich Negativzinsen bei bestimmten Einlageformen ab⁶.

Eine solche Entwicklung wurde von vielen Ökonomen bislang ausgeschlossen. So schreibt der Vorsitzende des ifo Instituts, Hans-Werner Sinn, im Jahr 2001 im

¹ Der 3-Monats-EURIBOR liegt am 27.02.2015 bei 0,039%. Der eintägige Interbankenzins EONIA liegt am 26.02.2015 bei -0,062%. Vgl. euribor-rates.eu (2015a und 2015b).

² Wertpapierkennnummer 1135317, Ausgabedatum: 17.11.2006, Fälligkeitsdatum: 04.01.2017 Kupon: 3,750%. Rendite am 27.02.2015: 0,000%. Vgl. finanzen.net (2015).

³ Wertpapierkennnummer 110237, Ausgabedatum: 16.01.2015, Fälligkeitsdatum: 15.02.2025, Kupon: 0,500%. Rendite am 27.02.2015: 0,321%. Vgl. comdirect.de (2015d).

⁴ Vgl. Bundesbank.de (2014c).

⁵ Siehe hierzu den Artikel „Banken verlangen Strafzinsen“, Frankfurter Allgemeine Zeitung vom 26.09.2014. (o.V. (2014a)).

⁶ Siehe hierzu den Artikel „Strafgelder für Anlagen: Negativzins auf Sparguthaben soll Ausnahme bleiben“, Spiegel Online vom 30.10.2014 (o.V. (2014b)).

Handelsblatt: „Es ist unmöglich, die Nominalzinsen negativ zu machen. Jeder würde es vorziehen, sein Geld zu horten, statt es zu negativen Zinsen zu verleihen.“⁷

Auch wenn das niedrige Zinsniveau in seiner derzeit extremen Ausprägung ein temporäres Phänomen sein mag, u.a. bedingt durch unkonventionelle geld- und fiskalpolitische Maßnahmen, der Trend sinkender Zinsen besteht nicht erst seit Ausbruch der Finanzkrise im Jahr 2007. Wie die Entwicklung der Umlaufrendite für Anleihen der öffentlichen Hand zeigt (siehe Abbildung 1), existiert dieser Trend bereits seit 40 Jahren. Von mehr als 10% Mitte der 70er-Jahre über 9% Anfang der 90er-Jahre sank das Zinsniveau seit der Jahrhundertwende dauerhaft unter 6% und liegt Anfang 2015 bei 0,5%.

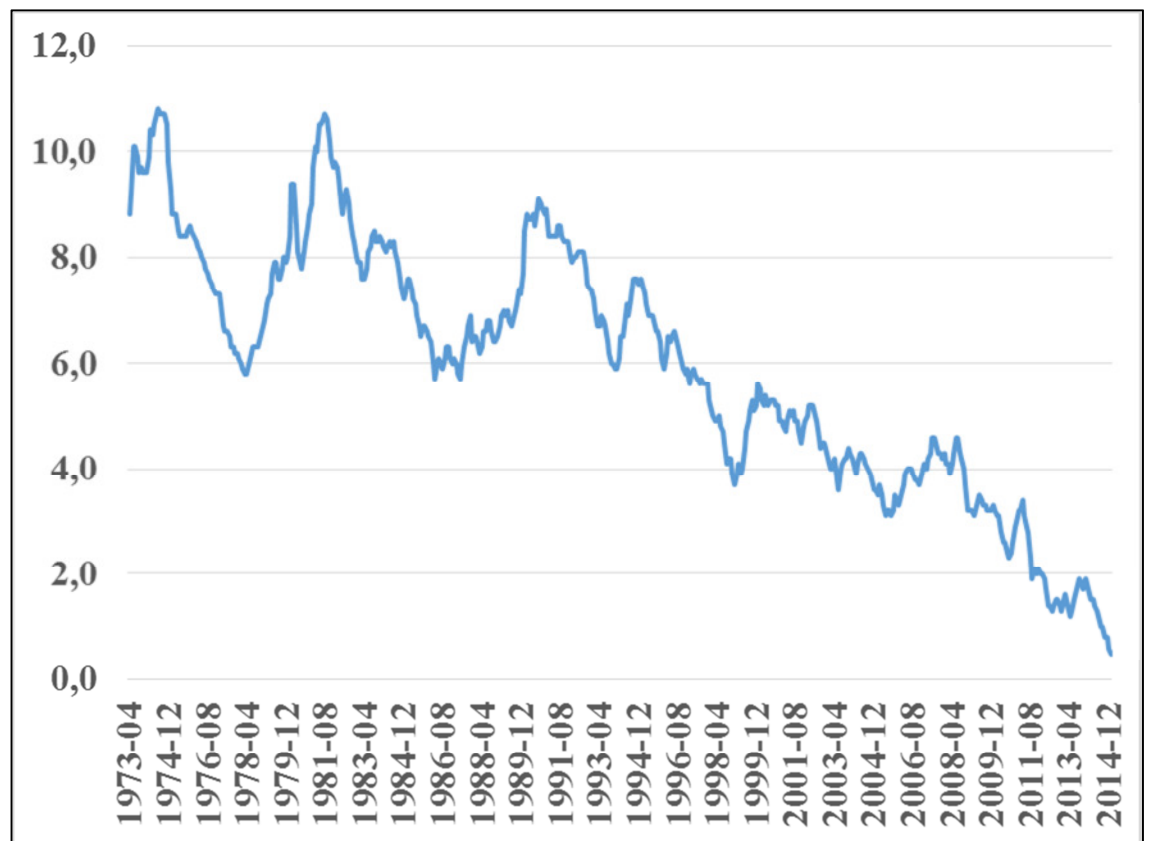


Abbildung 1: Umlaufrenditen öfftl. Hand, Restlaufzeit 9 bis 10 Jahre⁸

⁷ Vgl. o.V. (2001).

Aus Sicht der privaten Haushalte führt diese Entwicklung zu einer teilweisen Entwertung der Ersparnisse, zumindest aber zu einer deutlichen Verringerung der Vermögensbildung. Allerdings profitieren Privatpersonen auch von den niedrigen Zinssätzen bei der Geldaufnahme, beispielsweise bei Neuabschluss einer Baufinanzierung.⁹ Wer hingegen bereits vor einigen Jahren eine längerfristige Finanzierung abgeschlossen hat, steht nun vor der Frage, ob er diese in eine zinsgünstigere Finanzierung umschulden kann und soll.

Aufgrund des kontinuierlich sinkenden Zinsniveaus ist es fast immer möglich, ein bestehendes Darlehen in ein zinsgünstigeres umzufinanzieren, denn unabhängig davon, wann das Darlehen in der Vergangenheit abgeschlossen wurde, das Zinsniveau war fast immer höher, als es heute ist. Entscheidend für den Darlehensnehmer ist daher vor allem, zu welchen Bedingungen er seine bestehende Finanzierung umschulden kann. Diese Bedingungen wiederum sind bestimmt durch die Art seines Kündigungsrechts; entweder hat er bei Darlehensabschluss mit der kreditgebenden Bank ein Kündigungsrecht vertraglich vereinbart, oder es sind für ihn die gesetzlichen Kündigungsrechte relevant. Hinzu kommt, dass zahlreiche Immobilienfinanzierungen nach dem 01.11.2002 mit fehlerhaften Widerrufsbelehrungen versehen sind und Darlehensnehmer diese Verträge in vielen Fällen ohne Zahlung einer Vorfälligkeitsentschädigung ablösen können.¹⁰

Aus Sicht der Kreditinstitute stellen die Kündigungsrechte im Kreditgeschäft ein nicht zu unterschätzendes Risiko dar. Haben sie sich bei Darlehensgewährung längerfristig refinanziert und verfügen nicht über ein Recht zur vorzeitigen Kündigung ihrer Refinanzierung, belastet sie ein gleichbleibend hoher Zinsaufwand. Wenn sie sich von

⁸ Eigene Darstellung. Entnommen der Bundesbank Zeitreihenstatistik (Vgl. Bundesbank.de (2015)).

⁹ Siehe hierzu den Artikel „So billig war Baugeld noch nie“, Focus Online vom 16.07.2012. o.V. (2012b).

¹⁰ Vgl. o.V. (2015).

vornherein variabel refinanziert haben, passt sich der Zinsaufwand zwar dem gesunkenen Marktzinsniveau an, der Zinsertrag bei Umschuldung eines Kundenkredits verringert sich dennoch. Hinzu kommt, dass sich zwischen den Kreditinstituten der Wettbewerbsdruck erhöht, da die Anbieter versuchen können, Kunden der Konkurrenz mit einer günstigen Umfinanzierung abzuwerben. Und auch bei Neuabschluss eines Darlehens kann die Gewährung eines Sonderkündigungs- oder Sondertilgungsrechts einen Zusatznutzen gegenüber Konkurrenzangeboten darstellen.

Für die Kreditinstitute ist es bei der Vergabe von Darlehen daher von großer Bedeutung, das Risiko aus der Gewährung von vertraglichen oder aus gesetzlichen Kündigungsrechten möglichst genau quantifizieren zu können, um dies in der Preisgestaltung zu berücksichtigen oder um sich gegen diese Risiken absichern zu können.

Auch in den aufsichtsrechtlichen Anforderungen schlägt sich die Bedeutung von Kündigungsrechten nieder. So fordern die MaRisk ausdrücklich: „Hinsichtlich der Berücksichtigung von Positionen mit unbestimmter Kapital- oder Zinsbindung sind geeignete Annahmen festzulegen“.¹¹ Die Erläuterungen der MaRisk konkretisieren: „Positionen mit unbestimmter Kapital- oder Zinsbindung können z.B. sein: ... optionale Bestandteile (z.B. Kündigungsrechte des Kunden, Sondertilgungsoptionen ...)“.¹² Die explizite Nennung von Kündigungsrechten in den MaRisk zeigt, dass die aus Kündigungsrechten resultierenden Risiken auch von Seiten der Bankenaufsicht als wesentlich eingestuft werden und dass die Anforderungen an die Kreditinstitute, diese Risiken zu bestimmen, gestiegen sind.

Zur Bewertung von Kündigungsrechten werden meist Optionspreismodelle eingesetzt. Neben dem aus dem Black-und-Scholes-Modell zur Bewertung von Aktienoptionen abgeleiteten Black76-Modell für zinstragende Finanzprodukte, haben sich auch immer mehr sogenannte Zinsstrukturmodelle etabliert, die den Besonderheiten von Zinsprodukten Rechnung tragen. Allen gängigen Optionspreismodellen liegt allerdings

¹¹ Vgl. MaRisk (2012a), BTR 2.3, S. 31.

¹² Vgl. MaRisk (2012b), BTR 2.3, S. 55.

stets die Annahme eines vollkommenen Kapitalmarktes zugrunde. Diese unterstellt unter anderem, dass für alle Marktteilnehmer gleiche Zinssätze gelten. Da die zu kalkulierenden Optionsprämien aber aus einer Geschäftsbeziehung zwischen einem institutionellen Marktteilnehmer (der Bank) und einer Privatperson resultieren, ist die Annahme nicht haltbar, dass beide Seiten das Optionsrecht auf ein und derselben Zinskurve bewerten. Der Privatanleger wird bei der Entscheidung zur Ausübung seines Kündigungsrechts vielmehr diejenigen Zinssätze zugrunde legen, die für ihn individuell gelten. Eine entsprechende Berücksichtigung des Ausübungsverhaltens im Privatkundenkreditgeschäft ist daher für eine korrekte Bewertung unerlässlich.

Einen Meilenstein für ein entsprechend modifiziertes Bewertungsverfahren stellt die Arbeit von Gramatke dar.¹³ In dieser werden bei der Ermittlung der Ausübungswahrscheinlichkeiten von Kündigungsrechten in Immobilienfinanzierungen die Zinssätze berücksichtigt, zu denen eine durchschnittliche Privatperson Geld aufnehmen kann. Diese Zinssätze liegen oberhalb der für die Bank geltenden Konditionen und damit auch höher als die in einem Optionspreismodell üblicherweise unterstellten Zinssätze. Die Ausübungswahrscheinlichkeit verringert sich somit, was sich in der Kalkulation der Optionspreise entsprechend auswirkt.

Eine Erweiterung des Ansatzes von Gramatke wird im Rahmen dieser Arbeit vorgenommen, indem neben den Geldaufnahmebedingungen des Privatkunden auch dessen Geldanlagemöglichkeiten berücksichtigt werden. Die Berücksichtigung seiner Geldanlagekonditionen ist vor allem in zwei Fällen relevant: Zum einen bei der Bewertung von Rechten zur laufenden Sondertilgung, da diese nahezu ausschließlich aus Ersparnissen geleistet werden und nicht aus einer alternativen Geldaufnahme. Zum anderen ist die Berücksichtigung der Geldanlagebedingungen dann relevant, wenn bei einem langfristigen Festzinsdarlehen nach zehn Jahren Laufzeit eine teilweise oder vollständige Ablösung erfolgt, die zum Teil aus Ersparnissen bedient wird. In beiden Fällen ist die Tilgung des Darlehens als Geldanlagesubstitut zu bewerten, sodass als Opportunität die Geldanlagemöglichkeit des Kunden herangezogen werden muss.

¹³ Vgl. Gramatke, W. C. (2011).

Für eine Quantifizierung des Risikos einer Kündigung in der Zukunft sind zudem Annahmen über die zukünftige Zinsentwicklung zu treffen. Dies geschieht in den gängigen Optionspreismodellen über Forward-Rates, d.h. Zinssätze für in der Zukunft liegende Laufzeiten, die aus der aktuellen Zinsstrukturkurve abgeleitet werden. Bei einer „normal“ verlaufenden Zinsstrukturkurve, bei der die Zinssätze mit zunehmender Laufzeit ansteigen, signalisieren die Forward-Rates aber stets steigende Zinssätze, was den tatsächlichen Verlauf der Kapitalmarktzinsen in den vergangenen 40 Jahren in keiner Weise widerspiegelt. Über den Zusammenhang zwischen Forward-Rates und tatsächlicher Zinsentwicklung wird seit langem diskutiert.¹⁴ Diverse Studien kommen allerdings zu unterschiedlichen Schlussfolgerungen bezüglich der Prognosegüte der Forward-Rates.¹⁵

Die Auswirkungen, die die vom tatsächlichen Zinsniveau abweichenden Forward-Rates auf die Kalkulation von Optionsrechten haben, wurden bislang hingegen nicht in vergleichbarer Breite und nicht mit aktuellen Marktgegebenheiten untersucht. In dieser Arbeit wird daher ein Backtesting der kalkulierten Optionspreise auf Basis einer Zeitreihe seit 1986 vorgenommen. Es wird gezeigt, dass Optionspreismodelle die Risiken aus Kündigungsrechten in diesem Zeitraum massiv unterschätzt haben. Welche Schlussfolgerungen Kreditinstitute aus dieser Erkenntnis ziehen sollten, wird im Rahmen dieser Arbeit beschrieben werden.

Vor dem Hintergrund der Diskrepanz zwischen ex ante kalkuliertem Optionspreis und ex post auftretendem Schaden aus Darlehenskündigung ist für die Zwecke einer Geschäftsfeldsteuerung zudem zu untersuchen, wie die Ergebniseffekte aus potenzieller und tatsächlicher Darlehenskündigung im Rahmen einer innerbetrieblichen Leistungsverrechnung angemessen berücksichtigt werden können. Die bereits etablierten Ergebnisgrößen Risikoergebnis und Produktivitätsergebnis könnten hierfür

¹⁴ So auch in der Antrittsvorlesung von Prof. Bernd Rolfes an der Universität Duisburg vom 25.06.1992 mit dem Titel „Zukunftswerte an den Finanzmärkten“.

Der Verfasser dankt Herrn Prof. Rolfes in diesem Zusammenhang herzlich für den Hinweis auf die Vorlesung sowie für die Überlassung des Vorlesungsskriptes.

¹⁵ So kommen Shiller, R. J. et al. (1983) beispielsweise zu einer vollkommen unterschiedlichen Einschätzung als Boudoukh, J. / Richardson, M. / Whitelaw, R. (2005).

als Blaupause dienen. Das Risikoergebnis stellt hierbei den Saldo aus kalkulatorischen Standardrisikokosten und Ist-Risikokosten (also tatsächlichen Wertberichtigungen) dar. Das Produktivitätsergebnis ist der Saldo aus kalkulatorischen Standardstückkosten und Ist-Betriebskosten. Entsprechende Modelle, die diese Verrechnungsweise auf Optionsprämien und tatsächliche Schäden aus Darlehenskündigung übertragen, existieren bereits.¹⁶

Damit allerdings diese Saldierung nicht zu einer ungleichen Ergebnisverteilung führt, muss gewährleistet sein, dass die kalkulierten Kosten über einen längeren Zeitraum und über eine hinreichend große Zahl von Geschäftsvorfällen mit den tatsächlichen Kosten übereinstimmen. Aufgrund des Zinsverlaufs der vergangenen Jahrzehnte ist dies für den Saldo aus Optionspreisen und Schäden aus Kündigungsrechten nicht annähernd der Fall. Eine Verrechnungssystematik wie bei den Risikokosten und den Betriebskosten ist für eine Geschäftsfeldsteuerung daher nicht geeignet, weshalb ein geeignetes alternatives Verfahren entwickelt wird.

Zum Gang der Arbeit:

Im ersten Teil der Arbeit wird zunächst betrachtet, welche Arten von Kündigungsrechten existieren und welche ökonomische Relevanz diesen beizumessen ist. Das entscheidende Trennungsmerkmal ist, ob der Kunde bei Kündigung seines Darlehens über das Recht verfügt, sein Darlehen ganz oder teilweise ablösen zu können, ohne dafür eine Entschädigungszahlung an den Darlehensgeber in Form einer Vorfälligkeitsentschädigung leisten zu müssen. Diese Fälle stellen nämlich für die Banken grundsätzlich kein Risiko dar, da ihnen der entstehende Schaden vom Kunden erstattet wird. Allerdings gibt es Konstellationen, in denen die gesetzlichen Regelungen zur Berechnung der Vorfälligkeitsentschädigung sich gegenüber einer ökonomischen Kalkulation vorteilhaft oder nachteilig für die Bank auswirken. Diese Konstellationen sollen daher näher beleuchtet werden.

Falls keine Kompensation geleistet werden muss, beispielsweise weil die kreditgebende Bank freiwillig ein Recht zur regelmäßigen Sondertilgung gewährt, sollte die Bank

¹⁶ Vgl. Wimmer, K. (2009), S. 330 ff., Gramatke, W. C. (2011), S. 184 ff., Bill, S. (2006), S. 194 f.

quantifizieren können, welcher potenzielle Schaden in der Zukunft entstehen kann, wenn sie heute ein Darlehen mit Kündigungsrecht vergibt. Sofern die Quantifizierung des Risikos aus Kündigungsrechten überhaupt systematisch erfolgt¹⁷, finden häufig Optionspreismodelle Anwendung. Bevor aber verschiedene Modelle diskutiert werden, werden in Kapitel 1.2 Anforderungen an die Ergebnisse definiert. Neben den grundsätzlichen Anforderungen an die Richtigkeit der Ergebnisse beziehen sich die Anforderungen darauf, die Quantifizierung der Kündigungsrechte in einem System der innerbetrieblichen Performancemessung zielgerichtet verwenden zu können und eine Ergebnisverrechnung zwischen Vertriebseinheiten und Zentraleinheiten zu ermöglichen.

Kapitel 1.3 zeigt, wie die Vorfälligkeitsentschädigung auf Basis der gesetzlichen Grundlagen zu ermitteln ist. Ein besonderes Augenmerk wird dabei auf die Abweichungen zwischen ökonomischer und juristischer Bewertung gerichtet, da durch diese Abweichungen Chancen und Risiken erwachsen können.

Anschließend werden die Optionspreismodelle vorgestellt, die bei der Bewertung von Kündigungsrechten ohne Vorfälligkeitsentschädigung zum Einsatz kommen können. Üblich ist beispielsweise das Modell von Black¹⁸ zur Bewertung von Anleiheoptionen^{19, 20}. Dieses ist ein an das bekanntere Black-und-Scholes-Modell für Aktienoptionen angelehntes Modell und wird in Kapitel 1.4 vorgestellt. Zinsoptionen unterscheiden sich in der Bewertung aber deutlich von Optionen auf Kurswerte (z.B. Aktienkurse), was am Ende von Kapitel 1.4 kritisch gewürdigt wird. Zur Lösung dieser Herausforderung werden in Kapitel 1.5 daher sogenannte Zinsstrukturmodelle vorgestellt, die den Besonderheiten von Optionen auf zinstragende Basiswerte besser Rechnung tragen.

Für die vorliegende Problemstellung wird das Hull-White-Modell ausgewählt. Dieses hat gegenüber dem Black-Modell methodische Vorteile, ist allerdings auch schwerer zu

¹⁷ Vgl. Häcki, T. (2009), S. 65; Beck, A. / Paeßens, H. / Schmitt, B. / Sievi, C. (2001), S.1.

¹⁸ Black, F. (1976).

¹⁹ Auch Bondoptionen genannt.

²⁰ Beispielsweise kalkuliert das im genossenschaftlichen Bankensektor verbreitete Vertriebssteuerungstool „okular CBS“, angeboten durch die Rechenzentren GAD und FIDUCIA, mit dem Modell von Black.

implementieren. Unter anderem sind bestimmte zur Kalkulation benötigte Inputparameter nicht direkt am Markt beobachtbar, sondern müssen zunächst ermittelt werden. Auch die zur Simulation der Zinsentwicklung benötigte Baumstruktur des Modells ist zunächst zu implementieren. Kapitel 2.1 widmet sich daher der Ermittlung der Inputgrößen sowie der Erstimplementation des Modells. Zudem erfolgt im Rahmen dieses Kapitels eine Weiterentwicklung des Modells, die es möglich macht, eine Zinsstruktur auf Basis von Kuponanleihen für die Optionspreisberechnung zu verwenden. Die eigentlich im Modell verwendete Zinskurve auf Basis von Nullkuponanleihen ist in der Bankpraxis eher unüblich.

Am Ende des Kapitels 2.1 wird das Hull-White-Modell dahingehend überprüft, ob es mit den Besonderheiten des Privatkundengeschäfts verwendbar ist. Hier zeigt sich, dass auch die Zinsstrukturmodelle Schwächen haben, wenn es um die Bewertung von Optionen im Privatkundengeschäft geht. Ursache hierfür sind die restriktiven Modellannahmen. Diese gehen u.a. von vollkommenen Kapitalmärkten aus, die sich in der Praxis höchstens zwischen professionellen Marktteilnehmern wiederfinden. In der Wechselwirkung zwischen professionellen Marktteilnehmern wie Banken einerseits und Privatpersonen andererseits sind die Annahmen hingegen nicht uneingeschränkt übertragbar und führen in Folge dessen zu einer Fehlbewertung der Kündigungsrechte.

In Kapitel 2.2 werden die Grundlagen für eine an die Anforderungen des Privatkundenkreditgeschäfts angepasste Optionsbewertung gelegt. Zum einen bestehen die wesentlichen Aufgaben darin, Zinsstrukturkurven herauszuarbeiten, die dem Entscheidungskalkül eines typischen Privatkunden zugrunde liegen. Hierbei hängt das Verhalten des Kunden ganz entscheidend davon ab, ob er die Darlehensablösung zum Teil aus eigenen Ersparnissen bestreiten kann oder ob er dies nur mittels Umfinanzierung realisieren kann. Dementsprechend sind eine Geldanlage- und eine Geldaufnahmekurve zu definieren. Zum anderen müssen diese Kurven ins Verhältnis zueinander gesetzt werden, d.h. es bedarf einer Abschätzung darüber, welche Ersparnisbildung dem Kunden bis zu einer potenziellen Darlehensablösung möglich sein wird. Eine Modifikation des Hull-White-Modells für den Einsatz im Privatkundenkreditgeschäft erfolgt in Kapitel 2.3, womit ein großer Teil der an die Kalkulationsergebnisse gestellten Anforderungen erfüllt wäre.

Zu klären ist nach Abschluss des zweiten Hauptteils aber noch, wie mit den kalkulierten Optionsprämien sowie den tatsächlichen Schäden aus Darlehenskündigung im Rahmen

der innerbetrieblichen Performancemessung umgegangen werden soll. Zu diesem Zweck wird zu Beginn des dritten Hauptteils ein Backtesting durchgeführt. Hierzu kommen lange Zeitreihen von Marktdaten zum Einsatz, die zeigen sollen, wie sich in der Vergangenheit kalkulierte Optionspreise gegenüber tatsächlichen Schäden aus Darlehenskündigung verhalten haben. Die Forward-Rates, die in den Optionsmodellen implizit enthalten sind, signalisieren stets ein steigendes Zinsniveau, wohingegen die tatsächliche Zinsentwicklung in die entgegengesetzte Richtung läuft. Aus diesem Zusammenhang ergeben sich Optionspreise, die die tatsächlichen Schäden nicht ansatzweise abdecken können. Dementsprechend ist eine innerbetriebliche Leistungsverrechnung, wie sie bei Risikokosten und Betriebskosten praktiziert wird, auf Basis der Anforderungen an die Steuerungsrelevanz nicht möglich. Es wird für die Zwecke der innerbetrieblichen Performancemessung daher ein alternatives Verrechnungskonzept vorgestellt, das diesen Erkenntnissen Rechnung trägt. Dabei kann die Ermittlung des Vertriebsergebnisses unter Berücksichtigung von kalkulatorischen Effekten aus Kündigungsrechten unabhängig vom Ergebnis einer zentralen Treasury-Einheit erfolgen. Für letztere ist dann aber eine Erweiterung in der Messung der Zinsbuchperformance erforderlich.

Die erweiterte Messung des Treasury-Ergebnisses wird im abschließenden Kapitel am Beispiel eines Musterportfolios von Darlehen mit Kündigungsrechten verdeutlicht und der Ergebnisbeitrag dieses Portfolios mit den Ergebnissen eines Benchmarkportfolios verglichen. Aus dem Vergleich der Ergebnisse wird deutlich, welchen Einfluss die Kündigungsrechte auf das Gesamtbankergebnis haben. Die Ergebnisse bestätigen damit, dass es unerlässlich ist, durch die Methode der innerbetrieblichen Leistungsverrechnung Steuerungsimpulse so zu setzen, dass Anreize zur Vermeidung von Darlehenskündigungen oder zur Absicherung derselben gesetzt werden.

1 Risiken aus Kündigungsrechten und klassische Bewertungsansätze

1.1 Kündigungsrechte und ihre Auswirkung auf die Risikosituation von Kreditinstituten

1.1.1 Kündigungsrechte als Spezialfall impliziter Optionen

Eine Option (lat. = freier Wille, freie Wahl) bezeichnet allgemein das, zumeist zeitlich begrenzte, einseitige Recht, aufgrund einer Offerte in einen Vertrag einzutreten. Im wirtschaftlichen Kontext bezeichnet eine Option das Recht, nicht aber die Pflicht, an oder vor einem bestimmten Fälligkeitstermin eine bestimmte Menge eines Gutes zu einem festgelegten Preis (Basispreis, Strike) zu kaufen oder zu verkaufen²¹. Der Verkäufer (Stillhalter) einer Option erhält für die Gewährung des Optionsrechts vom Käufer eine Prämie (Optionspreis).

Die Option zählt zur Gruppe der derivativen (abgeleiteten) Finanzgeschäfte, da der Preis der Option vom Wert des Optionsrechts abhängt, Gegenstand des Optionsrechts (Basiswert, Underlying) aber verschiedenste Güter sein können, darunter beispielsweise Waren, Devisen und Wertpapiere.²² Da zwischen Abschluss des Vertrages, sprich dem Kauf oder Verkauf der Option, und der Vertragserfüllung, also der Erbringung der vereinbarten Leistung, eine Zeitspanne liegt, die größer ist als zur rein technischen Abwicklung nötig, zählt die Option zu den Termingeschäften²³. Aufgrund des vereinbarten Wahlrechts stellt die Option ein bedingtes Termingeschäft dar.²⁴

Ein grundsätzliches Unterscheidungsmerkmal von Optionen ist zum einen die Art des Rechts. Das Recht zum Kauf wird als Call bezeichnet, das Recht zum Verkauf als Put. Zum anderen ist zu unterscheiden, ob man Käufer oder Verkäufer dieses Rechts ist, woraus sich vier Grundpositionen von Optionen ergeben:

²¹ Vgl. Megginson, W. L. (1997), S. 226.

²² Vgl. Wiedemann, A. (2009), S. 153.

²³ Vgl. Bitz, M. / Stark, G. (2008), S. 329

²⁴ Vgl. Bösch, M. (2012), S. 32.

	Kauf (Long-Position)	Verkauf (Short-Position)
Kaufoption (Call)	Recht zum Kauf (Long Call)	Pflicht zum Verkauf (Short Call)
Verkaufsoption (Put)	Recht zum Verkauf (Long Put)	Pflicht zum Kauf (Short Put)

Abbildung 2: Options-Grundpositionen²⁵

Ein weiteres Unterscheidungsmerkmal ist die Art der zeitlichen Ausübbarkeit. Optionen, die während der gesamten Optionslaufzeit ausgeübt werden können, bezeichnet man als amerikanische Optionen. Solche, die nur zu einem bestimmten Termin ausgeübt werden können, bezeichnet man als europäische Optionen.²⁶

Bei einer impliziten Option²⁷ (auch: eingebettete Option, engl.: embedded Option) handelt es sich um eine Option, die einen nicht abtrennbaren Teil eines anderen Geschäfts darstellt²⁸. Beispiele für eingebettete Optionen sind in Finanzprodukten enthaltene Veräußerungs-, Wandlungs- und Kündigungsrechte.

Das **Veräußerungsrecht** erlaubt dem (Erst-)Erwerber eines Finanzierungstitels (Gläubiger), diesen jederzeit vor Ablauf des Fälligkeitsdatums an einen Dritten gegen Zahlung des Kurswertes abzutreten. Diese so genannten Inhaberpapiere beinhalten für den jeweiligen Inhaber die Option, sich jederzeit in Höhe des Kurswertes des Titels zu refinanzieren. Im Gegensatz dazu sind Orderpapiere auf den Namen des Inhabers ausgestellt und daher in ihrer Übertragbarkeit deutlich eingeschränkt²⁹. Das Veräußerungsrecht stellt daher für den Gläubiger einen Wert dar, sodass die Verzinsung von Inhaberpapieren normalerweise unterhalb der von Orderpapieren liegt³⁰.

²⁵ In Anlehnung an: Bösch, M. (2012), S. 35.

²⁶ Vgl. Bloss, M. / Ernst, D. (2008), S.29.

²⁷ Eine Implikation bezeichnet allgemein die Einbeziehung einer Sache in eine andere.

²⁸ Vgl. Hull, J. C. (2009), S. 940: "Option, die untrennbarer Bestandteil eines anderen Instruments ist."

²⁹ Vgl. Bitz, M. / Stark, G. (2008), S. 175 f.

³⁰ Vgl. Franke, G. / Hax, H. (2009), S. 45 f.

Wandlungsrechte erlauben es dem Inhaber eines Papiers, dieses in ein anderes umzuwandeln. Ein bekanntes Beispiel hierfür stellen Wandelschuldverschreibungen (Convertible Bonds) dar, die das Recht beinhalten, in eine bestimmte Anzahl von Aktien getauscht zu werden. Der Wert einer Wandelschuldverschreibung setzt sich dabei zusammen aus der Schuldverschreibungskomponente, die auf das Nominalvolumen der Anleihe einen bestimmten festen Kupon zahlt, und der Umwandlungskomponente.³¹

Sofern ein Schuldner oder Gläubiger von einem **Kündigungsrecht** Gebrauch macht, erlöschen alle Rechte und Pflichten des Titels³². Dies führt zur vorzeitigen teilweisen oder vollständigen Rückzahlung des Forderungsbetrags. Ein Beispiel hierfür sind kündbare Unternehmensanleihen (Callable Bonds³³), die dem Gläubiger im Zinskupon eine Prämie auf den Referenzzins zahlen, dem Schuldner aber das Recht geben, bei sinkendem Marktzinsniveau die Anleihe vom Markt zu nehmen und durch eine niedriger verzinsliche zu ersetzen.³⁴

All diesen Rechten ist gemein, dass sie für den Rechteinhaber stets einen Wert darstellen, der größer oder gleich Null ist, da im Falle negativer Folgen der Ausübung das Recht einfach verfallen gelassen werden kann. D.h., es wird der Rechteinhaber von seinem Recht nur dann Gebrauch machen, wenn dies für ihn zu einem Wertbeitrag von mindestens Null führt.

Für den Stillhalter stellt sich die Situation genau anders herum dar: Er vereinnahmt für die Gewährung eines Rechts eine Optionsprämie, die einmalig bei Vertragsabschluss fällig wird oder in laufende Zahlungen überführt wird, beispielsweise durch einen um den Optionspreis angepassten Zinskupon. Diese wird bei Ausübung des Rechts durch den Käufer in jedem Fall durch den Wert des Rechts im Ausübungszeitpunkt gemindert. Bestenfalls lässt der Käufer das Recht verfallen und der Stillhalter vereinnahmt die volle Prämie als Gewinn. Allerdings ist der Stillhalter innerhalb der Optionslaufzeit stets dem

³¹ in Anlehnung an: Perridon, L. / Steiner, M. / Rathgeber, A. (2012), S. 436 f.

³² Vgl. Franke, G. / Hax, H. (2009), S. 47.

³³ Vgl. Deutsch, H.-P. / Beinkler, M. (2014), S. 48.

³⁴ Vgl. Bösch, M. (2012), S. 104.

Risiko ausgesetzt, dass Optionsrechte im Wert steigen und gegebenenfalls ausgeübt werden. Das Gewinn- und Verlustprofil ist hierbei stets asymmetrisch; einem (in Höhe der Optionsprämie) begrenzten Gewinn steht ein prinzipiell unbegrenztes Verlustpotenzial gegenüber.³⁵ Das Ergebnisprofil einer Call-Option aus Sicht des Stillhalters (Short-Call) ist in Abbildung 3 zu sehen. Solange sich der Kurswert des Underlyings bis zum vereinbarten Strike entwickelt, lässt der Optionsinhaber die Option verfallen, sodass der Stillhalter die vereinnahmte Optionsprämie als Gewinn verbucht. Steigt der Kurswert über den Strike hinaus, verringert sich der Gewinn des Stillhalters solange, wie die Optionsprämie größer ist als die Differenz aus Basispreis und Strike; bei noch höheren Kurswerten beginnt die Verlustzone. Bei zinstragenden Optionen ist der Verlust, anders als beispielsweise bei Aktienoptionen, begrenzt, wenn von einem Mindestzinsniveau von Null ausgegangen wird. In diesem Extremfall entspräche der Kurswert der Summe der ausstehenden Zahlungen bezogen auf den Nominalwert, bzw. bei einem Darlehen auf die Restschuld

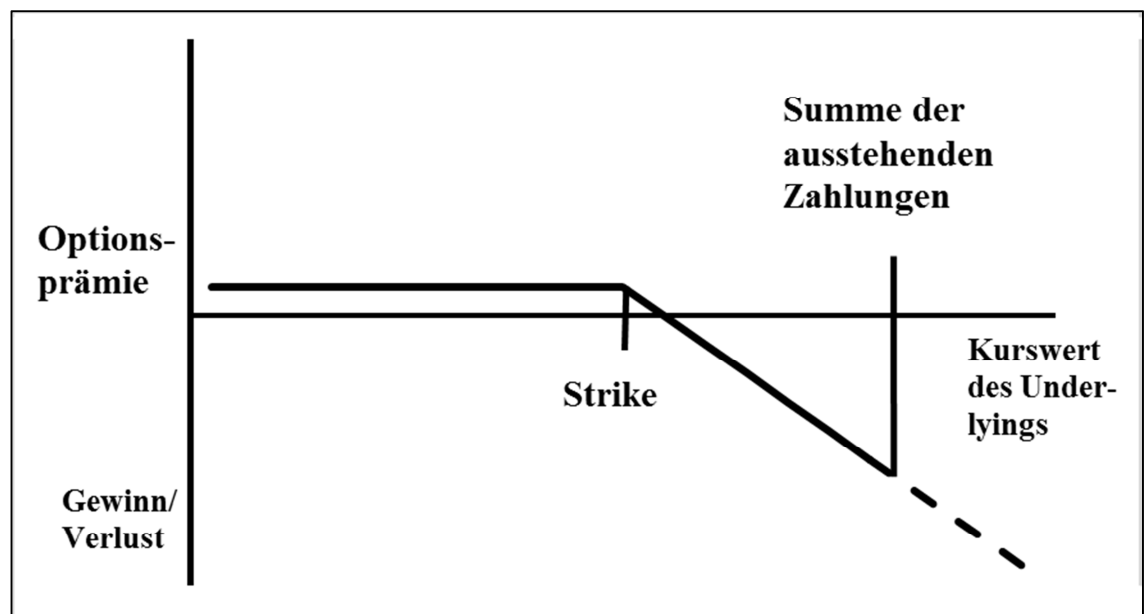


Abbildung 3: Ergebnisprofil einer Call-Option aus Stillhaltersicht³⁶

³⁵ Vgl. Wiedemann, A. (2009), S. 155.

³⁶ In Anlehnung an: Bloss, M. / Ernst, D. (2008), S. 58.

Eine nach wie vor herausragende Bedeutung für das ökonomische als auch das handelsrechtliche Ergebnis für Kreditinstitute haben das Kreditgeschäft und somit auch die darin enthaltenen impliziten Optionen. Diese lassen sich beispielsweise nach dem zeitlichen Verlauf eines Kreditgeschäfts einordnen. Eine Übersicht und Beschreibung der verschiedenen impliziten Optionen findet sich bei Gramatke:³⁷

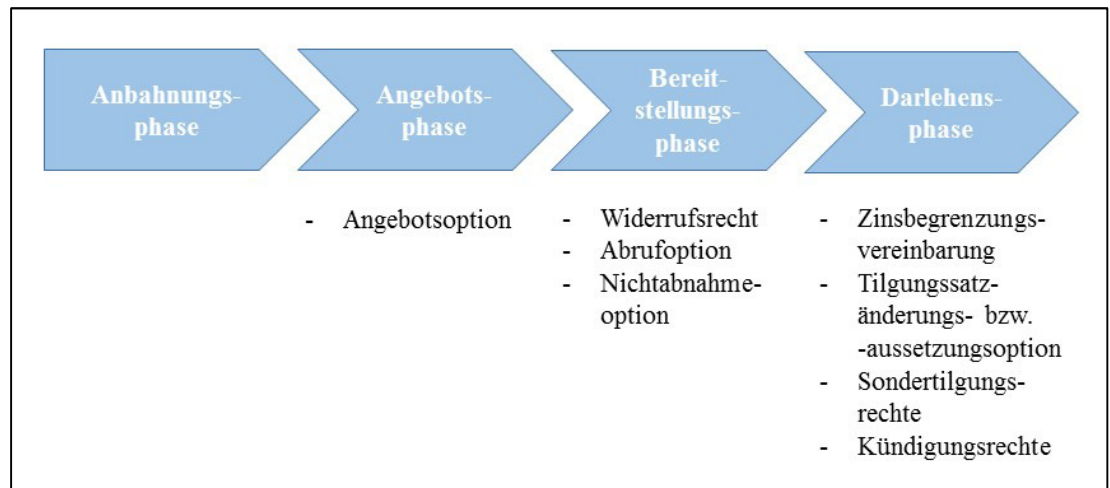


Abbildung 4: Implizite Optionen im Kreditgeschäft³⁸

Der Stellenwert der impliziten Optionen ist aufgrund der gesetzlichen Regelungen für das klassische Darlehensgeschäft der Banken groß. Allerdings fehlt es im Bankgeschäft außerhalb des Kapitalmarktes an Marktpreisen für diese Rechte, sodass diese mit bankinternen Methoden quantifiziert werden müssen. Eine Lücke in der Risikosteuerung von Kreditinstituten besteht häufig darin, dass implizite Optionen im Privatkundengeschäft vielfach keiner systematischen Bewertung unterzogen werden³⁹, sondern diese beispielsweise über pauschale Aufschläge oder Vergleiche mit Wettbewerbern Eingang in die Kundenkondition finden. Zudem sind die etablierten Optionspreismodelle, sofern sie denn Anwendung finden, auf die Gegebenheiten an

³⁷ Vgl. Gramatke, W. C. (2011), S. 32 ff.

³⁸ In Anlehnung an Gramatke, W. C. (2011), S. 34.

³⁹ Vgl. Beck, A. / Paeßens, H. / Schmitt, B. / Sievi, C. (2001), S. 2

Kapitalmärkten ausgelegt, d.h., sie vernachlässigen Besonderheiten im Verhalten von Privatanlegern sowie die speziellen Gegebenheiten außerhalb der institutionalisierten Kapitalmärkte.

Im Folgenden soll daher untersucht werden, welche Risiken aus impliziten Optionen erwachsen, welche Besonderheiten im Privatkundengeschäft zu berücksichtigen sind und wie diese in einer systematischen Bewertung berücksichtigt werden können. Dabei soll sich im weiteren Verlauf auf die Kündigungs-, Sondertilgungs- und Nichtabnahmeoptionen beschränkt werden, da diese in der Regel die größte Ergebniswirkung entfalten. Aufgrund der Ähnlichkeit ihrer Ausprägungen werden diese Rechte im weiteren Verlauf unter dem Oberbegriff „Kündigungsrechte“ zusammengefasst.

1.1.2 Einordnung von Kündigungsrechten in die Gesamtbank-Risikokategorien

Die Risiken im Bankgeschäft unterteilen sich in eine Vielzahl von Einzelrisiken, die teilweise unabhängig voneinander sind, teilweise aber auch miteinander korrelieren. Bei einem Fremdwährungsdarlehen beispielsweise besteht neben dem Ausfallrisiko des Schuldners auch ein Währungsrisiko aus sich zu Ungunsten der Bank entwickelnden Wechselkursen. Eine Korrelation dieser Risiken besteht insofern, als dass ein sich zu Ungunsten des Schuldners entwickelnder Wechselkurs bei diesem zu Bonitätsproblemen führen kann, was wiederum das Ausfallrisiko der Bank erhöht.

Um die verschiedenen Risikoarten zu klassifizieren, kann man sich zunächst an den aufsichtsrechtlichen Risikoarten orientieren, die im Kreditwesengesetz (KWG), der Solvabilitätsverordnung (SolvV), der Liquiditätsverordnung (LiqV), den MaRisk oder der Markets in Financial Instruments Directive (MiFID) Niederschlag finden. Eine Übersicht der gesetzlichen Regelungen findet sich in Hartmann-Wendels/Pfingsten/Weber:

Risikoart	Gesetzliche Regelungsnorm
Ausfallrisiken	§§ 10, 10a, 12, 13 KWG; SolvV
Marktpreisrisiken	§ 10 KWG; SolvV
Liquiditätsrisiken	§ 11 KWG; LiqV
Operationelle Risiken	§§ 13 Abs. 2, 15, 17, 18, 25a, 32 Abs. 1 KWG; SolvV, MaRisk
Informationsrisiken	§§ 23, 23a, 39, 40 KWG; MiFID

Abbildung 5: Darstellung der aufsichtsrechtlichen Risikoarten⁴⁰

Häufig wird auch eine Unterteilung in Erfolgsrisiken und Liquiditätsrisiken vorgenommen.⁴¹ Die Erfolgsrisiken drohen den Erfolg der Bank zu mindern oder führen sogar zu einem Verlust. Sie wirken sich auf das ökonomische Eigenkapital aus, sodass sie auch als (Eigenkapital-)Verlustrisiken bezeichnet werden können.⁴²

Zu den Erfolgsrisiken (siehe Abbildung 6) zählen die Adressrisiken, die Marktpreisrisiken und die Unternehmensrisiken. Die **Adressrisiken** umfassen dabei das Ausfallrisiko und das Bonitätsrisiko. Ersteres bezeichnet das Risiko, dass ein Schuldner zahlungsunfähig ist und somit seine Forderungen nicht zurückzahlen kann. Letzteres bezeichnet das Risiko eines Bewertungsverlustes einer Aktivposition aufgrund der Bonitätsverschlechterung eines Schuldners, ohne dass dabei ein tatsächlicher Ausfall resultiert. Zu den **Marktpreisrisiken** gehören das Zinsänderungsrisiko, das Aktienrisiko, das Währungsrisiko und das Rohwarenrisiko. Ein weiterer Bestandteil der Erfolgsrisiken sind die **Unternehmensrisiken**. Hierzu zählen das operationelle, das strategische sowie das Geschäftsrisiko.

⁴⁰ Vgl. Hartmann-Wendels, T. / Pfingsten, A. / Weber, M. (2010), S. 415.

⁴¹ Siehe hierzu u.a.: Rolfes, B. (2008), S. 9; Schierenbeck, H. (2008), S. 4 ff.; Büschgen, H.E. / Börner, C.J. (2003), S. 47 f.

⁴² Vgl. Schierenbeck, H. (2008), S. 5.

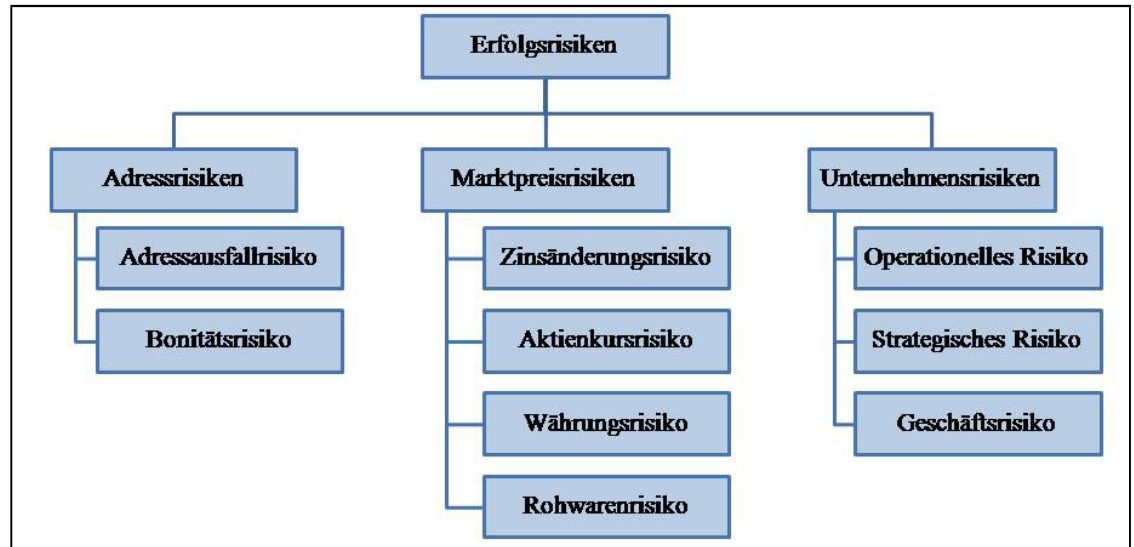


Abbildung 6: Darstellung der Erfolgsrisiken⁴³

Im weiteren Verlauf sollen die Unternehmensrisiken nicht weiter betrachtet werden, da diese übergreifender Natur sind und nicht in direktem Zusammenhang mit den Risiken aus Kündigungsrechten stehen. In einer weiten Definition könnten Kündigungsrechte allenfalls in der Messung der operationellen Risiken Berücksichtigung finden, beispielsweise wenn die Gewährung von vertraglichen Kündigungsrechten in einem Umfang erfolgt, der als fahrlässig eingestuft werden könnte. Diese weite Definition soll im Folgenden aber nicht näher betrachtet werden.

Da Aktien und Rohwaren ebenfalls nicht Gegenstand der Untersuchung sein sollen, sondern nur Zinsprodukte, werden diese für die weitere Betrachtung ebenfalls ausgeklammert. Zur Fokussierung wird das Währungsrisiko ebenfalls ausgeschlossen. Alle Währungsangaben in dieser Arbeit sind daher in Euro notiert.

Aus den Marktpreisrisiken wird daher nur das **Zinsänderungsrisiko** betrachtet, das das Risiko einer durch Änderung des Marktzinsniveaus bedingten Verringerung des sogenannten Strukturbeitrags bezeichnet. Der Strukturbeitrag ist der Ergebnisbeitrag einer Bank, der aus unterschiedlichen Fristigkeiten der Aktiv- und Passivseite resultiert.

⁴³ In Anlehnung an: Rolfes, B. (2008), S. 9

Bei einer „normalen“ Zinsstrukturkurve – höhere Zinsen bei längeren Laufzeiten – erfolgt dann die Refinanzierung mit einer kürzeren Fristigkeit als die Ausleihungen.

Die **Liquiditätsrisiken** umfassen nach Rolfes alle Risiken, die dazu führen, dass eine Bank ihren Zahlungsverpflichtungen nicht vollständig oder nicht fristgerecht nachkommen kann.⁴⁴ Schierenbeck definiert den Begriff des Liquiditätsrisikos etwas weiter, indem er auch Mindererlöse bei Liquidation beziehungsweise Mehraufwand für die Refinanzierung aufgrund illiquider Märkte unter den Begriff des Liquiditätsrisikos fasst.⁴⁵ Neben illiquiden Märkten ist die bankeigene Bonität eine weitere wesentliche Bestimmungsgröße der Refinanzierungsbedingungen. Die Auswirkungen einer Verschlechterung der eigenen Bonität sollten daher konsequenterweise ebenfalls unter den Liquiditätsrisikobegriff gefasst werden.⁴⁶

Der ökonomische Wert einer Aktivposition setzt sich aus den drei Komponenten Nominalvolumen, Konditionsbeitragsbarwert und marktpreisinduzierter Barwert zusammen. Für Passivpositionen gilt dies analog. Auf diese Weise lassen sich die verschiedenen Risiken mit ihrer Wirkung auf das ökonomische Eigenkapital wie in Abbildung 7 darstellen.

Die Barwerte der beiden Bilanzseiten unterliegen dabei permanenten Schwankungen, die durch Vergrößerung beziehungsweise Verringerung des Eigenkapitals ausgeglichen werden. Der Konditionsbeitrag ermittelt sich auf der Aktivseite als Aufschlag gegenüber dem Geld- und Kapitalmarktzins, auf der Passivseite als Abschlag. Der Konditionsbeitragsbarwert wirkt sich damit auf der Aktivseite üblicherweise werterhöhend gegenüber dem Nominalvolumen aus, auf der Passivseite wertmindernd. Der marktwertinduzierte Barwert schwankt in Abhängigkeit des Zinsniveaus und kann beide Vorzeichen annehmen.

⁴⁴ Vgl. Rolfes, B. (2008), S. 8.

⁴⁵ Vgl. Schierenbeck, H. (2008), S. 5.

⁴⁶ Eine ähnliche Definition wählt auch Pohl, der die Liquiditätsrisiken klassifiziert in: Refinanzierungsrisiken, objektbezogene Liquiditätsrisiken und Zahlungsmittelbedarfsrisiken. Vgl. Pohl, M. (2008), S. 11.

Entscheidend ist die Nettoposition zwischen Aktiv- und Passivseite. Risiken entstehen aufgrund von Marktschwankungen nur dann, wenn eine Bilanzseite stärker schwankt als die andere. Dies ist beispielsweise dann der Fall, wenn sich die Aktivseite zu großen Teilen aus langfristigen Immobilienfinanzierungen – üblicherweise als Festzinsdarlehen – und die Passivseite aus kurzfristigen Kundeneinlagen zusammensetzt.

Die nachfolgende Grafik zeigt die Auswirkungen der verschiedenen Risiken auf die Barwertbilanz:

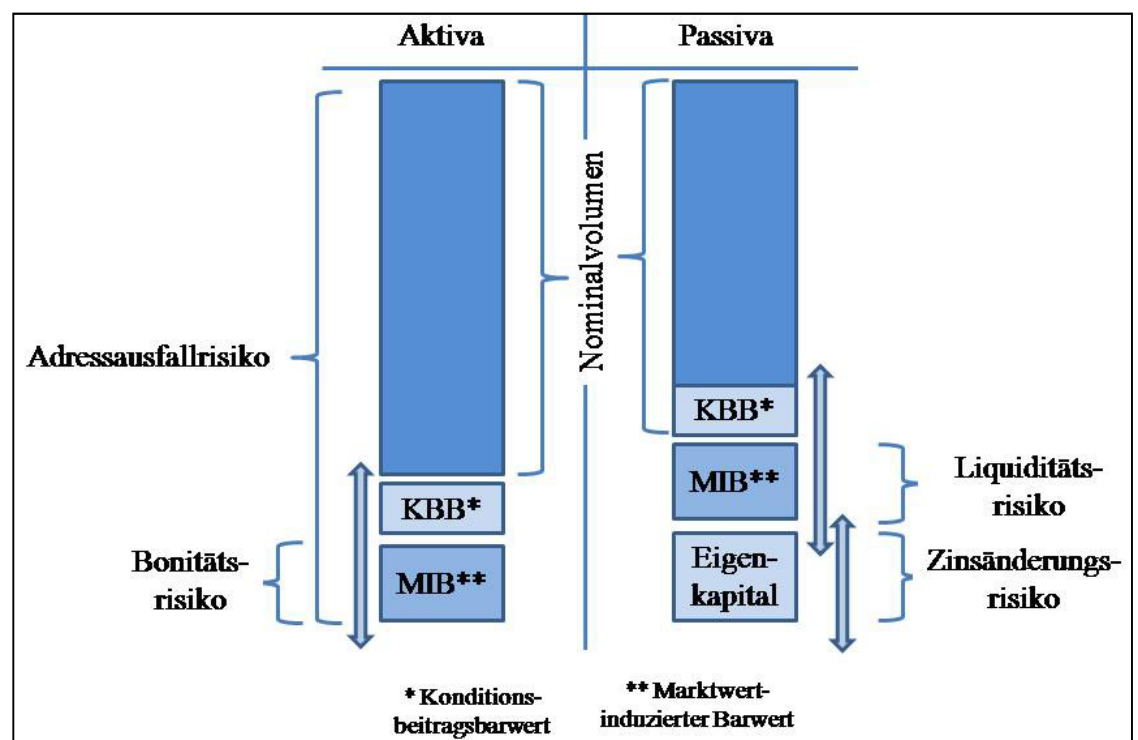


Abbildung 7: Barwertbilanz mit Risikopositionen⁴⁷

- Änderungen des allgemeinen Zinsniveaus führen zu Schwankungen des Konditionsbeitrags- und marktpreisinduzierten Barwerts. Eine Schwankung des barwertigen Eigenkapitals ergibt sich allerdings nur bei unterschiedlichen Zinsanpassungselastizitäten der Aktiv- und Passivseite, also wenn Zinsertrag

⁴⁷ Eigene Darstellung.

und Zinsaufwand in unterschiedlichem Ausmaß auf Änderungen des Marktzinsniveaus reagieren. Eine Art Puffer für die ungleiche Entwicklung der Aktiv- und Passivseite bildet der Barwert des Eigenkapitals.⁴⁸

- Änderungen in der Bonität der Schuldner von Aktivpositionen führen zu einer Schwankung des marktpreisinduzierten Barwerts dieser Aktivpositionen. Beispielsweise sinken die Kurse von Anleihen aufgrund einer Verschlechterung des Emittenten-Ratings.
- Änderungen in den Refinanzierungsbedingungen stellen ein Liquiditätsrisiko dar und führen zu einer Schwankung des marktpreisinduzierten Barwerts der Passivseite.

Die Ausübung von Kündigungsrechten durch den Optionsinhaber kann sich auf drei Positionen der Barwertbilanz auswirken: Den Konditionsbeitragsbarwert, den marktwertinduzierten Barwert und den Marktwert des Eigenkapitals. Hierbei gibt es Überschneidungen und Wechselwirkungen zu den oben genannten Risikokategorien.

Auf der Aktivseite überschneidet sich das Risiko aus Kündigungsrechten (im weiteren Verlauf auch „Optionsrisiko“ genannt) mit den **Adressrisiken**, im Besonderen mit dem Risiko des Adressausfalls. Beide Risiken haben gemein, dass für den Fall, dass diese schlagend werden, ein Ausfall bestimmter Volumens- beziehungsweise Ertragspositionen eintritt. Dies unterscheidet sich von den Bonitäts- und Zinsänderungsrisiken dadurch, dass bei diesen zunächst nur eine Verschlechterung in der Bewertung vorliegt, die sich im Zeitablauf wieder auflösen kann.

Ein wesentlicher Unterschied zwischen dem Optionsrisiko aus Kündigungsrechten und dem Risiko des Adressausfall besteht darin, dass das Optionsrisiko nicht zu einem Ausfall des Nominalvolumens führen kann und somit der Exposure deutlich geringer ist (siehe Abbildung 8).⁴⁹

⁴⁸ Auch Marktwert des Eigenkapitals oder ökonomisches Eigenkapital genannt.

⁴⁹ Das Exposure bei Kreditausfall bezeichnet den Buchwert der ausstehenden Forderungen einer Kreditnehmereinheit. In der ökonomischen Sicht sollte der Exposure-Begriff auf den Barwert des Restzahlungsstroms des Darlehens erweitert werden. Vgl. hierzu auch Schierenbeck, H. (2008), S. 316.

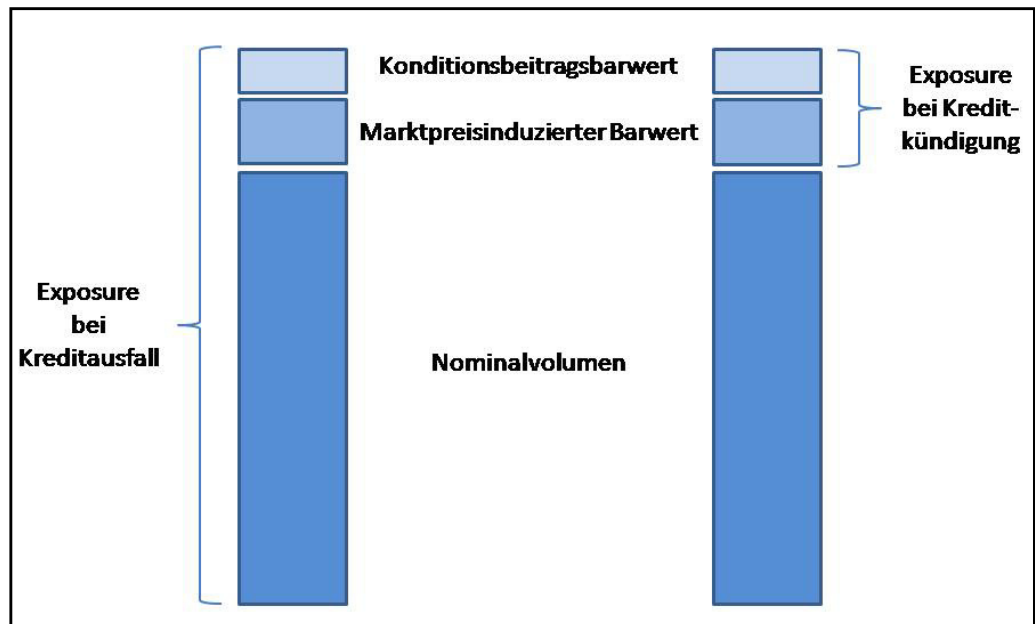


Abbildung 8: Exposure bei Kreditausfall und Kreditkündigung⁵⁰

Der niedrigere Exposure bedeutet allerdings nicht, dass das Optionsrisiko geringer sein muss als das Risiko des Adressausfalls, da neben dem Exposure auch die Ausfallwahrscheinlichkeit berücksichtigt werden muss. So fallen von einem Portfolio gleichartiger Darlehen aufgrund der Zahlungsunfähigkeit des Schuldners stets nur eine bestimmte Zahl von Darlehen aus. Beim Risiko aus Kündigungsrechten gilt im Extremfall, dass alle gleichartigen Darlehen gekündigt werden. Dieser Extremfall wirkt rein intuitiv betrachtet zwar unrealistisch, tritt jedoch bereits unter den Annahmen ein, dass alle Darlehensnehmer sich rational verhalten und jederzeit die Möglichkeit haben, Geld zum allgemeinen Marktzins aufzunehmen und anzulegen. Dies sind die üblichen Prämissen einer Vielzahl von etablierten Bewertungsmodellen⁵¹. Eine Kritik an der Gültigkeit dieser Prämissen für das Privatkundengeschäft folgt weiter unten.

⁵⁰ Eigene Darstellung.

⁵¹ Genannt seien hier beispielhaft das Black- und-Scholes-Modell zur Bewertung von Aktienoptionen (Vgl. Black, F. / Scholes, M. (1973), S. 638 und S. 640) und das Capital Asset Pricing Model (Vgl. Brealey, R.A. / Myers, S.C. (2008), S. 216).

Unterstellt man zunächst die Gültigkeit der genannten Prämissen, ermittelt sich der maximale Verlust aus Kreditkündigungen folgendermaßen: Ein Kreditportfolio bestehe aus 100 identischen Darlehen. Diese haben ein Nominalvolumen von jeweils 100.000€ und einen Barwert von 108.439€⁵². Der maximale Verlust aus Kreditkündigung (Ausfallwahrscheinlichkeit 100%) beträgt somit:

$$100 * 8.439€ * 100\% = 843.900€.$$

Ein entsprechend hoher Maximalverlust durch Adressausfall wäre erst bei einer Ausfallwahrscheinlichkeit von 7,8% gegeben, also einem Portfolio relativ schlechter Bonitäten⁵³:

$$100 * 108.439€ * 7,8\% = 843.900€.$$

Betrachtet man den Maximalverlust aus beiden Risiken gemeinsam, sollte beachtet werden, dass sich diese überschneiden (siehe Abbildung 9). So können Darlehen, die ausfallen, nicht mehr gekündigt werden und umgekehrt. Der Maximalverlust beträgt damit nicht 1.687.800€ (2 * 843.900€), sondern lediglich:

$$100 * 108.439€ * 7,8\% + 100 * 8.439€ * (100\% - 7,8\%) = 1.622.126€$$

⁵² Siehe späteres Beispiel in Kapitel 1.2.1.

⁵³ Auf der Standard & Poor's Ratingskala entspräche dies einem Rating zwischen B und B-, d.h. einem Rating zwischen Klasse 15 und 16 von insgesamt 19. Vgl. Henking, A. / Bluhm, C. / Fahrmeir, L. (2006), S. 18.

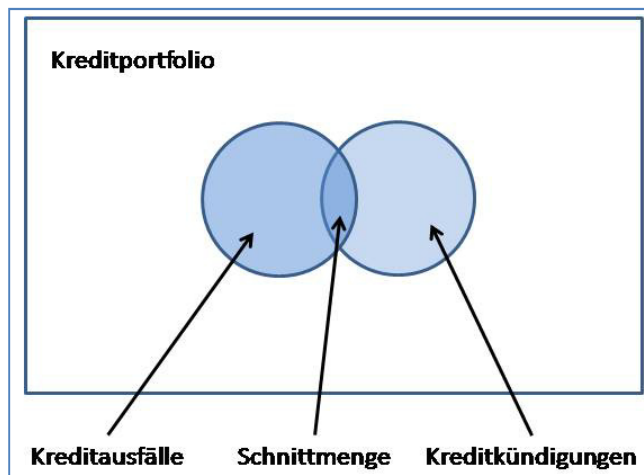


Abbildung 9: Schnittmenge zwischen Kreditausfällen und Kreditkündigung⁵⁴

Eine entsprechende Überschneidung gibt es auch zu den **Bonitätsrisiken**. So verfällt ein möglicher Bewertungsverlust aufgrund der Bonitätsverschlechterung eines Schuldners bei Kündigung der Forderung (Darlehen oder Anleihe). Das Gesamtrisiko ist somit kleiner als die Summe der Einzelrisiken.

Zwischen den Risiken aus Kündigungsrechten und den **Zinsänderungsrisiken** besteht eine enge Verbindung allein schon deshalb, weil Änderungen des Zinsniveaus gerade der Auslöser für eine Kündigung sein können. Diese Änderungen können entweder absolute Änderungen des Marktzinsniveaus in Form einer Verschiebung der Zinsstrukturkurve sein oder Änderungen im Verhältnis von Marktzins und Kundenzins aufgrund einer Verkürzung der Restlaufzeit eines Kundengeschäfts.

Darüber hinaus stellen die Optionsrisiken eine besondere Herausforderung für die Sicherung der Zinsänderungsrisiken dar, weil sie zu einer Asymmetrie im Schwankungsverhalten der Aktiv- und Passivseite führen können. Sofern es auf der Aktiv- und Passivseite keine Kündigungsrechte gibt, führt eine Änderung des Marktzinsniveaus immer zu einer gegenläufigen Wertentwicklung der Aktiv- und

⁵⁴ Eigene Darstellung.

Passivseite.⁵⁵ Das Ergebnisrisiko resultiert dann lediglich aus unterschiedlichen Zinsbindungsauern der einen gegenüber der anderen Bilanzseite.⁵⁶ Sind die Zinselastizitäten gleich, besteht kein Zinsänderungsrisiko. Anders ausgedrückt besteht ein Risiko nur dann, wenn die eine Bilanzseite auf Zinsniveauänderungen stärker reagiert als die andere Bilanzseite.

Änderungen des Marktzinsniveaus können trotz identischer Zinsbindungen allerdings auch dann zu Wertverlusten führen, wenn eine Ungleichheit in der Verteilung von Kündigungsrechten vorliegt. Auch können die Auswirkungen auf den Strukturbeitrag nicht mehr unmittelbar aus der Veränderungsrichtung der Zinsstrukturkurve abgeleitet werden. Dieser Effekt soll im Folgenden näher erläutert werden.

Der Normalfall für die Entstehung von Zinsänderungsrisiken ergibt sich aus einer nicht fristenkongruenten Refinanzierung. Das heißt, dass beispielsweise ein Festzinsdarlehen mit mehrjähriger Laufzeit kurzfristig refinanziert wird, weil der kurzfristige Marktzinssatz niedriger ist als der Marktzins, der der Darlehenslaufzeit entspricht. Ein Risiko besteht darin, dass die kurzfristige Refinanzierung über die Laufzeit des Darlehens mehrfach erneuert werden muss. Dies führt bei steigendem Marktzinsniveau und konstantem Kundenzins des Darlehens zu einer Verschlechterung des Zinsüberschusses.

Beispiel: Ein Darlehen mit einer Restlaufzeit von fünf Jahren wird einjährig revolvingend refinanziert (siehe Abbildung 10). Im Zeitpunkt t_0 betrage die Differenz zwischen dem Kundenzins (3,5%) und dem Marktzins der Refinanzierung (2,5%) 1,0%. Steigt der einjährige Refinanzierungszins jährlich um 0,5%, führt dies dazu, dass sich in t_3 bereits Kundenzins und Refinanzierungszins entsprechen. Im Zeitpunkt t_5 hat sich das Verhältnis zwischen Kundenzins und Marktzins umgedreht, sodass der Zinsaufwand aus der Refinanzierung den Zinsertrag des Darlehens übersteigt. Es ergibt sich ein „Zinsüberschuss“ von -1,0%.

⁵⁵ Sinkende Zinsen erhöhen sowohl den Barwert der Aktivseite (Forderungen) als auch den der Passivseite (Verbindlichkeiten).

⁵⁶ Vgl. Hartmann-Wendels, T. / Pfingsten, A. / Weber, M. (2010), S. 652.

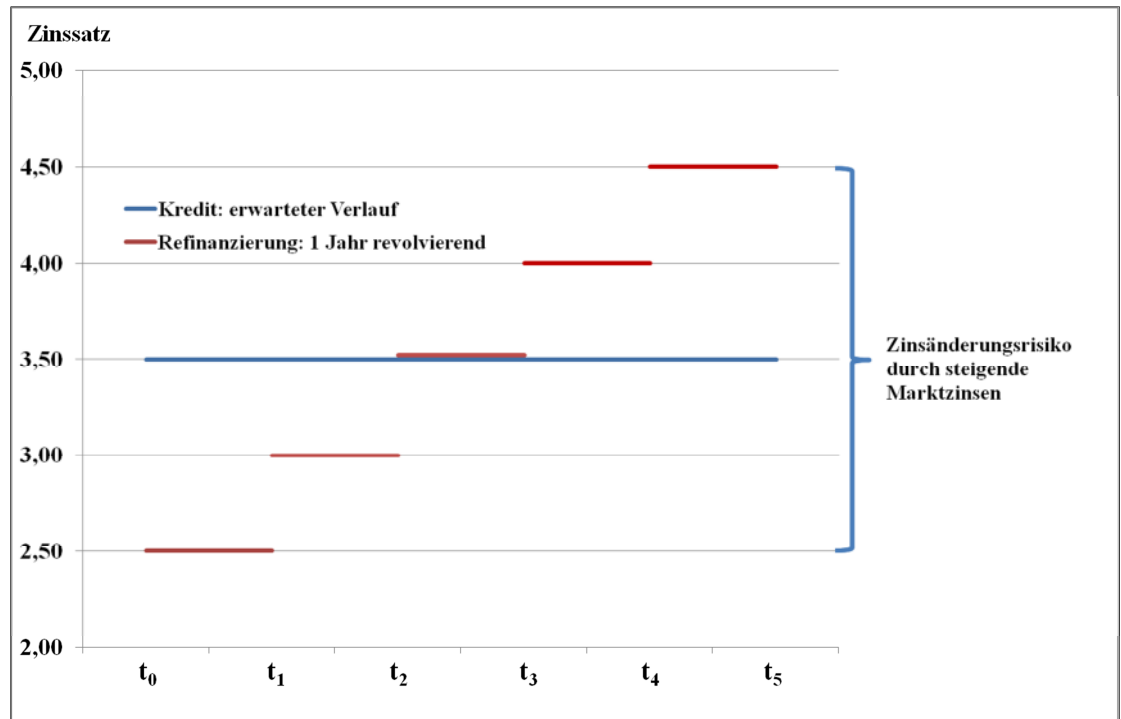


Abbildung 10: Normalfall der Entstehung von Zinsänderungsrisiken⁵⁷

Ein Absinken des Marktzinsniveaus stellt lediglich dann ein Problem dar, wenn die Zinselastizität der Aktivseite größer ist als die der Passivseite. Bestehen hingegen Kündigungsrechte, kann auch ein Absinken des Zinsniveaus zu Einbußen im Zinsüberschuss führen. Selbst eine Verringerung des relativen Zinsniveaus durch Verkürzung der Restlaufzeit trägt zur Entstehung von Zinsänderungsrisiken bei, wie das folgende Beispiel zeigt:

Abbildung 11 zeigt zunächst die Effekte, die aus einer Restlaufzeitverkürzung entstehen. Die von links unten nach rechts oben verlaufenden Geraden sollen die Zinskurven in den Zeitpunkten t_0 bis t_4 darstellen, sofern das Zinsniveau konstant bleibt. Der „normale“ Verlauf der Zinskurven – höhere Zinsen für längere Laufzeiten – führt aber dazu, dass sich aufgrund der verkürzten Restlaufzeit eines Darlehens dessen

⁵⁷ Eigene Darstellung.

korrespondierender Marktzins laufend verringert.⁵⁸ In t_0 beträgt dieser für eine Laufzeit von fünf Jahren noch 3,5% und reduziert sich in t_4 auf 2,5% für eine Laufzeit von einem Jahr.

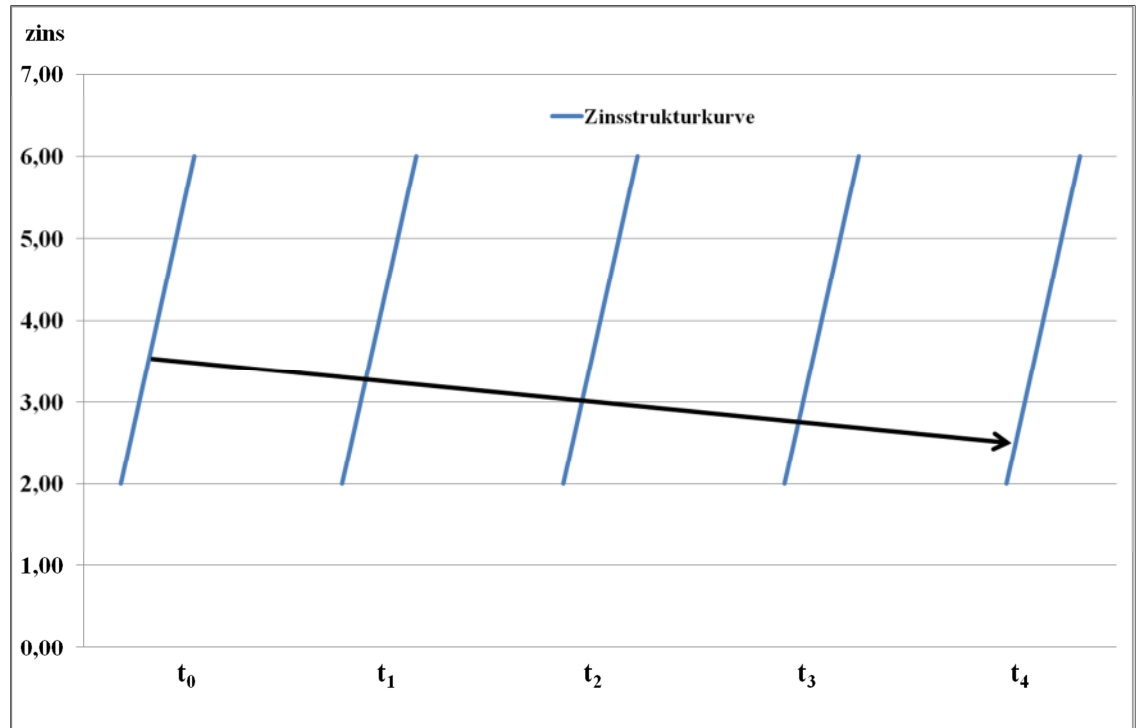


Abbildung 11: Relative Zinsniveauänderung durch Laufzeitverkürzung⁵⁹

Hierzu ein Beispiel: Ein Darlehen mit fünfjähriger Restlaufzeit und einem Kundenzins von 4,00% ist im Zeitpunkt t_2 kündbar. Im Zeitpunkt t_0 liegt der korrespondierende Marktzinssatz dann bei 3,50%. Die Refinanzierung erfolgt einjährig revolvingend zu einem Zins von 2,50%, sodass sich eine Zinsmarge von 1,50% ergibt. Durch die Verkürzung der Restlaufzeit reduziert sich der korrespondierende Marktzins jährlich um 0,25% und erreicht in t_2 ein Niveau von 3,00%. Der Darlehensnehmer wird dann von seinem Kündigungsrecht Gebrauch machen und eine Umfinanzierung zugunsten eines

⁵⁸ Dieser Effekt wird auch als „Ritt auf der Zinsstrukturkurve“ bezeichnet. Vgl. Rolfes, B. (2003), S. 248.

⁵⁹ Eigene Darstellung.

dreijährigen Darlehens mit einem Kundenzins von 3,50% vornehmen; unterstellt sei eine gleichbleibende Konditionsmarge von 0,50%. Bei gleichbleibender Refinanzierung zu 2,50% reduziert sich dann die Zinsmarge auf 1,00% (siehe Abbildung 12).

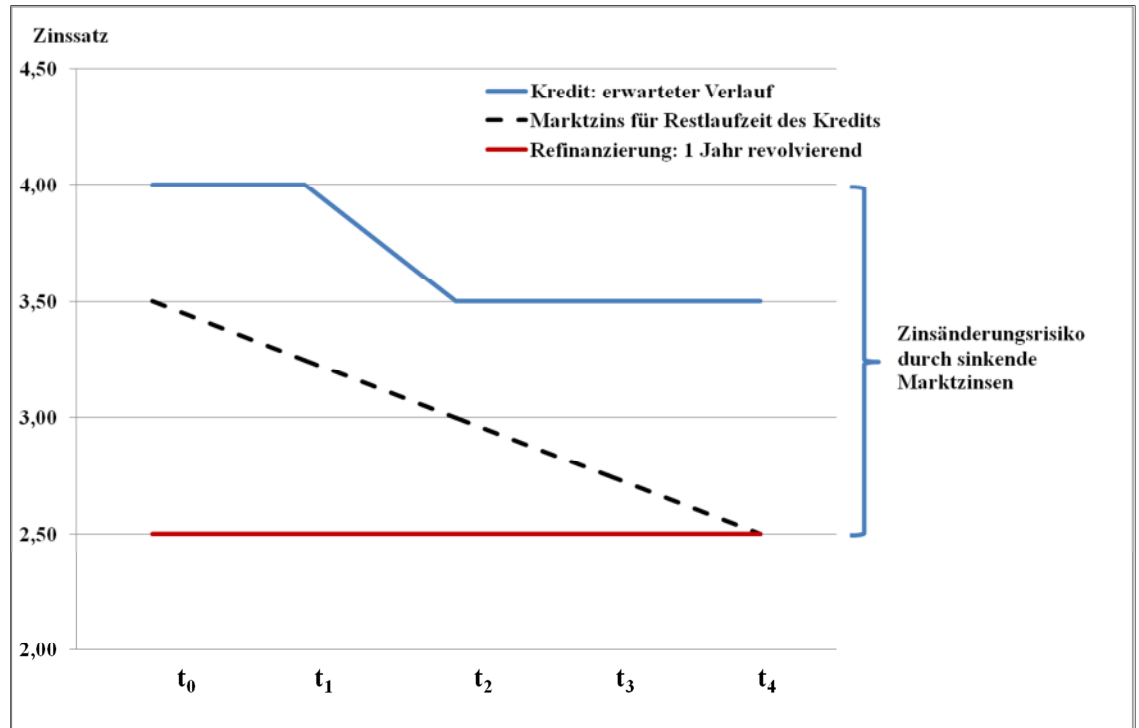


Abbildung 12: Zinsänderungsrisiken bei Verkürzung der Restlaufzeit⁶⁰

Auf der Passivseite stehen die Risiken aus Kündigungsrechten in einer engen Verbindung zu den **Liquiditätsrisiken**. So kann sich durch Kündigungsrechte bei eigenen Refinanzierungstiteln das Liquiditätsrisiko durch zwei Effekte erhöhen. Zum einen steigt bei ohnehin knapper Liquidität am Geld- und Kapitalmarkt die Wahrscheinlichkeit, dass Kündigungsrechte gezogen werden, da sich der Inhaber des Kündigungsrechts durch Ausübung der Option selbst liquide Mittel verschaffen möchte. Zum anderen kann eine Verschlechterung der eigenen Bonität dazu führen, dass vermehrt eigene Refinanzierungstitel durch den Inhaber gekündigt werden. Dies führt

⁶⁰ Eigene Darstellung.

zu einer Erhöhung des Liquiditätsrisikos, da nicht nur die Platzierung neuer Refinanzierungstitel erschwert ist, sondern auch bestehende Refinanzierungen gekündigt werden können.

1.1.3 Vertraglich vereinbarte Kündigungsrechte

Eine grobe Klassifikation von Formen des vertraglich vereinbarten Kündigungsrechts lässt sich an den Variablen „**kündbares Volumen**“ und „**Kündigungstermin**“ vornehmen. Zu unterscheiden sind dabei einerseits die im Volumen beschränkte und die vollständige Kündigung sowie andererseits die Kündigung zu festgelegten beziehungsweise wiederkehrenden Terminen und die jederzeitige Kündigung. Die Abbildung 13 zeigt die Kombinationen der beiden Variablen sowie entsprechende Produktbeispiele.

kündbares Volumen	Kündigungstermine		
	fix	wiederkehrend	jederzeit
vollständig	Callable Bonds		
fester Betrag / Prozentsatz	Darlehn mit beschränktem Sondertilgungsrecht		

Abbildung 13: Beispiele für Kündigungsrechte⁶¹

Callable Bonds (kündbare Anleihen) sind in der Regel vollständig kündbar. Dies kann zu einem bestimmten Zeitpunkt erfolgen oder aber auch zu mehreren oder wiederkehrenden Zeitpunkten, zum Beispiel den Kuponterminen. Die Emission kündbarer Anleihen ist im Gegensatz zu Kontinentaleuropa vor allem in den USA üblich.⁶² Im Kreditgeschäft der Banken treten diese Kündigungsrechte am ehesten im Firmenkundengeschäft oder im Geschäft mit öffentlichen Schuldnern auf. Im

⁶¹ Eigene Darstellung.

⁶² Vgl. Megginson, W. L. (1997), S. 405.

Privatkundengeschäft sind diese Rechte unüblich, da bereits weitgehende gesetzliche Regelungen existieren.

Darlehen mit beschränkten Sondertilgungsrechten erlauben dem Schuldner, zu vereinbarten Terminen Teile des Darlehens außerhalb des festgelegten Tilgungsplans zurückzuzahlen. Üblich ist, dass ein fester Prozentsatz des Nominalvolumens getilgt werden kann. Sind mehrere Termine festgelegt, können nicht ausgeübte Optionen oft auch an späteren Terminen nachgeholt werden. Die Sondertilgungstermine können auf einige Termine fixiert oder regelmäßig wiederkehrend sein, beispielsweise jährlich, ggf. unter Einhaltung einer Sperrfrist. Üblich sind auch zeitlich unbeschränkt wiederkehrende Termine, die allerdings eine Begrenzung auf ein Maximalvolumen haben, beispielsweise jährlich 5%, insgesamt aber nicht mehr als 20% des Nominalvolumens.

All diesen Kündigungsrechten ist gemein, dass sie im Gegensatz zum außerordentlichen gesetzlichen Kündigungsrecht üblicherweise keine Kompensationszahlung im Ausübungsfall vorsehen (es sei denn, dies wäre vertraglich vereinbart). Bei Kreditvergabe, insbesondere bei einem vollständigen Sondertilgungsrecht, ist die potenzielle negative Ergebniswirkung daher angemessen zu berücksichtigen.

1.1.4 Gesetzliche Kündigungsrechte

1.1.4.1 Überblick der gesetzlichen Kündigungsrechte

Die gesetzlichen Regelungen sowohl für den Verbraucher als auch für die Kreditinstitute nehmen eine herausgehobene Stellung ein, da sie unabhängig vom einzelnen Vertragsabschluss Gültigkeit für die Gesamtheit der Kreditgeschäfte haben. Die gesetzliche Verankerung von Kündigungsrechten ist neben der im deutschen Schuldrecht sowohl im europäischen als auch im transatlantischen Ausland üblich.⁶³

⁶³Vgl. Dübel, H.-J. / Köndgen, J. (2006), S. 96 f.

Das deutsche Schuldrecht im BGB⁶⁴ unterscheidet das ordentliche Kündigungsrecht gemäß § 489 BGB, das ausschließlich dem **Darlehensnehmer** gewährt wird, und das außerordentliche Kündigungsrecht gemäß § 490 BGB, das beiden Vertragsparteien zusteht^{65, 66}. Letztgenanntes Recht knüpft an die Regelungen für die Kündigung von Dauerschuldverhältnissen an, zu denen auch Darlehensverträge zählen. So wird in § 490, III BGB explizit darauf hingewiesen, dass auch die Regelungen zur Kündigung von Dauerschuldverhältnissen aus wichtigem Grund gemäß § 314 BGB Anwendung finden können.

Im Unterschied zur außerordentlichen Kündigung, die eines wichtigen Grundes bedarf, bezeichnet man eine Kündigung als ordentlich, wenn sie ohne besonderen Grund erfolgen darf⁶⁷. Das ordentliche Kündigungsrecht in § 489 BGB unterscheidet zunächst nach variabel verzinslichen Darlehen (§ 489, II) sowie nach festverzinslichen Darlehen ohne pfandrechtliche Besicherung (§ 489, I, Nr. 1 und Nr. 2). Eine herausgehobene Stellung nehmen festverzinsliche Darlehen mit pfandrechtlicher Besicherung ein (§ 489, I, Nr. 3).

Abbildung 14 zeigt die Struktur der gesetzlichen Kündigungsrechte.⁶⁸

⁶⁴ BGB (2012).

⁶⁵ § 490, I regelt dabei die Rechte des Darlehensgebers, § 490, II die des Darlehensnehmers.

⁶⁶ Genannt sei zur Vollständigkeit auch § 488, III BGB, der eine beiderseitige Kündigungsfrist von drei Monaten vorsieht, wenn für ein Darlehen eine Rückzahlungsfrist vereinbart ist.

⁶⁷ Vgl. Schwintowski, H.-P. / Schäfer, F.A. (2004), S. 555.

⁶⁸ Eine ähnliche Gliederung der Kündigungsrechte findet sich bei Reifner, der eine Fallunterscheidung danach trifft, ob bei Darlehensablösung durch den Darlehensnehmer eine Vorfälligkeitsentschädigung zu entrichten ist oder nicht. Demnach kann der Kunde unter § 489 BGB ohne Vorfälligkeitsentschädigung kündigen, bei § 490, II hat der das „berechtigte Interesse“ zu kündigen, ist aber zur Zahlung einer Vorfälligkeitsentschädigung verpflichtet. Eine dritte Kategorie stellen Kündigungen „ohne berechtigtes Interesse“ dar, die, wenn der Kreditgeber sie akzeptiert, mit einer frei gestaltbaren Entschädigungsleistung belegt werden kann. Vgl. Reifner, U. (2009), S.1775.

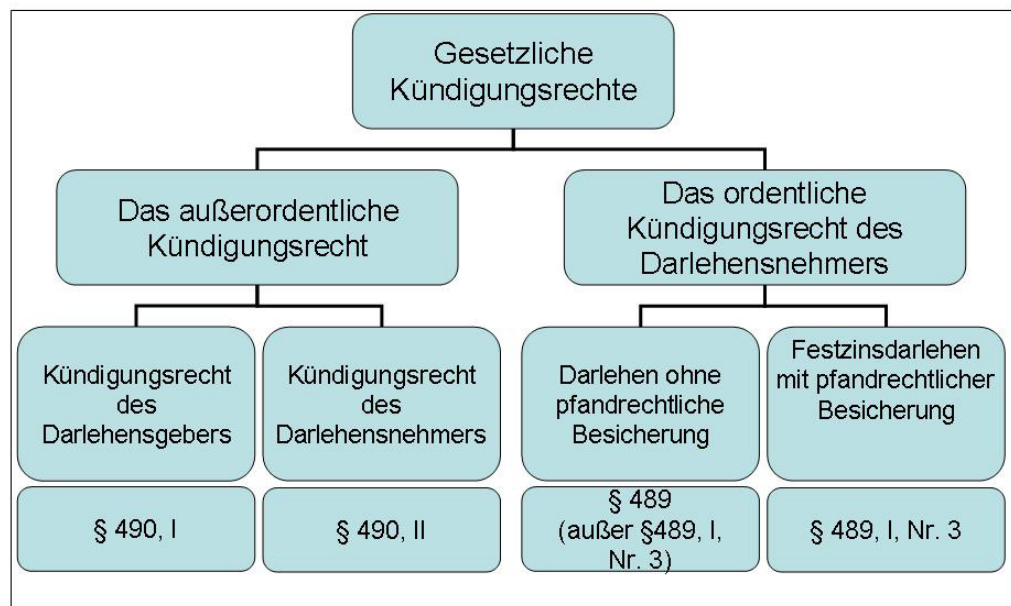


Abbildung 14: Gesetzliche Regelungen zum Darlehenskündigungsrecht⁶⁹

1.1.4.2 Das außerordentliche Kündigungsrecht

Das **außerordentliche Kündigungsrecht** für Darlehensverträge ist in § 490 BGB geregelt. § 490, III BGB stellt jedoch klar, dass neben den in Absätzen I und II genannten Kündigungsgründen auch die Regeln über den Wegfall der Geschäftsgrundlage (§ 313 BGB) und über die Kündigung aus wichtigem Grund (§ 314 BGB) Bestand haben. Demnach kann jeder Vertragsteil bei Vorliegen eines wichtigen Grundes das Dauerschuldverhältnis ohne Einhaltung einer Kündigungsfrist kündigen. Ein wichtiger Grund zur Kündigung nach § 314 BGB liegt vor, „... wenn dem kündigenden Teil ... die Fortsetzung des Vertragsverhältnisses ... nicht zugemutet werden kann“⁷⁰.

⁶⁹ Eigene Darstellung.

⁷⁰ Vgl. Schwintowski, H.-P. / Schäfer, F.A. (2004), S. 567.

Seitens des Darlehensnehmers liegt gemäß § 490, II BGB ein wichtiger Kündigungsgrund vor, wenn die als Sicherheit gestellten Grund- oder Schiffspfandrechte einer alternativen Verwendung zugeführt werden sollen⁷¹ oder die Immobilie aus beruflichen (beispielsweise Umzug wegen Arbeitgeberwechsels) oder privaten (beispielsweise Scheidung) Gründen verkauft werden soll⁷².

Der Darlehensgeber kann von seinem Kündigungsrecht dann Gebrauch machen, wenn eine schwerwiegende Pflichtverletzung vorliegt. Dies ist häufig bei ausbleibender Rückführung des Kredits gegeben, sofern diese von beträchtlichem Ausmaß ist⁷³. Voraussetzung für eine fristlose Kündigung ist allerdings die vorausgehende Anmahnung des Kunden sowie die Annahme, dass der Kunde seine Vertragsverstöße nicht einstellen wird.⁷⁴ Darüber hinaus liegt eine Pflichtverletzung vor, wenn der Kunde falsche Angaben über seine Vermögenslage macht, insbesondere dann, wenn diese wesentlichen Einfluss auf die Entscheidung der Kreditvergabe haben⁷⁵.

§ 490, I BGB nennt als wichtigen Kündigungsgrund explizit die tatsächliche oder drohende Verschlechterung der Vermögensverhältnisse des Darlehensnehmers oder einer von diesem gestellten Sicherheit, durch die die Rückerstattung des Darlehens, selbst unter Verwertung der Sicherheiten gefährdet ist. Bei Vorliegen dieser Gründe sieht § 490, I BGB eine Kündigung vor Auszahlung des Darlehens als „im Zweifel stets“, nach Auszahlung als nur „in der Regel“ möglich an.⁷⁶

Ausschlaggebend für die Kreditkündigung ist die Gefährdung des Rückerstattungsanspruchs. Das heißt, dass nur dann ein wichtiger Kündigungsgrund vorliegt, wenn aufgrund der Verschlechterung der Vermögensverhältnisse oder der Verschlechterung des Werts der Sicherheiten ein Kausalzusammenhang zum (drohenden) Ausfall der Darlehensforderung gegeben ist. Eine „akute

⁷¹ Vgl. Falter, M. (2009), S. 391.

⁷² Vgl. Rennert, G. (2012), S. 137.

⁷³ Der BGH hat hierzu eine Kündigung bejaht, bei der der Schuldner mit zwei aufeinander folgenden Tilgungsraten von über 10% der Darlehenssumme in Rückstand geriet. Vgl. hierzu Bruchner, H. (2007), S. 2203.

⁷⁴ Vgl. Bruchner, H. (2007), S. 2198.

⁷⁵ Vgl. Schwintowski, H.-P. / Schäfer, F.A. (2004), S. 569.

⁷⁶ Vgl. Falter, M. (2009), S. 389 f.

Ausfallgefährdung“ muss daher entweder objektiv vorliegen oder nach sorgfältiger Prüfung angenommen werden können.⁷⁷

Unter den Vermögensverhältnissen wird die gesamte wirtschaftliche und finanzielle Situation des Darlehensnehmers zusammengefasst. Dies schließt beispielsweise eine schlechte unternehmerische Entwicklung mit ein, sofern dadurch die Rückzahlung des Darlehens gefährdet ist. Eine vorübergehende Vermögensverschlechterung ist hingegen nicht zwangsläufig ausreichend, da dem Darlehensgeber eine Belassung des Darlehens im Zweifel zugemutet werden kann⁷⁸. Gleichermaßen gilt aber auch, dass der Darlehensgeber nicht gezwungen ist, die tatsächliche Verschlechterung der Vermögenssituation abzuwarten, wenn sich die Vermögensverschlechterung sichtbar abzeichnet⁷⁹.

Neben den Vermögensverhältnissen kommt auch den vom Darlehensnehmer oder einem Dritten bestellten Sicherheiten eine wichtige Rolle zu. So ist eine Kreditkündigung seitens des Darlehensgebers möglich, sofern sich der Wert dieser Sicherheiten wesentlich verschlechtert. Auch hierbei ist die gesamte wirtschaftliche Situation des Kunden zu berücksichtigen. Die Kündigung bei Verschlechterung der Sicherheiten ist nur dann zulässig, wenn dadurch der Rückerstattungsanspruch gefährdet ist. Ein Kündigungsgrund liegt aber beispielsweise dann vor, wenn der Darlehensnehmer der Forderung der Bank zur Bestellung oder Verstärkung von Sicherheiten innerhalb einer von der Bank gesetzten Frist nicht nachkommt.⁸⁰

⁷⁷ Vgl. Berger, K. (2004), S. 829.

⁷⁸ Vgl. Schwintowski, H.-P. / Schäfer, F.A. (2004), S. 570.

⁷⁹ Vgl. Berger, K. (2004), S. 829.

⁸⁰ Vgl. Schwintowski, H.-P. / Schäfer, F.A. (2004), S. 570.

1.1.4.3 Das ordentliche Kündigungsrecht für nicht pfandrechtlich besicherte Darlehen

Im Gegensatz zur außerordentlichen Kündigung ist für eine ordentliche Kündigung keine Angabe von Gründen notwendig. Abhängig von den Vereinbarungen über den Rückerstattungszeitraum sowie über die Veränderlichkeit des Zinssatzes sind jedoch bestimmte Kündigungsfristen einzuhalten, die in den §§ 488 und 489 BGB geregelt sind.

Sofern zwischen den Vertragsparteien **keine Vereinbarung über den Rückerstattungszeitraum** eines Darlehens getroffen worden ist, erfolgt gemäß § 488, III BGB die Fälligestellung dieses Darlehens durch Kündigung.⁸¹ Die Kündigungsfrist ist im BGB für beide Vertragsparteien auf drei Monate festgelegt. Die allgemeinen Geschäftsbedingungen der Kreditinstitute weichen von dieser Frist allerdings zu Gunsten des Kreditnehmers ab.⁸² Demnach kann dieser die gesamte oder Teile der Geschäftsbeziehung jederzeit ohne Einhaltung einer Frist kündigen, wohingegen für die Bank weiterhin die dreimonatige Frist des § 488, III BGB gilt.

Ist hingegen der **Rückzahlungszeitraum festgelegt**, trifft § 489 BGB folgende Fallunterscheidungen:

a) **Darlehen mit veränderlichem Zins** sind nach § 489, II BGB jederzeit unter Einhaltung einer Frist von drei Monaten kündbar. Im Sinne des Gesetzgebers ist ein Zinssatz dann als veränderlich anzusehen, wenn eine Veränderung des Zinssatzes jederzeit eintreten kann.⁸³ Dies ist zum einen bei Gleitklauseln gegeben, die den Vertragszins an die Höhe eines vereinbarten Referenzzinssatzes wie EURIBOR oder EONIA koppeln⁸⁴. Zum anderen gilt auch ein Zinssatz als veränderlich, für den eine Zinsanpassungsklausel vereinbart wurde. Der Darlehensgeber ist in diesem Fall berechtigt, im Falle von verschlechterten Refinanzierungsbedingungen eine Erhöhung

⁸¹ Vgl. Schwintowski, H.-P. / Schäfer, F.A. (2004), S. 556.

⁸² Vgl. § 18, I AGB. Vgl. AGB (2012).

⁸³ Vgl. Bruchner, H. (2007), S. 2171.

⁸⁴ Vgl. Berger, K. (2004), S. 822.

des Vertragszinseszinses vorzunehmen. Bei verbesserten Refinanzierungsmöglichkeiten ist er entsprechend verpflichtet, den Vertragszins zu ermäßigen.⁸⁵

b) Die Kündigung von **Darlehen mit auslaufender Zinsbindung** bezieht sich gemäß § 489, I, Nr. 1 auf Darlehen, deren Zinsvereinbarung vor Ende der Laufzeit endet. In diesem Fall ist der Darlehensgeber berechtigt, an Stelle des ausgelaufenen Festzinses einen variablen Zins zu erheben. Um für den Darlehensnehmer „Waffengleichheit“ zu schaffen, räumt der Gesetzgeber diesem eine Kündigungsfrist von einem Monat ein.⁸⁶

Zum anderen bezieht sich § 489, I, Nr. 1 auf so genannte „Roll-over-Darlehen“, bei denen innerhalb der Kreditlaufzeit eine periodische Zinsanpassung an einen Referenzzinssatz wie zum Beispiel den EURIBOR erfolgt. Nach einem erfolgten Zinsfixing ist der Darlehenszins bis zum nächsten Fixingtermin fest. Sofern die Anpassungsperioden maximal eine Länge von einem Jahr haben, ist eine Kündigung seitens des Darlehensnehmers lediglich für den jeweils nächsten Anpassungstermin möglich.⁸⁷

c) Die Kündigung von **„Verbraucherdarlehen“ ohne pfandrechtliche Besicherung** regelt § 489, I, Nr. 2. Demnach darf ein Darlehen, das einem Verbraucher geschuldet ist und nicht durch ein Grund- oder Schiffspfandrecht gesichert ist, sechs Monate nach Empfang mit einer Frist von drei Monaten gekündigt werden. Somit ist das Kündigungsrecht an zwei Bedingungen gebunden⁸⁸:

- Erstens muss es sich beim Darlehensnehmer um einen Verbraucher handeln, da diese Personengruppe nach Ansicht des Gesetzgebers besondere Schutzbedürftigkeit aufweist. Anders als Unternehmen können Verbraucher im Regelfall wenig Einfluss auf den Vertragszins nehmen und bedürfen daher eines Kündigungsrechts, um bei Marktzinsänderungen mit der Bank neu verhandeln

⁸⁵ Vgl. Bruchner, H. (2007), S. 2171.

⁸⁶ Vgl. Schwintowski, H.-P. / Schäfer, F.A. (2004), S. 565 f.

⁸⁷ Vgl. Bruchner, H. (2007), S. 2166.

⁸⁸ Vgl. Falter, M. (2009), S. 391.

zu können.⁸⁹ Der Verbraucherbegriff setzt zum einen voraus, dass es sich beim Darlehensnehmer um eine natürliche Person handelt. Zum anderen darf das Darlehen nicht für eine selbständige oder gewerbliche berufliche Tätigkeit verwendet werden.⁹⁰ Es kommt daher auf die im Zeitpunkt des Vertragsabschlusses zwischen den Vertragsparteien vereinbarte Zweckbestimmung an.

- Zweitens gilt das Kündigungsrecht des § 489, I, Nr. 2 nicht für pfandrechtlich besicherte Darlehen. Aus verbraucherpolitischer Sicht ist fraglich, warum ein „... Verbraucher, dessen Kredit durch ein Grund- oder Schiffspfandrecht gesichert ist, keinen Schutz benötigt ...“.⁹¹ Offensichtlich ist der Gesetzgeber hier der Kreditwirtschaft entgegen gekommen, um eine laufzeitkongruente Refinanzierung der im Allgemeinen langfristigen Hypothekenkredite zu gewährleisten.

Nicht eindeutig geregelt ist, ab welchem Grad der pfandrechtlichen Besicherung das Kündigungsrecht gemäß § 489, I, Nr. 2 BGB ausgeschlossen ist. Dies ist auch in der Literatur umstritten. Denkbar ist, das Kündigungsrecht nach § 489, I, Nr. 2 BGB nur für den vollständig pfandrechtlichen besicherten Teil des Darlehens auszuschließen. Dies hätte allerdings eine Aufspaltung des Darlehens in zwei Teile mit unterschiedlichen Kündigungsrechten zur Folge. Die Aufspaltung des Darlehensbetrags hinge zudem von der mit Unsicherheit behafteten ökonomischen Bewertung der Sicherheiten ab. Dies spricht daher dafür, einen Ausschluss des Kündigungsrechts nach § 489, I, Nr. 2 BGB erst bei einem vollständig pfandrechtlich besicherten Darlehen zu unterstellen.⁹²

Eine alternative Sichtweise ist, dass eine überwiegende pfandrechtliche Besicherung des Darlehens zum Ausschluss des Kündigungsrechts nach § 489, I, Nr. 2 ausreicht.⁹³

⁸⁹ Vgl. Schwintowski, H.-P. / Schäfer, F.A. (2004), S. 566.

⁹⁰ Vgl. Berger, K. (2004), S. 817 f.

⁹¹ Vgl. Schwintowski, H.-P. / Schäfer, F.A. (2004), S. 566.

⁹² Vgl. Berger, K. (2004), S. 820.

⁹³ Vgl. Bruchner, H. (2007), S. 2165.

d) Bei **pfandrechtlich besicherten Festzinsdarlehen** ist eine Kündigung erst nach Ablauf von zehn Jahren mit einer Frist von sechs Monaten möglich. Auf diesen Ausnahmefall wird im folgenden Kapitel noch einmal gesondert eingegangen.

Neben den genannten Kündigungsrechten stellt § 489 BGB noch folgende Bedingungen für die Vertragsparteien auf:

Zum einen gilt nach § 489, III BGB die Kündigung seitens des Kreditnehmers als nicht wirksam, wenn dieser den geschuldeten Betrag nicht binnen zwei Wochen zurückzahlt. Hiermit soll ausgeschlossen werden, dass der Darlehensnehmer nach erfolgter Kündigung, aber noch vor Rückzahlung des Darlehens nur den Verzugszins und nicht den Darlehenszins zahlen muss.

Zum anderen verbietet § 489, IV BGB den vertraglichen Ausschluss oder die Erschwerung des Kündigungsrechts. So ist beispielsweise eine Verlängerung der Kündigungsfristen unzulässig. Der Kreditnehmer kann somit allerdings auch nicht unter Gewährung eines Zinsnachlasses auf sein Kündigungsrecht verzichten. Ebenfalls unzulässig ist die Vereinbarung einer Vertragsstrafe, beispielsweise in Form einer Vorfälligkeitsentschädigung, für den Fall der Ausübung des Kündigungsrechts. Möglich und wie in den AGB⁹⁴ zur Ergänzung des § 488, III durchaus praktiziert ist aber eine Besserstellung des Kreditnehmers.⁹⁵ Auch ein Hinauszögern des Kündigungsrechts durch Zurückhalten eines „... im Verhältnis zur Gesamtvaluta verschwindend geringen...“ Restbetrags durch den Darlehensgeber, stellt einen Umgehungstatbestand dar.⁹⁶ Eine Ausnahme hiervon bilden Darlehen an die öffentliche Hand sowie ausländische Gebietskörperschaften⁹⁷. Für diese darf das Kündigungsrecht vollständig ausgeschlossen werden.

⁹⁴ Vgl. AGB (2012).

⁹⁵ Vgl. Bruchner, H. (2007), S. 2168.

⁹⁶ Vgl. Berger, K. (2004), S. 821.

⁹⁷ Explizit genannt sind der Bund, ein Sondervermögen des Bundes, ein Land, eine Gemeinde, ein Gemeindeverband und die Europäische Gemeinschaft.

1.1.4.4 Das ordentliche Kündigungsrecht für pfandrechtlich besicherte Festzinsdarlehen

§ 489, I, Nr. 3 BGB bildet eine Art Restgröße für alle Fälle von Kündigungsrechten, die nicht explizit geregelt sind. Ist keine feste Zinsbindung bestimmt, so gilt § 488, III BGB. Handelt es sich um ein variables Darlehen, greift § 489, II BGB. Bei auslaufender Zinsbindung und Roll-over-Krediten ist § 489, I, Nr. 1 BGB anzuwenden und bei einem nicht pfandrechtlich besicherten Verbraucherdarlehen gewährt § 489, I, Nr. 2 BGB ein relativ großzügiges Kündigungsrecht.

Zwar heißt es in § 489, I, Nr. 3 BGB, ein Darlehen ist „in jedem Fall nach Ablauf von zehn Jahren nach vollständigem Empfang unter Einhaltung einer Kündigungsfrist von sechs Monaten...“ kündbar. Aufgrund der deutlich umfassenderen Kündigungsrechte der oben beschriebenen Darlehen, bezieht sich § 489, I, Nr. 3 BGB faktisch nur noch auf pfandrechtlich besicherte Darlehen sowie auf Darlehen, die nicht einem Verbraucher gewährt wurden.

1963 wurde mit § 247, II, Nr. 2 BGB ein Kündigungsausschluss von zehn Jahren für pfandrechtlich besicherte Darlehen eingeführt. Da die betroffenen Hypotheken- und Schiffsbanken ihre Darlehen als Deckungsmasse ihrer emittierten Schuldverschreibungen einbringen, soll zum einen die emittierende Bank geschützt werden, da ihr als Emittent nach § 247, II, Nr. 1 BGB kein Kündigungsrecht zusteht. Zum anderen gilt dieser Schutz den Kapitalanlegern, da die von ihnen erworbenen Schuldverschreibungen im Falle von Darlehenskündigungen einer Verringerung des Deckungsstocks unterworfen sind.

Eine Darlehenskündigung nach § 489, I, Nr. 3 BGB ist nach Ablauf eines Kündigungsausschlusses jederzeit mit einer Frist von sechs Monaten möglich. Der Kündigungsausschluss beträgt hierbei zehn Jahre, sodass die Kündigungswirkung frühestens nach zehneinhalb Jahren eintreten kann. Dieser Zeitraum begrenzt zudem die gesetzlich geschützte Zinserwartung des Darlehensgebers. Innerhalb dieser Zeitspanne

kann dieser bei Kündigung des Darlehens eine Vorfälligkeitsentschädigung verlangen.⁹⁸ Der Kündigungsausschluss von zehn Jahren beginnt mit dem vollständigen Empfang des Darlehens durch den Kreditnehmer. Dies trägt der gängigen Praxis von Baufinanzierungen Rechnung, bei der einzelne Tranchen des Darlehens nach Baufortschritt ausbezahlt werden. Der vollständige Empfang tritt daher mit dem Erhalt der letzten Darlehensrate ein⁹⁹.

Sofern nach Vollvalutierung des Darlehens eine neue Vereinbarung über den Zinssatz oder den Rückzahlungszeitpunkt getroffen wird, tritt der Zeitpunkt dieser Vereinbarung an die Stelle des Auszahlungsdatums, sodass der Kündigungsausschluss ab diesem Datum erneut gilt. Dies ist zum Beispiel bei einer klassischen Darlehensprolongation der Fall. Eine bloße Änderung der Tilgungsraten, von der die Gesamtlaufzeit unbeeinflusst bleibt, stellt keine neue Vereinbarung im Sinne des § 489, I, Nr. 3 BGB dar¹⁰⁰.

1.2 Betrachtete Kündigungsrechte und Zielsetzung der Bewertung

1.2.1 Kündigungsrechte im Privatkundenkreditgeschäft

Im Rahmen dieser Arbeit werden diejenigen Kündigungsrechte für Festzinsdarlehen näher betrachtet, die für das Privatkundengeschäft typisch und von der Materialität wesentlich sind. Dies sind:

1. Das vertragliche Recht zur regelmäßigen Sondertilgung.
2. Das gesetzliche Kündigungsrecht zur teilweisen oder vollständigen Sondertilgung nach Ablauf von zehn Jahren.

⁹⁸ Vgl. Berger, K. (2004), S. 821.

⁹⁹ Vgl. Hopt, K. / Mülberr, P. O. (1990), S. 16.

¹⁰⁰ Vgl. Hopt, K. / Mülberr, P. O. (1990), S. 16.

3. Das gesetzliche Recht zur jederzeitigen außerordentlichen Kündigung aus wichtigem Grund.

Das regelmäßige Sondertilgungsrecht kann dem Kunden bei Vertragsabschluss eingeräumt werden. Hierbei sind verschiedene Ausprägungen denkbar, insbesondere können Tilgungshöhe und Tilgungstermin differieren¹⁰¹. So gibt es Vereinbarungen zu festen Tilgungsbeträgen oder zu Prozentsätzen in Abhängigkeit der Restschuld. Auch kann unterschieden werden, ob die Sondertilgungsrechte innerhalb eines festgelegten Zeitraums jederzeit oder nur zu festen Terminen ausgeübt werden können. Darüber hinaus gibt es Vereinbarungen, nach denen nicht ausgeübte Rechte in den Folgeperioden nachgeholt werden können.¹⁰² Da es sich bei den Sondertilgungsrechten um vertraglich vereinbarte Rechte handelt, wird die Ausübung der Rechte nicht mit der Zahlung einer Vorfälligkeitsentschädigung belegt. Dafür ist aber die Vereinbarung einer Optionsprämie möglich, die die Darlehenskondition des Kunden verteuert.

In der Praxis ist die Einräumung eines Sondertilgungsrechts durchaus üblich und vielfach erfolgt diese unentgeltlich. Anhang 1 zeigt die Baufinanzierungskonditionen der Top-30-Anbieter des Vergleichsportals FMH-Finanzberatung bei Variation des Sondertilgungsvolumens von 0%, 5% und 10%, bezogen auf das Nominalvolumen.¹⁰³ Beim Vergleich der Darlehenskonditionen mit einem Volumen des Sondertilgungsrechts von 0% und 5% lässt sich feststellen, dass 28 der Top-30-Anbieter keinerlei Anpassung der Darlehenskondition vornehmen. Lediglich die Deutsche Bank sowie die Münchner Hypothekenbank verteuern ihre Konditionen um 5 beziehungsweise 4 Basispunkte. Bei einer Abfrage der Anbieter, die ein Sondertilgungsvolumen von 10% anbieten, zeigt sich, dass ein entsprechendes Recht nur noch von insgesamt fünf Banken (als Standardkondition) angeboten wird. Die Darlehenskonditionen bleiben hierbei bei einem Anbieter gegenüber dem Sondertilgungsrecht von 0% unverändert. Ein Anbieter verteuert sein

¹⁰¹ Vgl. Rösler, P. / Wimmer, K. / Lang, V. (2003), S.127.

¹⁰² Vgl. Gramatke, W. C. (2011), S. 49.

¹⁰³ Quellenangaben siehe Anhang A1.

Baufinanzierungsdarlehen um 27 Basispunkte, die übrigen drei Anbieter um jeweils 10 Basispunkte.

Der Effekt einer Sondertilgung über 10% des Ursprungsbetrags wird am Beispiel eines endfälligen 10-Jahres-Darlehens über 100 T€ mit einem Nominalzins von 5,75% und jährlicher Zinszahlung in Höhe von 5.750 € ($100 \text{ T€} \times 5,75\%$) illustriert. Übt der Kunde nach einem Jahr Laufzeit ein Sondertilgungsrecht aus, verringert sich die Restschuld, die er am Ende der Zinsbindung zurückzahlen muss, um den Sondertilgungsbetrag (hier: 10 T€). Im Zeitraum nach erfolgter Sondertilgung und bis zum Ende der Zinsbindung reduziert sich die laufende Zinszahlung entsprechend auf $90 \text{ T€} \times 5,75\% = 5.175 \text{ €}$. Hieraus ergibt sich der in Abbildung 15 dargestellte Differenzzahlungsstrom.

Sofern jedes Jahr eine Sondertilgung erfolgen darf, entspricht das Sondertilgungsrecht einer Abfolge von Bondoptionen auf einen jährlich kürzer werdenden Zahlungsstrom, mit dem Darlehenszins als Kupon. Geht man davon aus, dass die vereinbarten Sondertilgungen jeweils einmal am Ende eines jeden Laufzeitjahres in fester Höhe erfolgen dürfen, entspricht jedes der Sondertilgungsrechte einer europäischen Option auf einen Teil des Darlehenszahlungsstroms.¹⁰⁴ Der Gesamtwert des Sondertilgungsrechts entspricht dann der Summe der europäischen Optionen aller jährlichen Sondertilgungsrechte bis maximal zur Höhe der Restschuld.

¹⁰⁴ Vgl. Gramatke, W. C. (2011), S. 49.

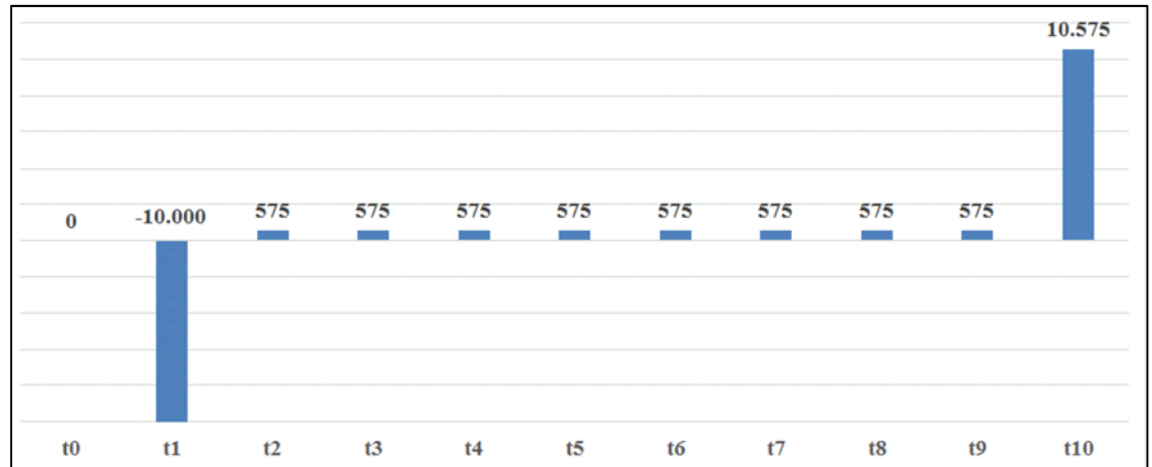


Abbildung 15: Differenzzahlungsstrom bei Sondertilgung¹⁰⁵

Beim ordentlichen gesetzlichen Kündigungsrecht nach § 489, I, Nr. 3 BGB sowie beim außerordentlichen gesetzlichen Kündigungsrecht handelt es sich um amerikanische Optionen, bei denen sich lediglich der Beginn der möglichen Ausübung unterscheidet. Beim außerordentlichen Kündigungsrecht beginnt die mögliche Ausübung sofort, beim ordentlichen Kündigungsrecht nach zehn Jahren¹⁰⁶. Darüber hinaus ist das Risiko des Stillhalters beim außerordentlichen Kündigungsrecht durch die Möglichkeit zur Vereinnahmung der Vorfalligkeitsentschädigung deutlich begrenzt.

Die ökonomische Wirkung einer vollständigen Kündigung soll anhand eines Beispiels verdeutlicht werden: Eine Bank vergibt in t_0 ein 10-jähriges endfälliges Darlehen über 100.000€, welches in t_2 vom Kreditnehmer vorzeitig gekündigt wird. Im Zeitpunkt t_0 herrsche das in Abbildung 16 (linker Teil) dargestellte Zinsniveau am Geld- und Kapitalmarkt (GKM). Der in t_0 vereinbarte Kundenzins des Darlehens sei 5,75%. Dieser setze sich aus der Kapitalmarktopportunität von 4,75% für eine zehnjährige Laufzeit (siehe Abbildung 16, linker Teil) und einer Konditions-¹⁰⁷margin von 1,00% zusammen.

¹⁰⁵ Eigene Darstellung.

¹⁰⁶ Hinzu kommt eine Sperrfrist von sechs Monaten.

¹⁰⁷ Beide Begriffe stehen im Zusammenhang mit dem Gedanken der Ergebnisspaltung. Demnach gilt: „Der spezifische Ergebnisbeitrag eines Kreditgeschäfts besteht darin, höhere Zinserlöse zu erbringen als

GKM-Zinskurve in t_0		GKM-Zinskurve in t_2	
1 Tag	2,00	1 Tag	2,25
1 Monat	2,00	1 Monat	2,25
3 Monate	2,00	3 Monate	2,25
6 Monate	2,25	6 Monate	2,50
1 Jahr	2,50	1 Jahr	2,75
2 Jahre	2,75	2 Jahre	3,00
3 Jahre	3,00	3 Jahre	3,25
4 Jahre	3,25	4 Jahre	3,50
5 Jahre	3,50	5 Jahre	3,75
6 Jahre	3,75	6 Jahre	4,00
7 Jahre	4,00	7 Jahre	4,25
8 Jahre	4,25	8 Jahre	4,50
9 Jahre	4,50	9 Jahre	4,75
10 Jahre	4,75	10 Jahre	5,00
11 Jahre	5,00	11 Jahre	5,25
12 Jahre	5,25	12 Jahre	5,50
13 Jahre	5,50	13 Jahre	5,75
14 Jahre	5,75	14 Jahre	6,00
15 Jahre	6,00	15 Jahre	6,25

Abbildung 16: Kassa-Zinskurven in t_0 und t_2 ¹⁰⁸

Entsprechend der Zusammensetzung des Kundenzinseszinses setzt sich der Barwert des Kreditgeschäfts aus einer marktpreisinduzierten und einer konditionsbeitragsinduzierten Komponente zusammen. Im Zeitpunkt des Geschäftsabschlusses ist der marktpreisinduzierte Barwert gleich Null, da dieser genau der Kapitalmarktopportunität entspricht und damit die Zielsetzung der Ergebnisspaltung verfolgt wird, den spezifischen Ergebnisbeitrag des Darlehens herauszulösen. Dieser entspricht im vorliegenden Fall gerade der Überrendite zur Kapitalmarktopportunität und beträgt

eine alternative Anlage am Geld- und Kapitalmarkt mit vergleichbarer Qualität (Zinsbindung, Laufzeit und Währung).“ Vgl. Schierenbeck, H. (2003), S. 81.

¹⁰⁸ Eigene Darstellung.

jährlich 1,00% beziehungsweise 1.000€. Abgezinst mit der GKM-Zinskurve auf den Zeitpunkt t_0 sind dies 8.100€.¹⁰⁹ Die Vorgehensweise bei der Ermittlung des Barwerts wird in Abbildung 17 verdeutlicht.

Zeitpunkt	Abzinsfaktor	Zahlungsstrom	Kapitalmarktopportunität	Marktpreis-induzierter Barwert	Konditions-marge	Konditions-beitrags-barwert	Gesamt-barwert
t_0	1,00	-100.000	-100.000	-100.000	0	0	
t_1	0,98	5.750	4.750	4.634	1.000	976	
t_2	0,95	5.750	4.750	4.499	1.000	947	
t_3	0,91	5.750	4.750	4.346	1.000	915	
t_4	0,88	5.750	4.750	4.176	1.000	879	
t_5	0,84	5.750	4.750	3.992	1.000	840	
t_6	0,80	5.750	4.750	3.796	1.000	799	
t_7	0,76	5.750	4.750	3.589	1.000	756	
t_8	0,71	5.750	4.750	3.373	1.000	710	
t_9	0,66	5.750	4.750	3.150	1.000	663	
t_{10}	0,62	105.750	104.750	64.445	1.000	615	
SUMME				0		8.100	8.100

Abbildung 17: Zusammengesetzte Ergebniswirkung eines Darlehens in t_0 ¹¹⁰

Gilt in t_2 die in Abbildung 16 (rechter Teil) dargestellte Zinskurve, stellt sich das barwertige Ergebnis des Darlehensgeschäfts wie in Abbildung 18 dar. Der Gesamtbarwert setzt sich wie in t_0 aus zwei Komponenten zusammen, wobei der marktpreisinduzierte Barwert nun größer als Null ist. Für die Restlaufzeit von 8 Jahren liegt der Kapitalmarktzins bei 4,50% (siehe Abbildung 16, rechter Teil). Der Kapitalmarktzins im Zeitpunkt t_0 für die gesamte Darlehenslaufzeit betrug 4,75%. Im Zeitpunkt t_2 ergibt sich hieraus, unter Berücksichtigung des dann geltenden Zinsniveaus, ein marktpreisinduzierter Barwert von 1.688€. Dies entspricht dem Wert, der sich ergeben würde, wäre in t_0 nicht in ein Darlehensgeschäft investiert worden,

¹⁰⁹ Zur Bildung von (Zerobond-) Abzinsfaktoren aus der Zinsstrukturkurve siehe auch: Rolfes, B. (2003), Zweiter Teil, B, III.1 (S. 171 ff.).

¹¹⁰ Eigene Berechnungen.

sondern in die Kapitalmarktopportunität, beispielsweise eine Anleihe mit einem Zinskupon von 4,75%. Hinzu kommt ein Barwert von 6.751€, der aus der Diskontierung der Konditionsmarge stammt. Der Gesamtbarwert summiert sich so auf 8.439€. Dieser Betrag entspricht in t_2 dem Wert des Restzahlungsstroms des Darlehens. Kündigt der Kreditnehmer in t_2 , so ist dies der ökonomische Verlust der Bank.

Zeitpunkt	Abzinsfaktor	Zahlungsstrom	Kapitalmarktopportunität	Marktpreis-induzierter Barwert	Konditions-marge	Konditions-beitrags-barwert	Gesamt-barwert
t_0							
t_1							
t_2	1,00	-100.000	-100.000	-100.000	1.000		
t_3	0,97	5.750	4.750	4.623	1.000	973	
t_4	0,94	5.750	4.750	4.477	1.000	943	
t_5	0,91	5.750	4.750	4.314	1.000	908	
t_6	0,87	5.750	4.750	4.136	1.000	871	
t_7	0,83	5.750	4.750	3.944	1.000	830	
t_8	0,79	5.750	4.750	3.741	1.000	788	
t_9	0,74	5.750	4.750	3.528	1.000	743	
t_{10}	0,70	105.750	104.750	72.926	1.000	696	
SUMME				1.688		6.751	8.439

Abbildung 18: Zusammengesetzte Ergebniswirkung eines Darlehens in t_2 ¹¹¹

1.2.2 Verwendung der Bewertungsergebnisse im Rahmen der bankbetrieblichen Performancemessung

Bevor ein Einstieg in die Herleitung von Bewertungsverfahren der verschiedenen Kündigungsrechte erfolgt, soll zunächst die Zielsetzung der Bewertung konkretisiert werden, damit die späteren Ergebnisse daraufhin geprüft werden können, ob sie mit dieser Zielsetzung übereinstimmen. Hierbei wird unterschieden zwischen grundsätzlichen Anforderungen an die Bewertungsergebnisse und speziellen

¹¹¹ Eigene Berechnungen.

Anforderungen, die im Rahmen der internen Leistungsverrechnung und der hierfür erforderlichen Ermittlung von Verrechnungspreisen relevant sind.

Auf die grundsätzlichen Anforderungen soll nur kurz eingegangen werden, da diese durch die vielzitierten „Anforderungen an eine steuerungsadäquate Marge“¹¹² bereits umfassend formuliert worden sind.¹¹³ Demnach soll die Marge zwei wesentliche Funktionen erfüllen, nämlich zum einen die Informationsfunktion und zum anderen die Funktion der Verhaltenssteuerung. Beide Funktionen bedingen einander: Die Informationsfunktion ist die Grundvoraussetzung für eine Verhaltenssteuerungsfunktion, letztlich aber wertlos, wenn die gewonnenen Informationen nicht zur Verhaltenssteuerung eingesetzt werden.¹¹⁴ Um diese Funktionen abdecken zu können, müssen folgende Anforderungen erfüllt sein:

- Das Postulat der grenznutzenorientierten Einzelbewertung:

Dieses besagt im Wesentlichen, dass jedes Einzelgeschäft so zu bewerten ist, dass dessen zusätzlicher Beitrag zum Gesamtergebnis messbar wird. Übertragen auf die Kalkulation von Kündigungsrechten ist somit zu quantifizieren, welche zusätzlichen Kosten durch die Vergabe von Kündigungsrechten an den Kunden verursacht werden.

- Das Postulat der „richtigen“ Ergebnisinformation:

Hierunter fallen die Kriterien Sicherheit der kalkulierten Marge, Daten-Aktualität, Objektivität und Erfolgsquellenabgrenzung. Letzteres Kriterium setzt die Isolation bestimmter Ergebniskomponenten voraus, damit diese den Steuerungseinheiten zugewiesen werden können, die diese auch zu verantworten haben.

- Das Postulat der integrierten Ergebnisrechnung:

¹¹² Vgl. Schierenbeck, H. / Rolfes, B. (1988), S. 11 ff.

¹¹³ Vgl. hierzu auch Schierenbeck, H. (2003), S. 44 ff., Paul, S. / Schwarz, M. (2006), S. 492 f., Gramatke, W.C. (2011), S. 159 ff.

¹¹⁴ Vgl. Schierenbeck, H. / Rolfes, B. (1988), S. 12 f.

Zu einer integrierten Ergebnisrechnung gehört die Anforderung an eine Identität der Entscheidungsgrundlagen. Dies bedeutet unter anderem, dass die verwendeten Informationen der Vorkalkulation einer späteren Analyse standhalten müssen.¹¹⁵ Eine weitere Anforderung ist die Identität zwischen Gesamterfolg und Summe der Einzelgeschäftserfolge.

- Als zusätzliche Anforderungen können Transparenz, Nachvollziehbarkeit, Akzeptanz und ein vernünftiges Kosten-Nutzen-Verhältnis genannt werden.¹¹⁶

Um die gesteckten Anforderungen bereits in der Einzelgeschäftskalkulation erfüllen zu können, müssen dessen Ergebnisbeiträge verursachungsgerecht aufgespalten und zugeordnet werden sowie um Kostenkomponenten ergänzt werden. Als Verrechnungspreise können hierzu entweder externe oder interne Marktpreise verwendet werden, wobei erstgenannten aufgrund ihrer Objektivität stets der Vorzug zu geben ist.¹¹⁷ Bei der Spaltung des Betriebsergebnisses auf die ergebnisverantwortlichen Einheiten der Bank findet man die Ergebnisverrechnung über Marktpreise klassischerweise in der Spaltung des Zinsüberschusses in Konditionsbeitrag und Strukturbeitrag zwischen Markteinheiten und der Treasury-Einheit.¹¹⁸ Grundgedanke hierbei ist, das derjenige Teil des Zinsüberschusses, der jederzeit durch Geschäfte am Geld- und Kapitalmarkt generiert werden kann (Fristen- und Währungstransformation), abgetrennt wird und dem Treasuryergebnis zugerechnet wird. Als Marktergebnis verbleibt so das isolierte Kundengeschäftsergebnis als Zusatzertrag oder Minderaufwand eines struktur- und laufzeitgleichen Geld- und Kapitalmarktgeschäfts.

¹¹⁹

Die Verwendung von internen Marktpreisen kommt üblicherweise bei den Kosten für Adressausfallrisiken und den Betriebskosten zum Einsatz. Die entsprechenden

¹¹⁵ Vgl. Schierenbeck, H. / Rolfes, B. (1988), S. 16.

¹¹⁶ Vgl. Schierenbeck, H. (2003), S. 49 ff.

¹¹⁷ Grundsätzlich existieren drei Formen von Verrechnungspreisen: (externe) Marktpreise, Grenzkosten- und Knappheitspreise (interner Markt). Vgl. hierzu Meyer zu Selhausen (2001), S. 323 f.

¹¹⁸ Vgl. Rinker, A. (1997), S. 107.

¹¹⁹ Vgl. Schierenbeck, H. (2003), S. 71 ff.

Ergebnisbeiträge werden dem Einzelgeschäft über standardisierte Kostensätze belastet, die nach internen Modellen ermittelt wurden. Für das Adressausfallrisiko sind dies die Standardrisiko-Kosten, für Betriebskosten sind dies Standard-Stückkosten. Der Einsatz dieser Standard-Kosten erfolgt aus zweierlei Gründen: Erstens ist eine Einzelgeschäftskalkulation dieser Kostenkomponenten nur eingeschränkt möglich oder zu aufwendig. Zweitens gibt es nur einen sehr eingeschränkten externen Markt für diese Kosten, sodass diese nicht bei Geschäftsabschluss tatsächlich sicher und realisierbar. Wohingegen die Trennung von Konditions- und Strukturbeitrag durch entsprechende Marktgeschäfte tatsächlich realisierbar ist und somit für die gesamte Geschäftslaufzeit fix bleibt, sind die noch in der Zukunft anfallenden Betriebskosten, insbesondere aber die Adressrisikokosten mit großer Unsicherheit behaftet. Die tatsächliche Realisation dieser Kosten steht somit erst mit Auslauf des Geschäfts exakt fest. Dies ist zumindest bei den Risikokosten der Fall, da die Ist-Kosten eines Kreditausfalls am Einzelgeschäft eindeutig quantifizierbar sind. Bei den Betriebskosten hingegen ist ein Einzelgeschäftsbezug nur für sehr wenige Kostenbestandteile möglich.

Diese Herausforderungen werden bei der Verrechnung der Standard-Kostenkomponenten üblicherweise dadurch gelöst, dass den Vertriebseinheiten zwar die kalkulatorischen Standard-Kosten belastet werden, diese aber gemäß dem Versicherungsprinzip von den anfallenden Ist-Kosten freigestellt werden. Die Ist-Kosten werden separaten Einheiten belastet, die im Ausgleich hierzu die den Vertriebseinheiten belasteten Standard-Kosten gutgeschrieben bekommen (siehe Abbildung 19). Der Ergebnisbeitrag dieser Einheiten zum Gesamtergebnis der Bank bildet sich als Saldo aus gutgeschriebenen Standard-Kosten und belasteten Ist-Kosten. Für die Adressrisikokosten wird dieser Saldo als Risikoergebnis bezeichnet, für die Betriebskosten als Produktivitätsergebnis.

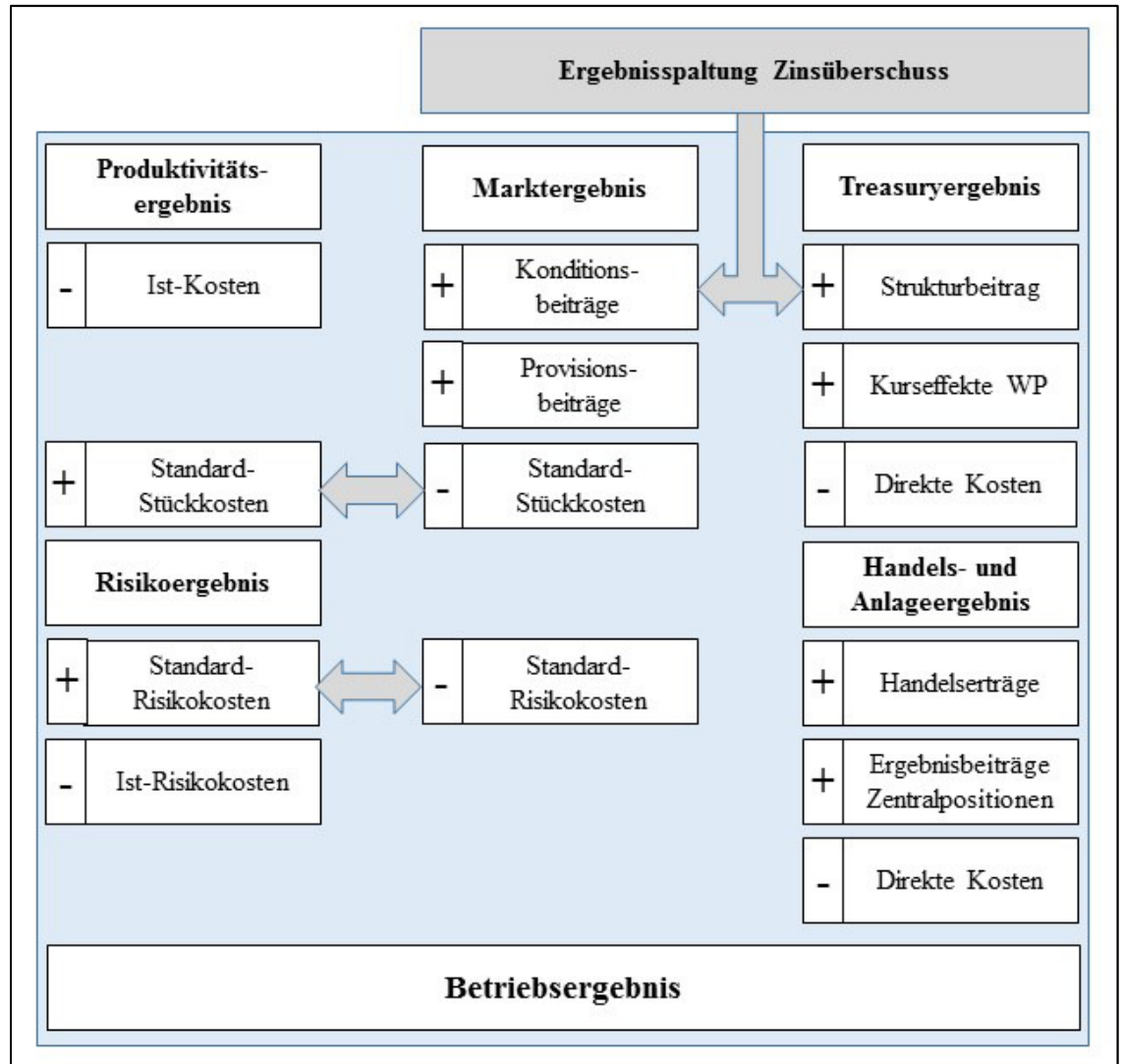


Abbildung 19: Spaltung des Betriebsergebnisses¹²⁰

Da es sowohl positive als auch negative Salden aus Ist- und Standardkosten gibt, führt die Bündelung dieser Salden auf Gesamtbankebene zu einer Glättung der Schwankungen. Zudem können an zentraler Stelle Maßnahmen ergriffen werden, die das Risiko- und Produktivitätsergebnis zusätzlich verstetigen können. Zielsetzung ist es, dass beide Ergebnisse über einen längeren Zeitraum bei null liegen, da ansonsten entweder der Vertrieb mit zu hohen Standard-Kosten belastet worden ist, was zu einem

¹²⁰ Eigene Darstellung.

Wettbewerbsnachteil führen kann. Oder die dem Vertrieb belasteten Kosten sind zu gering und reichen nicht aus, um die auf Gesamtbankebene anfallenden Ist-Kosten abzudecken.

Am Beispiel der Betriebskosten wird deutlich, dass es aufgrund der unterschiedlichen zeitlichen Verteilung von Kosten zu größeren Schwankungen im Produktivitätsergebnis kommen kann (Abbildung 20). So fallen Ist-Kosten eines Kundengeschäfts überwiegend am Anfang an, beispielsweise durch die Geschäftsanbahnung, das Beratungsgespräch und die Bearbeitung in der Marktfolge. Die laufenden Kosten sind hingegen vergleichsweise gering. Bei der Verrechnung der Standard-Stückkosten werden die Kosten hingegen zur Vermeidung einer schwankenden Marge kapitalproportional verteilt. In der Folge ergibt sich ein deutlich negatives Produktivitätsergebnis in der ersten Periode, gefolgt von deutlich positiven Produktivitätsergebnissen in den Folgeperioden.

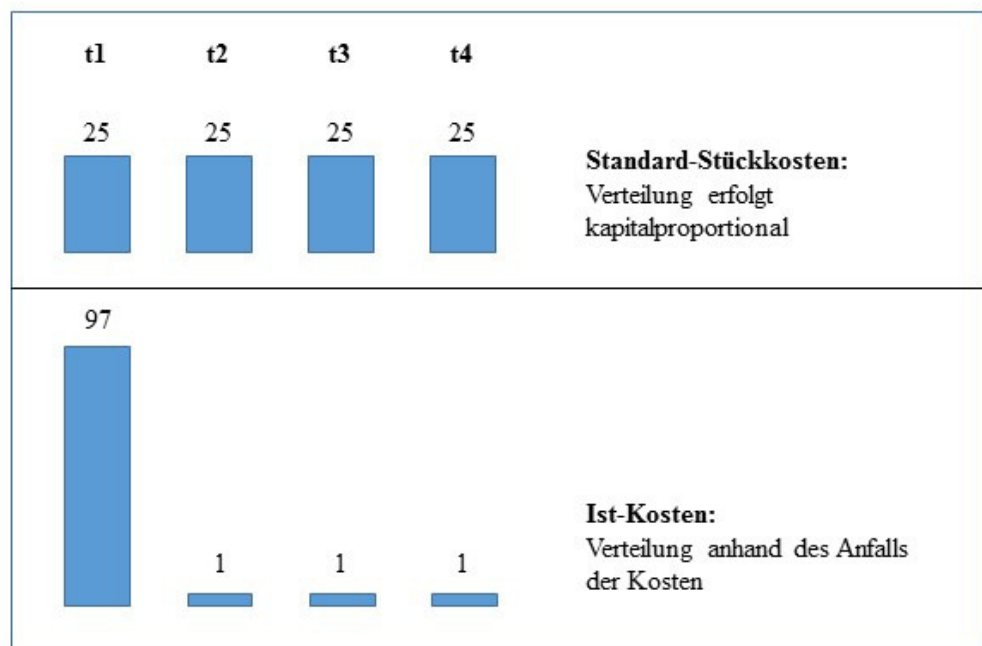


Abbildung 20: Produktivitätsergebnis eines Kundengeschäfts¹²¹

¹²¹ In Anlehnung an: Rolfes, B. (2008), S. 37.

In der periodischen Ergebnisrechnung ist das zeitliche Auseinanderfallen des Produktivitätsergebnisses nur dann sinnvoll interpretierbar, wenn der Gesamtbestand an Kundengeschäften hinreichend groß und relativ konstant ist, um im Zeitablauf einigermaßen stabil zu bleiben. Die Grundvoraussetzung für die Verwendung der Standard-Stückkosten und die Messung eines Produktivitätsergebnisses bleibt allerdings, dass die Kosten nur zeitlich auseinanderfallen, nicht aber systematisch. In einer barwertigen Sicht sollte es daher zu einer weitgehenden Identität von Standard- und Ist-Kosten kommen.

Ähnlich, aber etwas komplizierter verhält es sich bei den Kosten für das Adressrisiko. Die Schwierigkeit besteht darin, dass der zeitliche Anfall der Ist-Risikokosten insgesamt zufälligen Schwankungen unterliegt, sich aber in konjunkturell schwierigen Zeiten häuft¹²². Die Standard-Risikokosten stellen daher die Kosten durchschnittlicher Ist-Risikokosten über einen längerfristigen Zeitraum dar. Sie sind der auf dieser Basis ermittelte erwartete Verlust. Die Schwankungen um den erwarteten Verlust werden dementsprechend als unerwarteter Verlust bezeichnet.

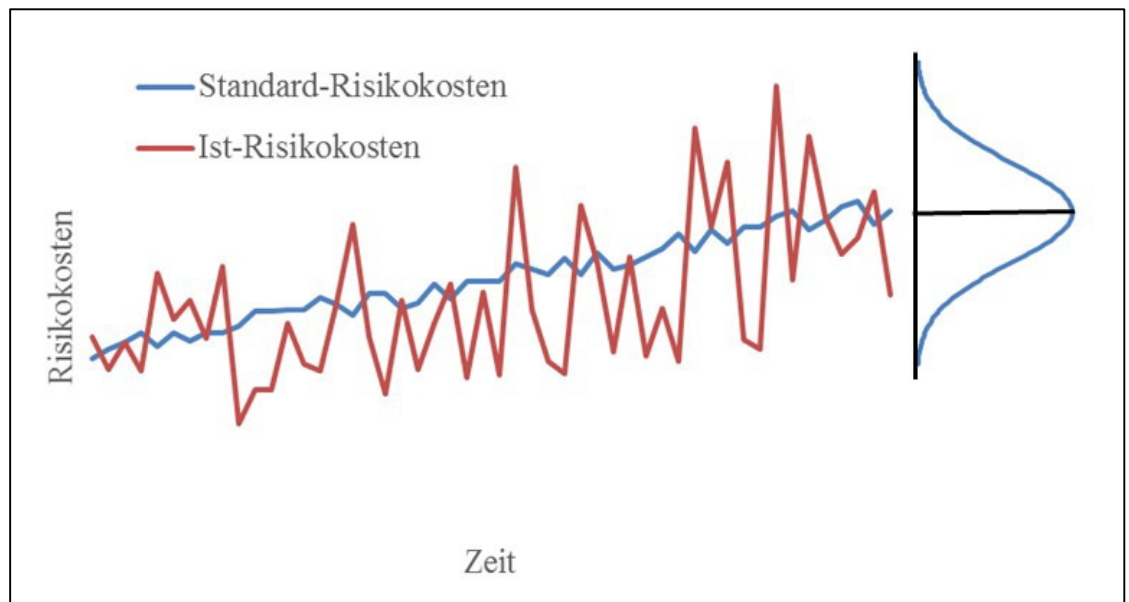


Abbildung 21: Verlauf von Risikokosten

¹²² Vgl. Rolfes, B. (2008), S. 38.

Eine wesentliche Voraussetzung für die Verwendung von Standard-Risikokosten und die Performance-Messung einer Geschäftseinheit, die am Risikoergebnis gemessen wird, ist, dass die verrechneten Standard-Risikokosten tatsächlich dem Erwartungswert der Ist-Risikokosten entsprechen¹²³. Dieser Zusammenhang ist schematisch in Abbildung 21 dargestellt. Hier wird von im Zeitablauf steigenden Standard-Risikokosten aufgrund eines kontinuierlichen Geschäftswachstums ausgegangen. Die Ist-Risikokosten folgen grundsätzlich diesem Trend, sind aber starken Schwankungen unterworfen. Entscheidend ist nun, dass die Standard-Risikokosten über den betrachteten Zeitraum die Ist-Risikokosten abdecken.¹²⁴

Damit die Standard-Risikokosten als Transferpreis für die Übernahme des erwarteten Verlustes fungieren können, definiert Kirmße zwei Voraussetzungen:¹²⁵

- Es muss möglich sein, widerspruchsfrei und eindeutig einen arbitragefreien Preis für das Kreditrisiko abzuleiten.
- Es muss möglich sein, das Kreditrisiko an Dritte zu transferieren, idealerweise auf einem Markt.

Für die Einordnung der Kündigungsrechte in das System der Ergebnisspaltung und Leistungsverrechnung wird auf Basis der beschriebenen Anforderungen wie folgt vorgegangen: Zunächst einmal sind geeignete Bewertungsmethoden zu identifizieren. Für die Bewertung des außerordentlichen gesetzlichen Kündigungsrechts ist dies zunächst die Beschreibung der rechtlichen Vorgaben zur Berechnung der Vorfälligkeitsentschädigung. Eine weitergehende Untersuchung soll zudem feststellen, welche Abweichungen die gesetzliche Berechnungsvorschrift vom ökonomischen Chancen-/Risikenprofil hat und wie mit dieser Differenz im Rahmen der Leistungsverrechnung umzugehen ist.

¹²³ „Der erwartete Verlust ist definiert als Erwartungswert der Wahrscheinlichkeitsverteilung der potenziellen Verluste“. Vgl. Kirmße, S. (2002), S. 24.

¹²⁴ Vgl. Henking, A. / Bluhm, C. / Fahrmeir, L. (2006), S. 17.

¹²⁵ Vgl. Kirmße, S. (2002), S. 58 f.

Beim ordentlichen gesetzlichen Kündigungsrecht sowie beim vertraglichen Sonderkündigungsrecht werden zunächst Optionspreismodelle auf ihre Eignung zur Bewertung der Kündigungsrechte untersucht. Hierbei liegt der Fokus auf der Frage der Anwendbarkeit eines kapitalmarktorientierten Modells auf das Geschäft zwischen Bank und Privatkunde.

Abschließend folgt eine Analyse der Eignung von Optionspreisen für die interne Leistungsverrechnung. Voraussetzung hierfür ist, dass die Optionspreise analog zur den Standard-Risikokosten als erwarteter Verlust der Kündigungsrechte interpretiert werden können.¹²⁶

1.3 Die Bewertung des außerordentlichen gesetzlichen Kündigungsrechts

Das außerordentliche Kündigungsrecht des Darlehensnehmers stellt für den Darlehensgeber ein nur sehr geringes Risiko dar, da der Darlehensnehmer bei Ausübung die sogenannte Vorfälligkeitsentschädigung an den Darlehensgeber zu entrichten hat. Diese steht dem Kündigungsrecht des Darlehensnehmers gegenüber und entschädigt die Kredit gebende Bank für die entfallenen Zinserträge. Um Willkür bei der Berechnung der Vorfälligkeitsentschädigung zu verhindern, hat die Rechtsprechung mehrfach zur Berechnungsmethodik Stellung genommen, sodass diese sich sehr komplex gestaltet. Köndgen spricht in diesem Zusammenhang von „...perfektionistischem Albtraum...“ und „...beispielloser Kompliziertheit...“.¹²⁷

¹²⁶ Gramatke interpretiert die Optionspreise als erwartete Verluste aus Vertriebsrisiken und Zinsänderungsrisiken und schlägt vor, die jeweiligen Komponenten der Optionsprämie zwischen einer Vertriebsrisikoeinheit und dem Treasury aufzuteilen und die korrespondierenden tatsächlichen Verluste dagegen laufen zu lassen. Vgl. Gramatke, W.C. (2014), S. 13 f.

¹²⁷ Vgl. Dübel, H.-J. / Köndgen, J. (2006), S. 89.

1.3.1 Grundsätze zur Ermittlung der Vorfälligkeitsentschädigung

Nimmt ein Darlehensnehmer das außerordentliche Kündigungsrecht des § 490, II BGB in Anspruch, so hat er dem Darlehensgeber den hieraus entstehenden Schaden zu ersetzen. Die Bank ist dabei im Ergebnis so zu stellen, als ob der Darlehensvertrag für den vereinbarten Zeitraum fortgeführt worden wäre und planmäßig Zinsen bezahlt worden wären.¹²⁸ Gerechtfertigt wird dies mit der begründeten Erwartung des Kreditgebers, bis zum Ende der Zinsbindung auf das ungetilgte Kapital den Vertragszins zu erheben. Diese Zinserwartung entfällt bei vorfälliger Tilgung. Demgegenüber steht das zurückerhaltene Restkapital, das seitens der Bank einer neuen Verwendung zugeführt werden kann.¹²⁹ Der Vorfälligkeitsschaden ergibt sich somit aus der Differenz des erwarteten Zahlungsstroms und des Zahlungsstroms nach Wiederanlage des Restkapitals. Dieser Sachverhalt soll anhand eines einfach gehaltenen Beispiels verdeutlicht werden:

Eine Bank gewährt in t_0 einem Kunden ein endfälliges Darlehen über 100.000€ mit jährlicher Zinszahlung in Höhe von 5,50% des Nominalvolumens. Der 10-jährige Kapitalmarktzins liege bei 4,75%, sodass die Bank eine laufende Marge von 0,75% erhält. Die geschützte Zinserwartung stellt sich folglich gemäß dem Zahlungsstrom in der folgenden Abbildung dar.

¹²⁸ Vgl. Bruchner, H. (2007), S. 2176.

¹²⁹ Vgl. Reifner, U. (1995), S. 2945.

Zeitpunkt	Zahlungsstrom des Darlehens	Zahlungsstrom nach Kündigung	Differenzzahlungsstrom
t_0	-100.000	-100.000	
t_1	5.500	5.500	
t_2	5.500	5.500	
t_3	5.500	5.500	
t_4	5.500	5.500	
t_5	5.500	5.500	
t_6	5.500	105.500	100.000
t_7	5.500		-5.500
t_8	5.500		-5.500
t_9	5.500		-5.500
t_{10}	105.500		-105.500

Abbildung 22: Zahlungsströme vor und nach Kündigung in t_6 ¹³⁰

In t_6 kündigt der Darlehensnehmer vorzeitig, sodass die Bank 100.000€ bereits vier Jahre vor Ende der Zinsbindung zurück erhält, die sie erneut als Darlehen ausreichen oder am Kapitalmarkt anlegen kann. Allerdings entgehen ihr auch vier Zinszahlungen in Höhe von je 5.500€. Hat sich das Zinsniveau in t_6 gemäß Abbildung 23 gegenüber t_0 verringert, entsteht zu Ungunsten der Bank eine Differenz zwischen dem erwarteten Zahlungsstrom und dem Zahlungsstrom einer möglichen Wiederanlage.

¹³⁰ Eigene Berechnung.

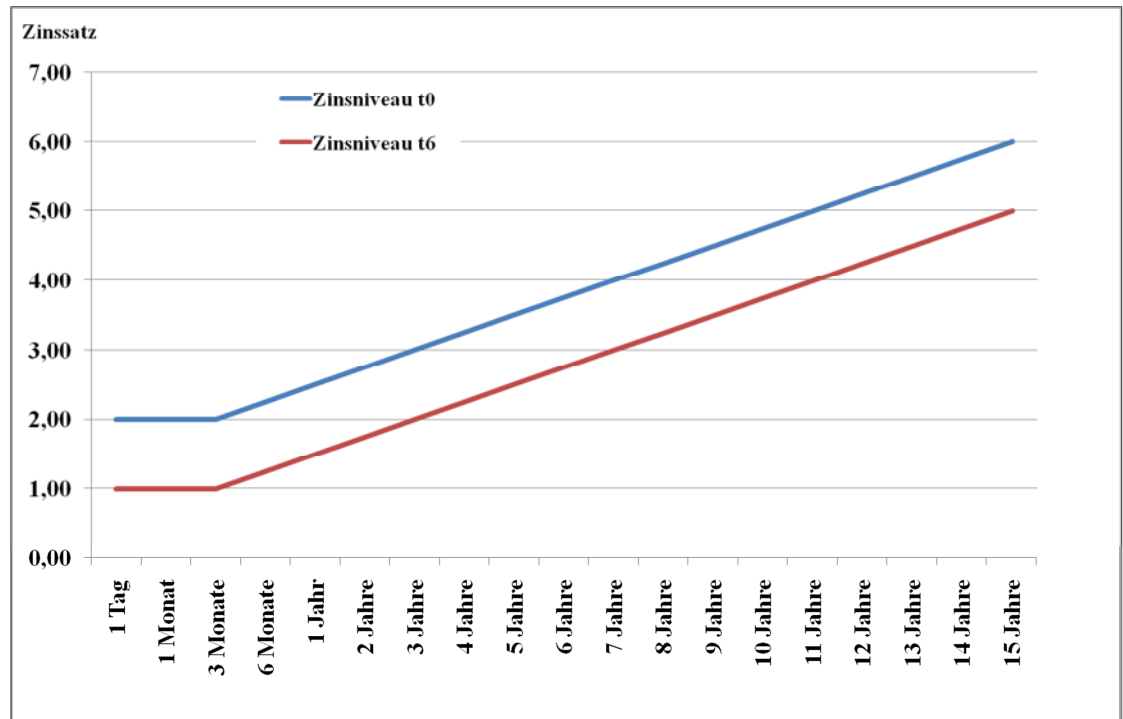


Abbildung 23: Zinsniveaus in t_0 und t_6 ¹³¹

1.3.2 Berechnung des Zinsschadens nach der Aktiv-Aktiv-Methode

Die Ermittlung des Zinsschadens nach der **Aktiv-Aktiv-Methode** basiert auf der Annahme, dass der vorzeitig zurückgezahlte Restdarlehensbetrag seitens der Bank in neue Kreditgeschäfte investiert wird. Die Bank kann dabei vom Kreditnehmer sowohl den Ausgleich eines „Zinsmargenschadens“ als auch eines „Zinsverschlechterungsschadens“ verlangen.¹³²

a) Der **Zinsmargenschaden** entspricht der Differenz zwischen dem vertraglichen Darlehenszins und dem Refinanzierungszins der Bank. Hierbei wird davon ausgegangen, dass die Kredit gebende Bank die an den Darlehensnehmer vergebene Darlehenssumme nicht besitzt, sondern sich selbst erst durch Dritte refinanziert.¹³³ Da

¹³¹ Eigene Darstellung.

¹³² Vgl. Bruchner, H. (2007), S. 2180.

¹³³ Vgl. Knops, K.-O. (2009), S. 431.

sich eine Bank in der Regel und insbesondere bei einer Vielzahl von kleineren Geschäften nicht im Einzelfall refinanziert, stellt dies lediglich eine Refinanzierungsannahme dar.

Am konkreten Beispiel veranschaulicht, erfolgt die Berechnung des Zinsmargenschadens wie folgt: Zugrunde gelegt werden soll das Beispiel aus Abbildung 18, d.h. die Kündigung eines Darlehens mit 5,50% Nominalzins und einem Refinanzierungszins von 4,75%. Die laufende Marge von jährlich 750€ entspricht dabei dem Zinsmargenschaden, der im Sinne einer einmaligen Entschädigungszahlung zu verbarwerten wäre. Zur Barwertberechnung gelte zum Kündigungstermin folgende Zinsstruktur am Geld- und Kapitalmarkt:

GKM-Zinskurve in t_6	
1 Jahr	1,50
2 Jahre	1,75
3 Jahre	2,00
4 Jahre	2,25
5 Jahre	2,50
6 Jahre	2,75
7 Jahre	3,00
8 Jahre	3,25
9 Jahre	3,50
10 Jahre	3,75
11 Jahre	4,00
12 Jahre	4,25
13 Jahre	4,50
14 Jahre	4,75
15 Jahre	5,00

Abbildung 24: Zinsstruktur in t_6 ¹³⁴

Aus der Abzinsung der entgangenen Marge ergibt sich gemäß Abbildung 25 ein barwertiger Schaden von 2.856€.

¹³⁴ Eigene Darstellung.

Zeitpunkt	Zahlungsstrom des Darlehens	Refinanzierungszahlungsstrom	laufende Marge	laufende Marge nach Kündigung	Differenzzahlungsstrom	Barwert
t ₀	-100.000	100.000	0	0		
t ₁	5.500	-4.750	750	750		
t ₂	5.500	-4.750	750	750		
t ₃	5.500	-4.750	750	750		
t ₄	5.500	-4.750	750	750		
t ₅	5.500	-4.750	750	750		
t ₆	5.500	-4.750	750	750		
t ₇	5.500	-4.750	750		-750	-739
t ₈	5.500	-4.750	750		-750	-724
t ₉	5.500	-4.750	750		-750	-707
t ₁₀	105.500	-104.750	750		-750	-686
SUMME						-2.856

Abbildung 25: Berechnung des Zinsmargenschadens¹³⁵

b) Die zweite Komponente der Aktiv-Aktiv-Methode ist der **Zinsverschlechterungsschaden**. Dieser entsteht dadurch, dass die Bank das aus einer vorzeitigen Rückzahlung erhaltene Geld aufgrund eines gesunkenen Marktzinsniveaus nur zu einem niedrigeren Zins ausleihen kann als dem, der mit dem ursprünglichen Darlehensnehmer vereinbart worden ist. Der Zinsverschlechterungsschaden darf zusätzlich zum Zinsmargenschaden von der Bank als zu kompensierender Schaden gegenüber dem Kunden geltend gemacht werden.¹³⁶

Die Berechnung des Zinsverschlechterungsschadens erfolgt durch die Gegenüberstellung des Restzahlungsstroms des Ursprungsdarlehens mit dem Zahlungsstrom eines fiktiven, im Kündigungszeitpunkt neu auszureichenden Darlehens entsprechend der Restlaufzeit des Ursprungsdarlehens.¹³⁷ Am bekannten Beispiel verdeutlicht, ergibt sich Folgendes: Reichte die Bank die zurückerhaltenen 100.000€ in t₆ für vier Jahre erneut aus, könnte sie lediglich auf Basis des dann geltenden Zinsniveaus ein neues Darlehen kalkulieren. Laut Abbildung 23 liegt der 4-Jahreszins

¹³⁵ Eigene Darstellung.

¹³⁶ Vgl. Knops, K.-O. (2009), S. 433.

¹³⁷ Vgl. Bruchner, H. (2007), S. 2180.

bei 2,25%, wohingegen der ursprüngliche Refinanzierungszinssatz (in t_0 für 10 Jahre Laufzeit) bei 4,75% lag. Rechnet die Bank in der neuen Kundenkondition mit der ursprünglichen Marge von 0,75%, ergibt sich ein neuer Kundenzins von 3,00% p.a. und somit eine Zinsdifferenz von 2.500€ jährlich. Hieraus ergibt sich ein Zinsverschlechterungsschaden von 9.519€ (siehe Abbildung 26).

Zeitpunkt	Rest-zahlungsstrom des Darlehens	Zahlungsstrom neues Darlehen	Differenz-zahlungsstrom	Barwert
t_6	-100.000	-100.000	0	
t_7	5.500	3.000	-2.500	-2.463
t_8	5.500	3.000	-2.500	-2.415
t_9	5.500	3.000	-2.500	-2.355
t_{10}	105.500	103.000	-2.500	-2.286
SUMME				-9.519

Abbildung 26: Zinsverschlechterungsschaden auf Basis der ursprünglichen Marge¹³⁸

Diese Berechnung kann allerdings nur für ein fiktives neues Kundendarlehen gelten. Im Normalfall ist nämlich davon auszugehen, dass bei kürzeren Vertragslaufzeiten die laufende Marge höher ist, als bei längeren Laufzeiten, da die Bearbeitungskosten der Bank überwiegend im Zeitpunkt des Vertragsabschlusses anfallen und zum großen Teil unabhängig von der Vertragslaufzeit sind. Als Beispiel seien die Kosten der Bank genannt, die bei Immobilienfinanzierungen für Wertschätzungen anfallen. Diese sind objektbezogen aber laufzeitunabhängig und führen daher bei kürzeren Laufzeiten zu einer höheren Marge. In der Realität könnte sich daher beispielsweise anstelle einer Marge von 0,75% eine Marge von 0,90% ergeben und damit ein Kundenzins von 3,15%. Legt man den realitätsnahen Fall für die Berechnung des Zinsverschlechterungsschadens zugrunde, stellte sich die Bank allerdings schlechter als bei Zugrundelegung der Ursprungsmarge (siehe Abbildung 27).

¹³⁸ Eigene Darstellung.

Zeitpunkt	Rest-zahlungsstrom des Darlehens	Zahlungsstrom neues Darlehen	Differenz-zahlungsstrom	Barwert
t ₆	-100.000	-100.000	0	
t ₇	5.500	3.150	-2.350	-2.315
t ₈	5.500	3.150	-2.350	-2.270
t ₉	5.500	3.150	-2.350	-2.214
t ₁₀	105.500	103.150	-2.350	-2.149
SUMME				-8.948

Abbildung 27: Zinsverschlechterungsschaden auf Basis der tatsächlichen Marge¹³⁹

Dies wäre aber nur vertretbar, wenn davon auszugehen wäre, dass die laufende Marge für die Bank einen Nettogewinn darstellt, sodass eine Erhöhung der Marge gegenüber der ursprünglichen als Beitrag zur Kompensation des Zinsverschlechterungsschadens angesehen werden könnte. Tatsächlich enthält diese aber überwiegend Kostenbestandteile. Ein Anstieg der absoluten oder relativen Kosten kann aber kaum zu einer Verringerung des berechneten Vorfälligkeitsschadens führen. Sinnvoller und zudem deutlich objektiver wäre daher, auf die tatsächliche Veränderung des Marktzinsniveaus abzustellen. Es müsste dann eine Gegenüberstellung der Refinanzierungszahlungsströme des Ursprungsdarlehens und des fiktiven neu auszureichenden Darlehens erfolgen, wobei die Basis für die Refinanzierungssätze die Gleiche sein sollte.

1.3.3 Berechnung des Zinsschadens nach der Aktiv-Passiv-Methode

Die in der Praxis von der Mehrzahl der Institute angewandte Aktiv-Passiv-Methode¹⁴⁰ stellt sich gegenüber der Aktiv-Aktiv-Methode deutlich einfacher dar, da die

¹³⁹ Eigene Darstellung.

¹⁴⁰ Vgl. Wimmer, K. / Rösler, P. (2005), S. 1873.

Berechnung des Zinsschadens in einem Schritt erfolgt, der sowohl den in der Aktiv-Aktiv-Methode verwendeten Zinsmargenschaden, als auch den Zinsverschlechterungsschaden umfasst.

Zudem ist die Aktiv-Passiv-Methode deutlich objektiver, da sie auf Kapitalmarktzinssätzen als Vergleichsmaßstab beruht und nicht auf fiktiven Neugeschäften der Bank. Der Zinsschaden ergibt sich dementsprechend als Differenz des Ursprungszahlungsstroms des Darlehens und einer laufzeitkongruenten Alternativanlage am Kapitalmarkt.¹⁴¹

Die Frage nach der Wahl der Vergleichsrendite für die Neuanlage des vorzeitig zurück geflossenen Restkapitals ist durch ein Urteil des Bundesgerichtshofs vom 30.11.2004 eindeutig beantwortet. Demnach sind die in der Bankpraxis vor diesem Urteil häufig zugrunde gelegten Renditen des Pfandbriefindex PEX nicht zulässig. Stattdessen müsse auf die Kapitalmarktstatistik der Bundesbank zurückgegriffen werden.¹⁴² Zur Begründung heißt es, dass die PEX-Renditen nicht aus tatsächlich gehandelten Pfandbriefen ermittelt würden, sondern aus Meldungen von Pfandbriefinstituten, zu welchen Konditionen sie ihre aktuellen Pfandbriefemissionen tätigen würden. Zudem basiere das Indexportfolio aus 30 synthetischen Pfandbriefen, wohingegen die Bundesbankstatistik auf tatsächlich börsennotierten Titeln basiert. Hinzu kommt nach Einschätzung des BGH die mangelnde Objektivität des PEX, da er auf der subjektiven Einschätzung der meldenden Institute basiere und somit einseitig die Marktsicht der Pfandbriefbanken widerspiegele.

Der Nachteil der Bundesbankstatistik, nicht wie der PEX taggenaue Werte zu liefern, sondern nur Monatsdurchschnitte, ist nach Ansicht des BGH hinnehmbar. Allerdings ergibt sich für die Praxis ein weiteres Problem aus der Angabe der Laufzeitbänder. Diese lauten „1 bis 2 Jahre“, „3 bis 4 Jahre“ usw., sodass diese zunächst durch Transformation in Jahresbänder überführt werden müssen. Diese Transformation basiert auf der Annahme, dass der angegebene Zins sich jeweils auf die Laufzeitmitte bezieht,

¹⁴¹Vgl. Knops, K.-O. (2009), S. 434.

¹⁴² Vgl. BGH (2004), S. 322 ff.

also auf 1,5 Jahre, 2,5 Jahre usw. Durch Interpolation lassen sich daraus Jahreswerte errechnen, d.h. der 2-Jahreszins liegt in der Mitte zwischen dem 1,5- und dem 2,5-Jahressatz.¹⁴³ Eine Ermittlung des 10-Jahreszinses und darüber hinaus, ist mit Hilfe der Bundesbankstatistik nicht möglich, da diese lediglich bis zum Laufzeitband „9 bis 10 Jahre“ reicht. Hierfür und für Geldmarktsätze muss folglich auf andere Quellen zurückgegriffen werden.

Noch unbeantwortet seitens der Rechtsprechung ist die Frage nach der Verwendung einer Geld-Brief-Spanne bei der Berechnung der Vorfälligkeitsentschädigung. Um den Zahlungsstrom, der durch die vorzeitige Kündigung entfällt, durch tatsächliche Kapitalmarktgeschäfte synthetisch nachbilden zu können, ist eine Mischung aus Geldanlagen und Refinanzierungen gemäß der Bundesbankstatistik notwendig. Da der Refinanzierungszinssatz üblicherweise oberhalb des Anlagesatzes liegt, ergibt sich aus Sicht der Bank ein höherer Vorfälligkeitssschaden. Ob dieser tatsächlich auch vom Kunden als Entschädigung eingefordert werden darf, ist bislang noch ungeklärt.¹⁴⁴

Die Ermittlung der Vorfälligkeitsentschädigung nach der Aktiv-Passiv-Methode erfolgt gemäß Abbildung 28: Dem Restzahlungsstrom des Ursprungsdarlehens wird der laufzeitkongruente Zahlungsstrom einer Kapitalmarktanlage gegenüber gestellt. Diese liefert einen jährlichen Zinskupon von 2,25%, sodass sich ein jährlicher Schaden von 3.250€ einstellt. Verbarwertet auf den Wirkungstag der Kündigung ergibt sich eine Vorfälligkeitsentschädigung von 12.375€. Dies entspricht exakt der Vorfälligkeitsentschädigung nach der Aktiv-Aktiv-Methode unter Zugrundelegung der gleichen Refinanzierungs- beziehungsweise Anlagezinskurve und der Annahme einer gleich bleibenden Konditionsmarge beim Neukredit. Die Ergebnisse der Aktiv-Aktiv-Methode sind somit beeinflussbar durch die Wahl des Refinanzierungszinses und der Höhe der Konditionsmarge und somit tendenziell subjektiv.

¹⁴³ Ausführlicher hierzu Wimmer, K. / Rösler, P. (2005), S. 1872 f.

¹⁴⁴ Vgl. Wimmer, K. / Rösler, P. (2005), S. 1876.

Zeitpunkt	Restzahlungsstrom des Darlehens	Zahlungsstrom Kapitalmarktanlage	Differenzzahlungsstrom	Barwert
t ₆	-100.000	-100.000	0	
t ₇	5.500	2.250	-3.250	-3.202
t ₈	5.500	2.250	-3.250	-3.139
t ₉	5.500	2.250	-3.250	-3.062
t ₁₀	105.500	102.250	-3.250	-2.972
SUMME				-12.375

Abbildung 28: Zinsschaden nach der Aktiv-Passiv-Methode¹⁴⁵

1.3.4 Besonderheiten der geschützten Zinserwartung

Der erwartete Zahlungsstrom eines Darlehens bestimmt sich neben dem vereinbarten Zins- und Tilgungsplan auch durch vertragliche oder gesetzliche Kündigungsrechte. Da im Zeitpunkt einer vorfälligen Kündigung unklar ist, wie Kündigungsrechte in der Zukunft in Anspruch genommen worden wären, ist hier stets zu Gunsten des Darlehensnehmers zu entscheiden. Es gilt: Die geschützte Zinserwartung der Bank bezieht sich auf den Zeitraum der Zinsfestschreibung, längstens allerdings auf die durch § 489 BGB gesetzte Grenze von 10,5 Jahren. Sondertilgungs- und -kündigungsrechte sind dabei grundsätzlich so zu berücksichtigen, als ob diese durch den Kunden frühestmöglich und in maximaler Höhe ausgeübt werden würden.¹⁴⁶

Was aus juristischer Sicht im Sinne des Darlehensnehmers gut gemeint gewesen ist, widerspricht allerdings aus finanzmathematischer Sicht dem Charakter eines Optionsrechts in einem seiner wesentlichsten Merkmale. Eine Option definiert sich nämlich gerade durch das Recht, nicht aber die Pflicht zur Ausübung. Vom Recht zur Ausübung wird bei rationalem Handeln nur dann Gebrauch gemacht, wenn dies zu

¹⁴⁵ Eigene Berechnung.

¹⁴⁶ Vgl. Rösler, P. / Wimmer, K. / Lang, V. (2003), S. 126 ff.

einem finanziellen Vorteil führt. Eine, wie durch die Rechtsprechung unterstellte, automatische Ausübung von Optionen kann somit auch zu einem finanziellen Nachteil für den Darlehensnehmer führen, was das folgende Beispiel zeigt:

Betrage die Laufzeit eines Darlehens in t_0 15 Jahre und liege der Kundenzins bei 7,0% (Marge = 1,0%), beträgt der Barwert dieses Darlehens für die Gesamtlaufzeit von 15 Jahren 10.448€. Die geschützte Zinserwartung der Bank liegt aufgrund des gesetzlichen Kündigungsrechts bei 10,5 Jahren. Ein entsprechend verkürzter Zahlungsstrom führt nun allerdings zu einem Barwert von 17.841€. Die durch den Darlehensnehmer zu entrichtende Entschädigung bei Darlehensablösung in t_0 wäre somit unter Berücksichtigung der geschützten Zinserwartung deutlich höher als ohne. Dieser Fall könnte z.B. eintreten, wenn der Kunde zwar den Darlehensvertrag unterschrieben hat, das Darlehen aber gar nicht erst abnimmt, da er es nicht mehr benötigt. In diesem Fall wäre er zur Zahlung einer Nichtabnahmeentschädigung verpflichtet, deren Berechnung analog zur Vorfälligkeitsentschädigung erfolgt.¹⁴⁷

Abbildung 29 zeigt den Verlauf des Darlehensbarwerts in Abhängigkeit der Laufzeit. Demnach wäre ein Darlehen bei einem laufzeitunabhängigen Zinssatz von unterstellten 7,0% bei einer Laufzeit von 8 Jahren barwertmaximal, bei längeren Laufzeiten nimmt der Barwert ab. Dies liegt daran, dass auf Basis der in t_0 ermittelten Forward-Rates eine Anlage des Rückzahlungsbetrages am Kapitalmarkt aus Sicht der Bank vorteilhafter wäre, als eine Fortführung des Darlehensvertrages. Am Beispiel der in Abbildung 30 ermittelten Forward-Rates für t_{10} wird dies deutlich. Für die Restlaufzeit des Darlehens von t_{10} bis t_{15} liegen die Zinssätze für alle Laufzeiten deutlich oberhalb der Zinssätze in t_0 und ebenfalls deutlich über dem Darlehenszins von 7,0%.

¹⁴⁷ Vgl. hierzu Rösler, P. / Wimmer, K. / Lang, V. (2003), S. 91.

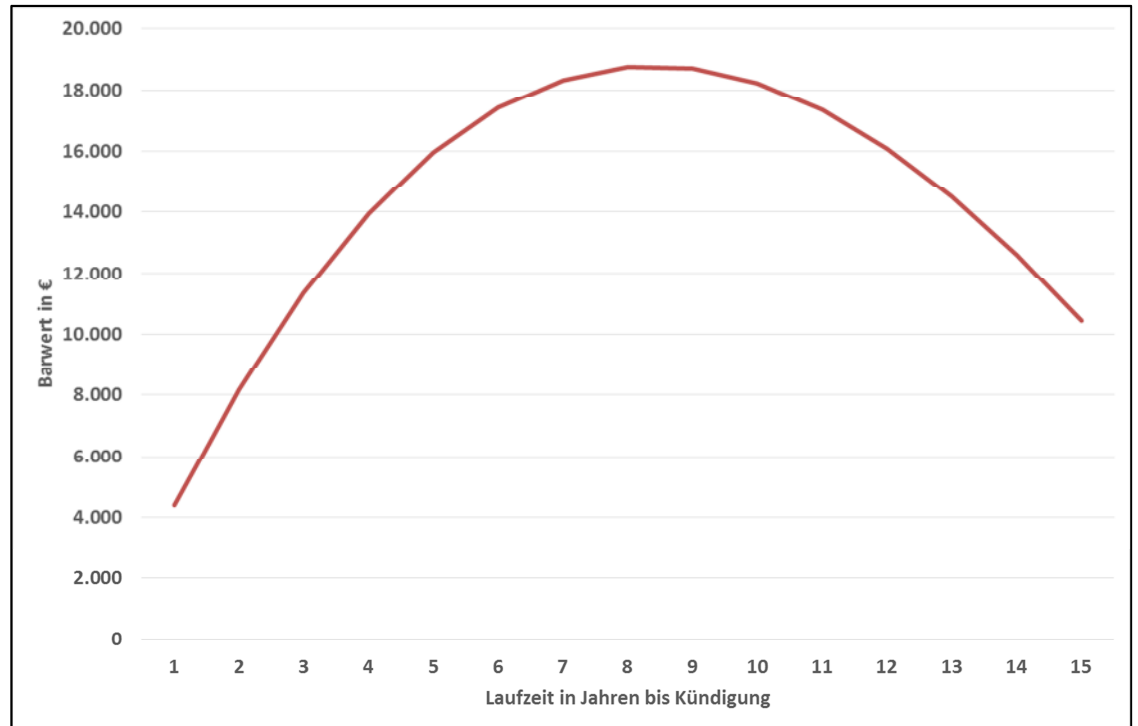


Abbildung 29: Barwertverlauf in Abhängigkeit der Darlehenslaufzeit¹⁴⁸

Laufzeit	Zinssatz Bank
1 Jahr	8,57
2 Jahre	8,98
3 Jahre	9,41
4 Jahre	9,85
5 Jahre	10,31

Abbildung 30: Forward-Zinskurve in t_{10} ¹⁴⁹

Um eine Schlechterstellung des Darlehensnehmers durch den beschriebenen Effekt zu vermeiden, sind Kündigungsrechte in der geschützten Zinserwartung immer dann nicht zu berücksichtigen, wenn sich dies erhöhend auf die Vorfälligkeitsentschädigung

¹⁴⁸ Eigene Berechnungen.

¹⁴⁹ Eigene Berechnungen.

auswirkt.¹⁵⁰ Bei Nichtabnahme des Darlehens hätte der Darlehensnehmer somit nur eine Nichtabnahmeentschädigung in Höhe von 10.448€ zu entrichten, also den Barwert des Darlehens bei unterstellter Fortführung bis zum Ende der Zinsbindung nach 15 Jahren. Diese Fallunterscheidung sorgt für zusätzliche Komplexität in der Berechnung. Zudem verbleibt nach wie vor ein finanzieller Vorteil beim Kreditgeber, was auch ohne konkrete Berechnung eines Preises für das im Darlehensvertrag enthaltene Optionsrecht deutlich wird. Denn refinanziert sich die Bank in t_0 über die gesamte Zinsbindung von 15 Jahren und sichert sich gleichzeitig bei einem Kontrahenten gegen die Darlehenskündigung in t_{10} ab, realisiert sie einen Barwert von 10.448€ abzüglich eines an den Kontrahenten zu zahlenden Optionspreises. Bei Nichtabnahme durch den Kunden hat dieser der Bank den Barwert von 10.448€ zu erstatten, wohingegen diese weiterhin im Besitz des Optionsrechts ist, dessen abzusicherndes Risiko aber durch die Nichtabnahme des Kunden entfallen ist. Veräußert sie das Optionsrecht unverzüglich, erhält sie die gezahlte Optionsprämie zurück und ist finanziell so gestellt, als hätte sie ein 15-jähriges Darlehen ohne Optionsrecht verkauft. Den Nachteil dieser Vorgehensweise trägt der Kunde, der den Wert seines Optionsrechts bei der Berechnung der Nichtabnahmeentschädigung nicht in Abzug bringen kann.

Neben dem gesetzlichen Kündigungsrecht nach §489 BGB sind weitere Konstellationen möglich, in denen der Kunde bei der Berechnung der Vorfälligkeits- oder Nichtabnahmeentschädigung von bestehenden Kündigungsrechten nicht profitiert. Dies kann bei einem vertraglichen Kündigungsrecht der Fall sein. Besteht bei dem Beispieldarlehen ein Kündigungsrecht von 5.000€ pro Jahr, wird der Kunde dies nur dann ausüben, wenn seine Anlagemöglichkeiten für die jeweilige Restlaufzeit des Darlehens schlechter sind, als die durch Sondertilgung verringerte Zinslast des Darlehens. Dies ist aber nur in den ersten beiden Jahren nach Darlehensabschluss der Fall, zumindest auf Basis der in t_0 ermittelten Forward-Rates. So liegt die Forward-Rate von t_3 nach t_{15} bereits bei 7,12%, sodass eine Darlehenstilgung nicht mehr vorteilhaft

¹⁵⁰ Vgl. Wimmer, K. / Rösler, P. (2005), S. 1875 f.

ist.¹⁵¹ Die geschützte Zinserwartung der Bank unterstellt nun aber, dass alle Kündigungsrechte frühestmöglich und in vollem Umfang ausgeübt werden. Dies führt im Beispiel aber zu einer Erhöhung des Barwerts auf 13.421€. Die Vorfälligkeits- oder Nichtabnahmeentschädigung, die der Kunde zu zahlen hätte, würde in diesem Fall wieder auf 10.448€ gedeckelt werden, also den Wert ohne Berücksichtigung von Kündigungsrechten.

Auch bei Teilablösungen werden bestehende Kündigungsrechte grundsätzlich nicht berücksichtigt, was sich zwangsläufig aus der Bildung von Zahlungsstromdifferenzen ergibt. Setzen sich die einzelnen Cash-Flows vor Teilablösung zusammen aus:

$$\text{Cashflow}_t(\text{vor Teilablösung}) = \text{Zinssatz} \times \text{Restschuld}(\text{vor Teilablösung}) + \text{Sondertilgungsvolumen}.$$

Der Cash-Flow nach Teilablösung lautet:

$$\text{Cashflow}_t(\text{nach Teilablösung}) = \text{Zinssatz} \times \text{Restschuld}(\text{nach Teilablösung}) + \text{Sondertilgungsvolumen}.$$

Bildet man hieraus die Differenz, kürzt sich das Sondertilgungsvolumen heraus. Erst bei einer Vollablösung, mit:

$$\text{Cashflow}_t(\text{nach Vollablösung}) = 0,$$

findet das Sondertilgungsrecht Berücksichtigung.

¹⁵¹ Zumindest ist dies der Fall, wenn von gleichen Anlage- und Aufnahmezinssätzen des Kunden wie der Bank ausgegangen wird. Die Gültigkeit dieser Prämisse wird erst im späteren Verlauf der Arbeit diskutiert.

Aus der beschriebenen Fiktion, dass Kündigungsrechte durch den Kunden entweder vollumfänglich und frühestmöglich ausgeübt werden oder aber überhaupt nicht, ergibt sich ein Chancenprofil für die Bank, da der Kunde bei Darlehenskündigungsrecht den Wert seines Optionsrecht bestenfalls teilweise auf die Höhe seiner zu zahlenden Vorfälligkeitsentschädigung angerechnet bekommt. Wie dieses Chancenprofil zu quantifizieren ist, wird weiter unten ausgeführt.

1.4 Klassische und neuere Ansätze zur Bewertung vertraglicher und ordentlicher gesetzlicher Kündigungsrechte

Anders als bei den außerordentlichen Kündigungsrechten erfolgt bei Ausübung vertraglicher sowie ordentlicher gesetzlicher Kündigungsrechte keine Erstattung des ökonomischen Schadens durch eine Vorfälligkeitsentschädigung. Es muss daher eine Bewertung eines in der Zukunft liegenden potenziellen Schadens bereits im Zeitpunkt des Geschäftsabschlusses vorgenommen werden, damit dieser in die Entscheidung zum Geschäftsabschluss überhaupt einbezogen werden kann. Eine Berücksichtigung des bewerteten potenziellen Schadens kann beispielsweise im Rahmen der Preissetzung erfolgen. Ist ein angemessener Preis nicht durchsetzbar, kann die Berücksichtigung des potenziellen Schadens auch dazu führen, einen entsprechenden Geschäftsabschluss nicht zu tätigen. Zur Bewertung solcher Risiken werden Optionspreismodelle verwendet. Üblicherweise kommt das sogenannte Black76-Modell für Zinsoptionen (Anleiheoptionen, Bondoptionen) zum Einsatz, das sich aus dem bekannteren Black-und-Scholes-Modell für Aktienoptionen ableiten lässt.

1.4.1 Klassische Bewertung von Zinsoptionen mit dem Black76-Modell

1.4.1.1 Grundlagen der klassischen Optionsbewertung

Die moderne Optionspreistheorie hat ihren Ausgangspunkt mit der Veröffentlichung des Black-und-Scholes-Modells¹⁵² im Jahre 1973, das durch Aufsätze von Merton in wesentlichen Punkten ergänzt worden ist und daher auch unter dem Namen Black-Scholes-Merton-Modell bekannt ist. Ebenfalls zu nennen ist das Modell von Cox, Ross und Rubinstein¹⁵³. Dies ist allgemeiner gehalten als das Modell von Black und Scholes und ist aufgrund seiner vergleichsweise Einfachheit für eine Veranschaulichung der Funktionsweise von Optionspreismodellen besonders geeignet. Beide Modelle sind allerdings zur Bewertung von Aktienoptionen konzipiert. Bevor auf das Black76-Modell eingegangen wird, soll dennoch zunächst kurz auf einige Prinzipien und Annahmen der beiden oben genannten Optionsmodelle eingegangen werden, da diese gut geeignet sind, ein Grundverständnis für die Funktionsweise von Optionspreismodellen zu entwickeln.

Auch wenn die Optionspreistheorie seither entscheidend weiterentwickelt werden konnte, besitzen die grundlegenden Annahmen und Bewertungsprinzipien des Black-und-Scholes-Modells nach wie vor Gültigkeit und sein Einsatz in der Praxis ist weit verbreitet¹⁵⁴. Die Grundidee basiert auf der Annahme von Arbitragefreiheit. Diese liegt vor, wenn „... sich durch Wertpapiertransaktionen, die per Saldo keinen Kapitaleinsatz erfordern und durch die der Investor weder ein systematisches noch ein unsystematisches Risiko eingeht, keine positive Rendite erzielen lässt“.¹⁵⁵ Der Erwartungswert jeder Investition mit unsicheren Rückflüssen muss folglich genau den Rückflüssen einer Investition mit sicheren Rückflüssen entsprechen.

Möchte man beispielsweise den Preis einer Calloption auf eine Aktie ermitteln, kann man sich obige Überlegungen durch Konstruktion eines Portfolios zu Nutze machen,

¹⁵² Vgl. Black, F. / Scholes, M. (1973).

¹⁵³ Siehe Cox, J. C. / Ross, S. A. / Rubinstein, M. (1979).

¹⁵⁴ Vgl. Merk, A. (2011), S. 1 ff.

¹⁵⁵ Vgl. Perridon, L. / Steiner, M. / Rathgeber, A. (2012), S. 289.

das unsichere Wertentwicklungen aus Aktien und Calloptionen erfährt und mittels einer risikolosen Geldaufnahme finanziert ist. Aus der Arbitragefreiheitsannahme folgt, dass der Erwartungswert der unsicheren Zahlungen den Kosten der Geldaufnahme entsprechen muss. Für einen einfachen Fall mit zwei Zeitpunkten und zwei Unsicherheitszuständen lässt sich dieser Sachverhalt wie in Abbildung 31 darstellen:

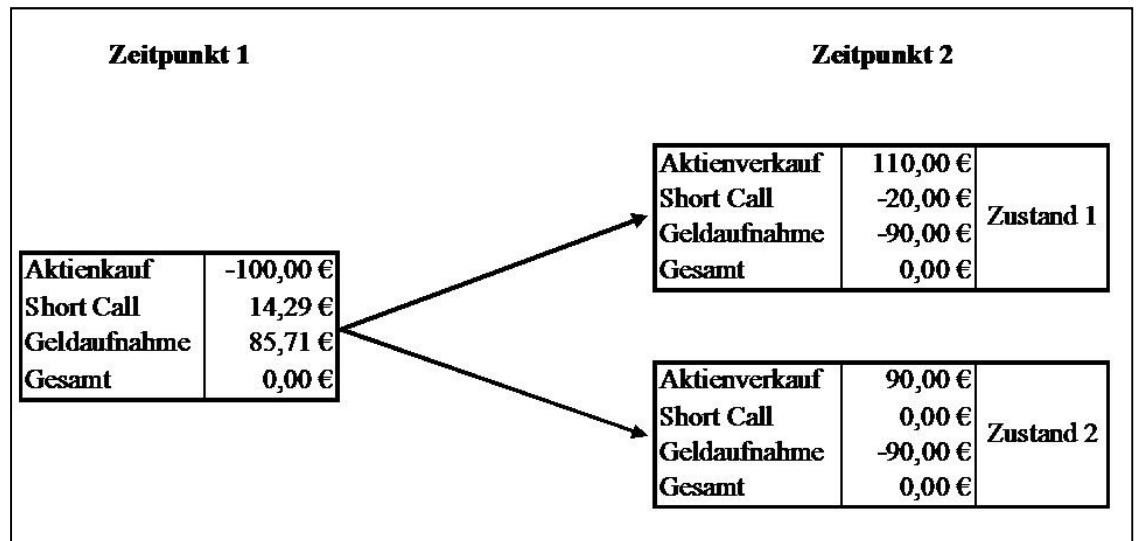


Abbildung 31: Arbitragefreie Duplikation im Zwei-Zeitpunkte-Fall¹⁵⁶

Es wird ein Portfolio gebildet aus dem Kauf einer Aktie zu 100€ im Zeitpunkt 1 und dem Verkauf zweier Calloptionen auf diese Aktie, deren Preis zunächst noch ermittelt werden muss. Der restliche Finanzierungsbedarf wird durch risikolose Kreditaufnahme in ebenfalls zunächst unbekannter Höhe zu einem Marktzins von beispielsweise 5% für den betrachteten Zeitraum gedeckt. Erwartet der Investor nun, dass der Aktienkurs entweder auf 110€ steigt oder auf 90€ fällt, ist somit auch der Wert der Optionen am Verfallstag in Zeitpunkt 2 bestimmt. Bei einem Kursanstieg der Aktie hat die zugehörige Calloption einen Wert von 10€ (bei zwei Optionen also insgesamt 20€); bei

¹⁵⁶ Eigene Darstellung.

einem Kursrückgang lässt der Käufer die Option verfallen, sodass sich ein Wert von 0€ ergibt.

Aus Aktien und Optionen ergibt sich im Zeitpunkt 2 also ein zustandsunabhängiger und damit risikoloser Portfoliowert von 90€. Wählt man die Geldaufnahme so, dass deren Rückzahlung im Zeitpunkt 2 exakt 90€ entspricht, erhält man einen risikolosen Gesamtportfoliowert von 0€ und kennt darüber hinaus den Geldaufnahmebetrag im Zeitpunkt 1 (nämlich: $90€ / (1 + 5\%) = 85,71€$). Da Arbitrage per Definition nicht möglich ist und sich Geldaufnahme und Geldanlage in Zeitpunkt 2 betragsmäßig entsprechen, muss dies auch in Zeitpunkt 1 gelten: Der Wert der verkauften Calls muss also gleich der Differenz aus dem Kauf der Aktie in Höhe von 100€ und der Geldaufnahme über 85,71€ sein, also 14,29€ betragen. Der Preis für einen Call liegt somit bei 7,14€.

Bei Fortführung dieses Vorgehens ergibt sich ein Modell, dessen Wahrscheinlichkeitsstruktur durch eine Binomialverteilung abgebildet werden kann.¹⁵⁷

Die folgende Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Aktienkurses bei n Kursbewegungen und einer Mindestanzahl von d Aufwärtsbewegungen, damit sich ein positiver Optionswert bei Ausübung ergibt. Werte die kleiner sind als 100, sind schraffiert dargestellt, da in diesem Fall die Option nicht ausgeübt wird.

¹⁵⁷ Die Überführung der Berechnung ausgehend von zwei Zeitpunkten hin zu einer Binomialverteilung mit unbeschränkt vielen Zeitpunkten findet sich ebenfalls im Aufsatz von Cox, Ross und Rubinstein. Vgl. Cox, J. C. / Ross, S. A. / Rubinstein, M. (1979), S. 239.

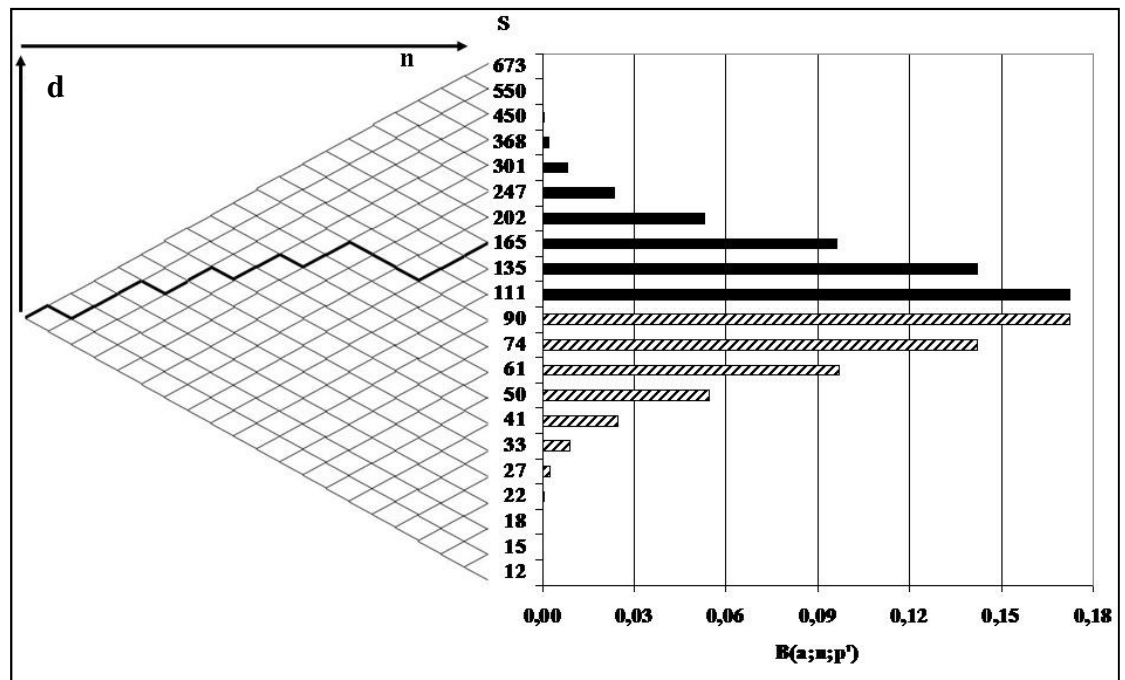


Abbildung 32: Aktienkursentwicklung und Wahrscheinlichkeitsverteilung im Binomialmodell

Der dargestellte Verlauf des Aktienkurses ist ein Beispiel für einen stochastischen Prozess. Ein solcher ist definiert als die Ausprägung einer Variablen mit unsicherer zukünftiger Entwicklung¹⁵⁸, also einer Zufallsvariablen. Als Zufallsvariable ist beispielsweise der Aktienkurs von Interesse oder, allgemein ausgedrückt, der Wert beziehungsweise die Wertentwicklung (Rendite) eines Underlyings. Dieses Prinzip kann daher auch bei der Simulation von Zinsentwicklungen eingesetzt werden, wenn es, wie im weiteren Verlauf, um die Bewertung von Optionen auf zinstragende Geschäfte geht.

Formal ausgedrückt ist ein stochastischer Prozess eine Menge von Zufallsvariablen $X(t)$ des Wahrscheinlichkeitsraums (Ω, \mathcal{F}, P) , gekennzeichnet mit dem Index t der Indexmenge T . Die Menge der möglichen Beobachtungsergebnisse (Elementarereignisse) entspricht dabei Ω , \mathcal{F} beschreibt das System aller möglichen

¹⁵⁸ Vgl. Bösch, M. (2012), S. 291.

Ereignisse und P ist die Wahrscheinlichkeit für den Eintritt eines dieser Ereignisse.¹⁵⁹ Die Zeitpunkte des Prozesses sind mit $t \in T$ bezeichnet.

Ein wesentliches Unterscheidungsmerkmal für stochastische Prozesse ist die Abzählbarkeit der Zeitpunkte t . Sind diese abzählbar, so handelt es sich um einen zeitdiskreten Prozess. Ein Beispiel hierfür liefert der diskrete Aktienkursverlauf aus dem vorangegangenen Kapitel. Bei Nichtabzählbarkeit handelt es sich um einen zeitstetigen Prozess, das heißt Veränderungen des Aktienkurses sind nicht nur stündlich oder minütlich, sondern jederzeit möglich. Des Weiteren kann zwischen diskreten und stetigen Zufallsvariablen unterschieden werden, das heißt ein Aktienkurs kann entweder nur bestimmte Werte annehmen (z.B. das Vielfache von einem Cent) oder aber jeden beliebigen Wert.

Eine wichtige Klasse von stochastischen Prozessen sind so genannte Markow-Prozesse, die sich durch eine bestimmte Eigenschaft, die Markow-Eigenschaft, auszeichnen. Diese besagt, dass der zukünftige Wert einer Zufallsvariable nur vom aktuellen Wert abhängig ist, nicht aber von ihrer vergangenen Entwicklung.¹⁶⁰ Diese Annahme korrespondiert mit der schwachen Form der Markteffizienz, wonach beispielsweise in einem Aktienkurs bereits alle Informationen aus der Vergangenheit enthalten sind. Die Erzielung einer systematischen Überrendite durch Kenntnis der vergangenen Aktienkursentwicklung ist damit ausgeschlossen.¹⁶¹

Ein spezieller Markow-Prozess für eine stetige Zufallsvariable ist der Wiener-Prozess¹⁶². Ein Wiener-Prozess W ist durch folgende Eigenschaften gekennzeichnet¹⁶³:

1. Der Prozess startet in Periode 0 mit dem Wert $W_0 = 0$.
2. Die Zuwächse $W_{t1} - W_{t0}, \dots, W_{tn} - W_{tn-1}$ sind stochastisch unabhängig und folgen damit der Markow-Eigenschaft

¹⁵⁹ Vgl. Reitz, S. / Schwarz, W. / Martin, M. R.W. (2004), S. 203 f.

¹⁶⁰ Vgl. Hull, J. C. (2009), S. 326.

¹⁶¹ Vgl. Brealy, R. A. / Myers, S. C. (2008), S. 359.

¹⁶² Der Wiener-Prozess ist auch bekannt unter dem Namen Brownsche Bewegung. Beide Bezeichnungen werden im weiteren Verlauf synonym verwendet. Vergleiche hierzu auch Neftci, S. N. (2000), S. 177 f.

¹⁶³ Vgl. Branger, N. / Schlag, C. (2004), S. 107 f.

3. Die Zuwächse sind stetig.
4. Die Zuwächse sind normalverteilt mit einem Erwartungswert von $\mu = 0$ und einer Varianz von $\sigma^2 \Delta t$ beziehungsweise einer Standardabweichung von $\sigma \sqrt{\Delta t}$. Ein standardisierter Wiener-Prozess ist ein Wiener-Prozess mit $\sigma = 1$ ¹⁶⁴, sodass die Zuwächse der Verteilung $N(0, \sqrt{\Delta t})$ folgen. Im weiteren Verlauf werden nur noch standardisierte Wiener-Prozesse betrachtet, sodass der Einfachheit halber nur noch von einem Wiener-Prozess gesprochen wird, auch wenn eigentlich dessen standardisierte Form gemeint ist.

Um eine Kursentwicklung mit Hilfe eines Wiener-Prozesses zu simulieren, fehlt nach der derzeitigen Definition des Wiener-Prozesses noch ein wesentlicher Faktor. Wie bereits gezeigt wurde, entspricht in einer risikoneutralen Welt der Erwartungswert einer risikobehafteten Geldanlage stets dem risikolosen Zins. Daher muss das bestehende Modell des Wiener-Prozesses erweitert werden. Dies führt zum so genannten allgemeinen Wiener-Prozess, der sich aus zwei Bestandteilen zusammensetzt. Zum einen aus dem bekannten stochastischen Teil, der einer Standardnormalverteilung folgt, und zum anderen aus einer Komponente, die als Drift bezeichnet wird. Hieraus ergibt sich für die Entwicklung des Kurses eines Underlyings S_t :

$$dS_t = a(S_t, t)dt + b(S_t, t)dW_t^{165}$$

Mit:

$a(S_t, t), b(S_t, t)$ = konstante Skalierungsfaktoren

W_t = Wiener-Prozess

¹⁶⁴ Vgl. Reitz, S. / Schwarz, W. / Martin, M. R.W. (2004), S. 210.

¹⁶⁵ Vgl. Branger, N. / Schlag, C. (2004), S. 107 f.

Der Teil $a(S_t, t)dt$ bezeichnet den Drift des Kurses, das heißt das mittlere Wachstum pro Zeiteinheit. $b(S_t, t)dW_t$ stellt die Zufallskomponente in Form eines b -fachen Wiener-Prozesses dar.¹⁶⁶ Die Kursentwicklung mit $S_0 = 100$, $a = 0,25$ und $b = 2$ ist in Abbildung 33 dargestellt.

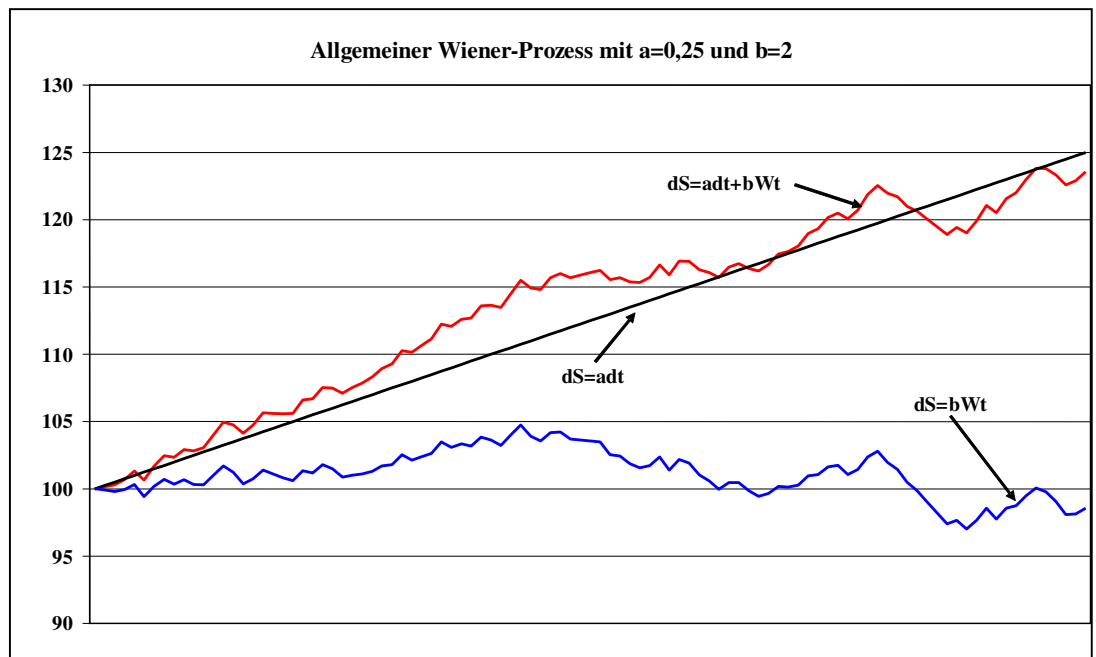


Abbildung 33: Allgemeiner Wiener-Prozess¹⁶⁷

Will man anstelle der absoluten Veränderung des Kurses dessen relative Veränderung darstellen, muss man die absolute Veränderung ins Verhältnis zum Kurs selbst setzen. Die relative Änderung (Rendite) hat dann folgende Gestalt:

$$\frac{dS_t}{S} = \frac{a(S_t, t)dt + b(S_t, t)dW_t}{S} = \mu dt + \alpha dW_t$$

¹⁶⁶ Vgl. Hull, J. C. (2009), S. 329 f.

¹⁶⁷ Eigene Darstellung.

Mit:

$$\mu = \frac{a(S_t, t)}{S} \text{ und } \sigma = \frac{b(S_t, t)}{S} \quad ^{168}$$

1.4.1.2 Die Bewertung von Bondoptionen mit dem Black76-Modell

Die Prinzipien der Modelle für Aktienoptionen können auch für Optionen auf zinstragende Geschäfte angewandt werden. So ist aus dem Black-und-Scholes-Modell im Jahr 1976 das sogenannte Black76-Modell zur Bewertung von Anleiheoptionen (Bondoptionen) hervorgegangen. Dieses Modell kommt häufig zum Einsatz, wenn Optionen in zinstragenden Geschäften (Anleihen, Darlehen etc.) bewertet werden sollen und ist in der praktischen Anwendung ebenfalls weit verbreitet¹⁶⁹. Es lässt sich ohne wesentliche Modifikationen aus dem Modell von Black und Scholes zur Bewertung von Aktienoptionen ableiten. Eine kritische Prüfung der Anwendbarkeit dieses Modells für die im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Optionen erfolgt dann im Rahmen des folgenden Kapitels, das die Problemstellung und Anforderungen an die Bewertung von Zinsoptionen skizziert.

Das so genannte Black76-Modell¹⁷⁰ basiert auf einem 1976 veröffentlichten Aufsatz von Fischer Black zur Bewertung von Warenverträgen¹⁷¹. Die Struktur der Black76-Formel entspricht dabei der Formel von Black und Scholes zur Bewertung von Aktienoptionen¹⁷²,

¹⁶⁸ μ bezeichnet dabei den Erwartungswert der Aktienkursrendite und σ die Varianz.

¹⁶⁹ Vgl. Kruse, S. (2014), S. 255.

¹⁷⁰ Auch einfach nur „Black-Modell“ genannt, vgl. Steiner, M. / Bruns, C. (2000), S. 372.

¹⁷¹ Vgl. Black, F. (1976): „The Pricing of Commodity Contracts“. Der Artikel behandelt die Bewertung von Waretermingeschäften wie Futures, Forwards und Optionsgeschäften.

¹⁷² Vgl. Black, F. / Scholes, M. (1973).

$$C(S_t, t) = e^{-r(T-t)} (S_t e^{r(T-t)} N(d_1) - B N(d_2)).$$

An die Stelle des erwarteten Aktienkurses im Ausübungszeitpunkt $S_t e^{r(T-t)}$ tritt der Forward-Preis x der Anleihe und an die Stelle des Aktien-Strikeprice tritt der Strikeprice B der Anleihe. Die Bewertungsformel von Black stellt sich dann wie folgt dar:¹⁷³

$$C(x, t) = e^{-r(T-t)} (x N(d_1) - B N(d_2)).$$

Mit:

C = Preis eines Anleihe-Calls

x = Forward-Preis der Anleihe

B = Basispreis der Anleihe

r = risikoloser Zins

$T-t$ = Laufzeit der Option

$N(d_1)$, $N(d_2)$ = Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung an den Stellen d_1 , d_2 .

Für d_1 und d_2 gilt analog zum Black-und-Scholes-Modell:

$$d_1 = \frac{\ln(x e^{-r(T-t)} / B) + (r + \frac{1}{2} \sigma^2)(T-t)}{\sigma \sqrt{T-t}} = \frac{\ln(x/B) + \frac{1}{2} \sigma^2 (T-t)}{\sigma \sqrt{T-t}}$$

¹⁷³ Vgl. Black, F. (1976), S. 177.

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

Hier wird lediglich der aktuelle Aktienkurs S_t ersetzt durch den aktuellen Kurs der Anleihe $xe^{-r(T-t)}$, welcher dem Barwert des Forward-Preises entspricht.¹⁷⁴

Beispiel: Eine Anleihe mit einer Restlaufzeit von 5 Jahren hat einen jährlichen Kupon von 4,0%. Bei einem aktuellen Marktzinsniveau von 5,0% für alle Laufzeiten ergibt sich die Zahlungsstruktur mit entsprechendem Barwert gemäß Abbildung 34. Für die Bewertung einer Call-Option mit Laufzeit 2 Jahren und Strike gleich 100€ muss nun zunächst der Forward-Preis der Anleihe berechnet werden. Dieser ergibt sich aus dem aufgezinste aktuellen Barwert abzüglich des Barwerts der beiden ersten Kuponzahlungen:

$$x = (95,14 - 3,80 - 3,62)e^{0,05 \cdot 2} = 96,94\text{€}$$

Laufzeit	Rest-zahlungsstrom	Barwert
1 Jahr	4,00	3,80
2 Jahre	4,00	3,62
3 Jahre	4,00	3,44
4 Jahre	4,00	3,27
5 Jahre	104,00	81,00
SUMME (Kurs in t_0)		91,14

Abbildung 34: Zahlungsstruktur und Barwert einer Anleihe¹⁷⁵

Bei einer unterstellten Volatilität von 6% ergeben sich für d_1 und d_2 beziehungsweise $N(d_1)$ und $N(d_2)$:

¹⁷⁴ Vgl. Reitz, S. / Schwarz, W. / Martin, M. R.W. (2004), S. 59.

¹⁷⁵ Eigene Berechnung.

$$d_1 = \frac{\ln(96,94/100) + \frac{1}{2} 0,06^2 * 2}{0,06\sqrt{2}} = -0,324, \quad d_2 = -0,409,$$

daraus folgt für

$N(d_1) = 0,37$ und für $N(d_2) = 0,34$.

Der Preis der Calloption ist dann:

$$C(x, t) = e^{-0,05 \times 2} (96,14\text{€} \times 0,37 - 100\text{€} \times 0,34) = 1,82\text{€}.$$

1.4.1.3 Kritische Würdigung

Die zuvor beschriebenen Ansätze zur Bewertung von Optionen vernachlässigen einige wesentliche Eigenschaften von zinstragenden Finanzprodukten. Ein Grund hierfür liegt in den unterschiedlichen Kursverläufen. Für die Modellierung eines Aktienkursverlaufs benötigt man einen Trendverlauf sowie eine simulierte Schwankung um diesen Trend. Auch das Black76-Modell für Anleiheoptionen basiert auf diesem Prinzip.

Der Kursverlauf einer Anleihe oder eines Bankkredits ist hingegen deutlich stärker durch feststehende Zahlungen determiniert als der einer Aktie. Hier stehen alle zukünftigen Zahlungen bereits von der Höhe und vom Zahlungszeitpunkt fest. Dies bezieht sich auf die Kuponzahlungen und auf die Rückzahlung der Anleihe. Der Kurs der Anleihe ergibt sich damit aus der Diskontierung aller zukünftigen Zahlungen. Häufig wird als Obergrenze des Kurswerts die Summe der ausstehenden Zahlungen

genannt.¹⁷⁶ Bei negativen Marktzinssätzen sind aber auch Kurswerte darüber denkbar. Je näher der Rückzahlungstermin rückt, desto näher liegt die Kursobergrenze am Nominalkurs (siehe Abbildung 35). Gleiches gilt für alle anderen Kursverläufe. Liegt der Diskontierungszins unterhalb des Kuponzinses, so steigt der Kurswert über 100 und umgekehrt. Zum Ende der Laufzeit zieht es den Kurswert allerdings immer wieder auf das Nominalniveau.¹⁷⁷ Dies bedeutet auch, dass die Volatilität über die Laufzeit der Anleihe nicht konstant ist, sondern zum Ende der Laufzeit gegen Null geht.¹⁷⁸

Ein weiterer Unterschied ist, dass der Kurswert einer Anleihe nicht als unabhängige Zufallsvariable angesehen werden kann, sondern durch das jeweils aktuelle Marktzinsniveau determiniert ist.¹⁷⁹ Die Marktzinssätze beeinflussen somit nicht nur den Wert der Option, sondern zugleich den Basiswert.¹⁸⁰ Dieser Sachverhalt erfordert die Modellierung der gesamten Zinsstrukturkurve anstelle des Kursverlaufs,¹⁸¹ was deutlich zur Erhöhung der Komplexität beiträgt.

Aufgrund dieser Unterschiede ist eine Übertragung des Black-und-Scholes-Modells bzw. des Black76-Modells auf die Bewertung von Zinsoptionen nur sehr eingeschränkt möglich. Es wurden daher mit der Zeit diverse Modelle entwickelt, die den Besonderheiten von Zinsoptionen Rechnung tragen. Diese sogenannten Zinsstrukturmodelle werden im folgenden Kapitel vorgestellt.

¹⁷⁶ So z.B. bei Rolfes, B. (2008), S. 345.

¹⁷⁷ Sogenannter „Pull-to-Par-Effekt“. Vgl. Hull, J. C. (2009), S. 948.

¹⁷⁸ Vgl. Rietmann, F. (2005), S. 88.

¹⁷⁹ Vgl. Rietmann, F. (2005), S. 89.

¹⁸⁰ Vgl. Bösch, M. (2012), S. 112.

¹⁸¹ Vgl. Hull, J. C. (2009), S. 784.

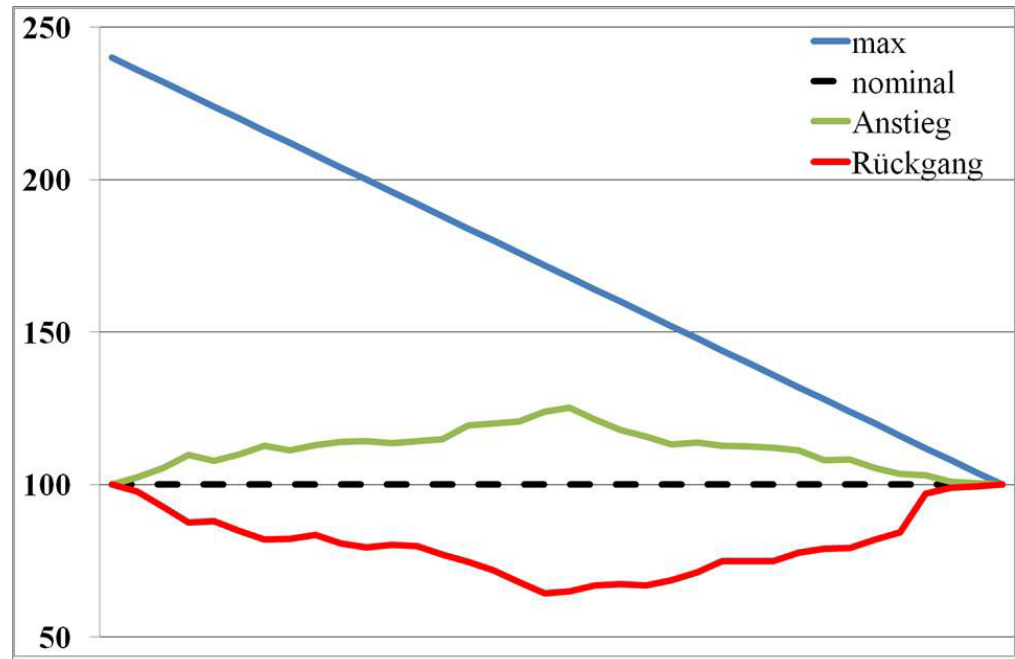


Abbildung 35: Mögliche Kursverläufe einer Anleihe¹⁸²

1.4.2 Bewertung von Zinsoptionen mit Zinsstrukturmodellen

1.4.2.1 Überblick der Modellkategorien

Im vorangegangenen Kapitel wurden Eigenschaften von zinstragenden Finanzprodukten beschrieben, die es erforderlich machen, spezielle Modelle einzusetzen, wenn es um die Bewertung von Optionen auf diese Produkte geht. So ist beispielsweise der Kurswert einer Anleihe keine unabhängige Zufallsvariable, sondern durch die aktuelle Zinsstrukturkurve determiniert. Zudem gibt es eine Vielzahl von Zinsderivaten, für deren Bewertung eine Annahme über die zukünftige Zinsentwicklung erforderlich ist. Hierzu gehören alle amerikanischen Optionen wie z.B. Swaptions oder Callable Bonds sowie exotische Optionen.¹⁸³

¹⁸² Eigene Darstellung.

¹⁸³ Vgl. Hull, J. C. (2009), S. 824.

Zinsstrukturmodelle verfolgen daher einen anderen Ansatz und modellieren zunächst die Entwicklung der gesamten Zinsstruktur. Hierbei finden auch unterschiedliche Laufzeiten Berücksichtigung.¹⁸⁴ Bei der Modellierung der Zinsstrukturkurve sind grundsätzlich zwei Ansätze möglich. Die Forward-Rate-Modelle gehen von der im Zeitpunkt Null gegebenen Forward-Zinskurve aus und konstruieren deren Entwicklung im Zeitablauf.¹⁸⁵

Short-Rate-Modelle bilden die Dynamik der Zinsstruktur über die Entwicklung eines kurzfristigen Zinssatzes, der sogenannten Short-Rate, ab. Innerhalb der Short-Rate-Modelle gibt es verschiedene Unterscheidungskriterien. So wird einerseits nach Einfaktor- und Mehrfaktormodellen unterschieden¹⁸⁶, d.h. nach der Anzahl der Einflussfaktoren auf den Short-Rate-Prozess. So kann neben der Short-Rate selbst ein langfristiges Zinsniveau als zusätzlicher Einflussfaktor in das Bewertungsmodell eingehen¹⁸⁷.

Eine weitere Unterscheidung wird zwischen sogenannten Gleichgewichtsmodellen und No-Arbitrage-Modellen getroffen. Der wesentliche Unterschied zwischen diesen Modelltypen ist die Übereinstimmung mit der aktuellen Zinsstruktur. Bei den Gleichgewichtsmodellen wird in der Regel ein Short-Rate-Prozess aus ökonomischen Variablen abgeleitet. Die Zinsstruktur ist dabei ein Modelloutput und muss nicht notwendigerweise mit der tatsächlichen Zinsstruktur übereinstimmen. Dies ist bei den No-Arbitrage-Modellen anders. Hier ist die Marktzinsstruktur ein Modellinput. Die Modelle stimmen daher mit dieser Zinsstruktur überein.¹⁸⁸

Einen Überblick über die Kategorien von Zinsstrukturmodellen gibt die folgende Abbildung:

¹⁸⁴ Vgl. Rietmann, F. (2005), S. 95.

¹⁸⁵ Vgl. Branger, N. / Schlag, C. (2004), S. 126 f.

¹⁸⁶ Vgl. Rudolf, M. (2000).

¹⁸⁷ Dies ist z.B. beim Modell von Brennan und Schwartz der Fall. Vgl. hierzu Brennan, M. J. / Schwartz, E.S. (1979).

¹⁸⁸ Vgl. Hull, J. C. (2009), S. 824 ff.

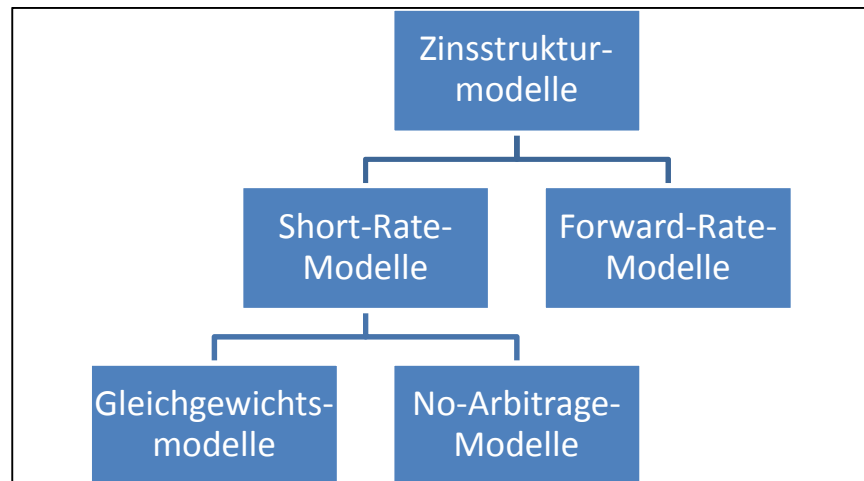


Abbildung 36: Kategorien von Zinsstrukturmodellen¹⁸⁹

1.4.2.2 Short-Rate-Modelle

Als Short-Rate bezeichnet man die Verzinsung einer Nullkuponanleihe über die kürzesten betrachteten Zeitintervalle.¹⁹⁰ Bei diskreter Verzinsung kann die Short-Rate als tägliche Verzinsung eines Geldmarktkontos betrachtet werden. Bei stetiger Verzinsung lässt sich die Short-Rate aus der Verzinsung einer Nullkuponanleihe herleiten:

Der Preis einer Nullkuponanleihe $P(t, T)$ im Zeitpunkt t mit Fälligkeitstermin T und Auszahlungsbetrag 1 ist, sofern der Periodenzins $R(t, T)$ bekannt ist,

$$P(t, T) = e^{-R(t, T)(T-t)}.$$

Unterliegt der Zins für den Zeitraum $T-t$ einem Zufallsprozess, ist der Wert der Nullkuponanleihe gegeben durch

¹⁸⁹ Eigene Darstellung.

¹⁹⁰ Vgl. Branger, N. / Schlag, C. (2004), S. 11.

$$P(t, T) = E[e^{-\bar{r}(T-t)}],$$

mit E als Erwartungswert und \bar{r} als durchschnittliche Verzinsung des Zeitraums T-t.¹⁹¹ Die Durchschnittsverzinsung ergibt sich wiederum aus der Abfolge von kurzfristigen Zinssätzen, den Short-Rates. Der Preis der Anleihe ist dann

$$P(t, T) = e^{-\int_t^T r(s)ds},$$

mit r(t) als Short-Rate.¹⁹² Die Short-Rate unterliegt hierbei einem Zufallsprozess, für dessen Modellierung verschiedene Modelle entwickelt wurden. Die wichtigsten sollen im Folgenden kurz vorgestellt werden.

Die Modelle basieren grundsätzlich auf dem bereits vorgestellten Wiener-Prozess. Übertragen auf die Modellierung kurzfristiger Zinsen sieht dieser folgendermaßen aus:

$$dr = m(r)dt + s(r)dz.$$

m stellt hierbei den Drift, also die erwartete Zinsänderung im betrachteten Zeitraum dar, s ist die Standardabweichung des Zufallsprozesses dz.

Die Gruppe der Short-Rate-Modelle lässt sich unterteilen in Gleichgewichtsmodelle und No-Arbitrage-Modelle. Unter den **Gleichgewichtsmodellen** sei zunächst das Modell von **Rendleman-Bartter** genannt, da es die einfachste Form hat. Der Drift m(r) wird durch μr ausgedrückt und s(r) durch σr . Der Prozess der Short-Rate lautet dann

$$dr = \mu r dt + \sigma r dz.$$

¹⁹¹ Vgl. Hull, J. C. (2009), S. 824 f.

¹⁹² Vgl. Reitz, S. / Schwarz, W. / Martin, M. R.W. (2004), S. 77.

Ein wesentlicher Mangel dieses Modells besteht darin, dass das Zinsniveau jeden Wert annehmen kann. Es kann also sowohl unendlich groß als auch unendlich negativ werden. Aus ökonomischer Sicht spricht hingegen viel für die Annahme, dass das Zinsniveau stets auf ein langfristiges Mittel zurückkehrt.¹⁹³ Ein niedriges Zinsniveau führt demnach zu einer hohen Kreditnachfrage und zu positiven Impulsen für das Wirtschaftswachstum. Durch die hohe Nachfrage nach Finanzierungsmitteln, tendenziellen Inflationsdruck und potenzielles Eingreifen der Zentralbanken kommt es in der Folge wieder zu einem Anstieg der Zinsen. Bei einem hohen Zinsniveau gilt der umgekehrte Effekt.

Das langfristige Durchschnittszinsniveau wird als Mean-Reversion-Level bezeichnet, die Tendenz der Short-Rate, sich diesem Niveau anzunähern, wird als Mean-Reversion bezeichnet.¹⁹⁴ Ein Modell, das die Mean-Reversion berücksichtigt ist das **Modell von Vasicek**.¹⁹⁵ Der Zufallsprozess des Vasicek-Modells ist normalverteilt mit $s(r) = \sigma$. Der Drift-Term berücksichtigt gegenüber dem Modell von Rendleman-Bartter allerdings explizit die Mean-Reversion mit $m(r) = a(b-r)$. Der Prozess lautet dann:

$$dr = a(b - r)dt + \sigma dz.$$

b ist hierbei das Mean-Reversion-Level, a ist der Faktor, mit dem die Short-Rate auf dieses Niveau gezogen wird. Der Prozess der Short-Rate folgt hierbei einem sogenannten Ornstein-Uhlenbeck-Prozess, der im Gegensatz zum Wiener-Prozess, zu einem Mittelwert zurückkehrt¹⁹⁶. Den Effekt der Mean-Reversion zeigt die nachfolgende Grafik. Dort wird das Zinsniveau stets zu einem langfristigen Marktzins von angenommenen 5% zurückgeführt.

¹⁹³ Vgl. Hull, J. C. (2009), S. 826.

¹⁹⁴ Vgl. Rietmann, F. (2005), S. 89.

¹⁹⁵ Vasicek, O. A. (1977).

¹⁹⁶ Vgl. Vasicek, O. A. (1977), S. 185.

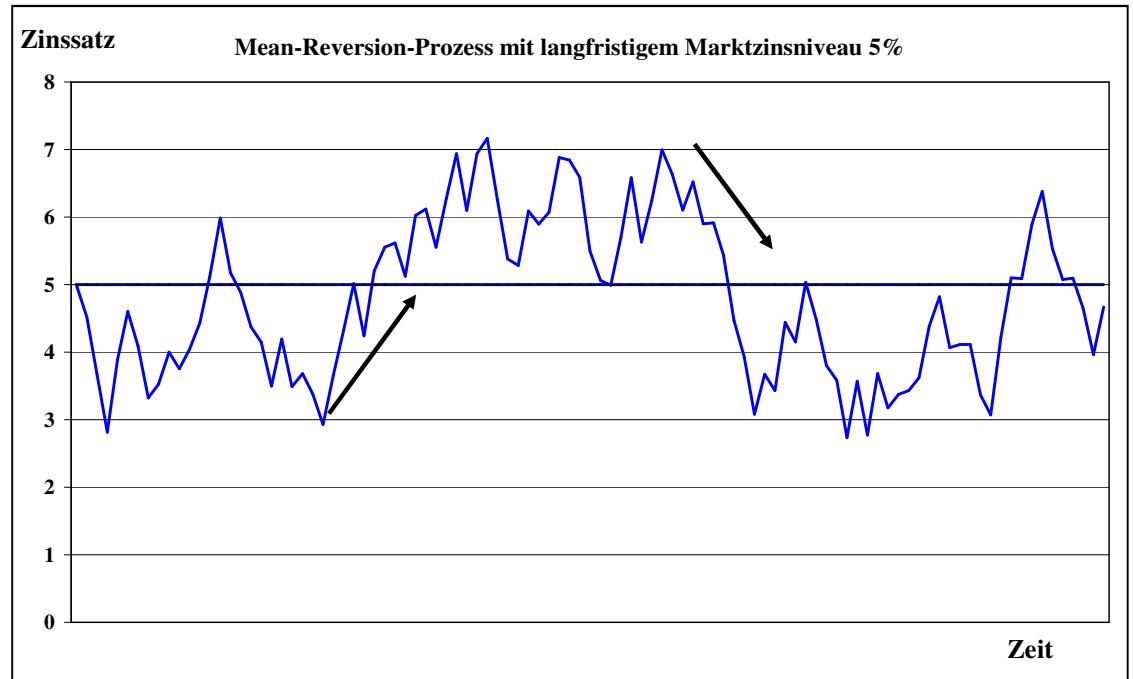


Abbildung 37: Mean-Reversion-Prozess¹⁹⁷

Durch die Einführung der Mean-Reversion hat das Vasicek-Modell deutliche Vorteile gegenüber dem Modell von Rendleman-Bartter. Ungelöst ist jedoch das Problem, dass trotz Mean-Reversion, das Auftreten von Zinssätzen, die nicht nur geringfügig, sondern deutlich unterhalb von 0% liegen, nicht ausgeschlossen ist¹⁹⁸.

Eine Lösung für dieses Problem bietet das Modell von **Cox, Ingersoll, Ross**¹⁹⁹. Der Drift dieses Modells entspricht dem des Vasicek-Modells. An die Stelle des normalverteilten Zufallsprozesses tritt allerdings ein Quadratwurzelprozess²⁰⁰ der Form $\sigma\sqrt{r}dz$. Der Short-Rate-Prozess im Cox-Ingersoll-Ross-Modell lautet dann

$$dr = a(b - r)dt + \sigma\sqrt{r}dz.$$

¹⁹⁷ Eigene Darstellung.

¹⁹⁸ Vgl. Reitz, S. / Schwarz, W. / Martin, M. R. W. (2004), S. 90 f.

¹⁹⁹ Cox, J. C. / Ingersoll, J. E. / Ross, S. A. (1985).

²⁰⁰ Vgl. Rudolf, M. (2000), S. 46.

Für das Modell von Cox, Ingersoll, Ross gilt, ebenso wie für die anderen Gleichgewichtsmodelle, dass eine Übereinstimmung mit der tatsächlichen Zinsstrukturkurve nicht gegeben ist. Zwar kann durch geeignete Kalibrierung der Parameter eine annähernde Anpassung an die Zinsstruktur erreicht werden, eine genaue Übereinstimmung ist jedoch nicht möglich. Neben den Abweichungen, die dieser Umstand in der Bewertung mit sich bringt, haben die Gleichgewichtsmodelle vor allem dadurch ein Legitimationsproblem, dass bereits das Underlying einer Option nicht korrekt bewertet werden kann.²⁰¹

Im Gegensatz dazu können **No-Arbitrage-Modelle** die am Markt beobachteten Preise für Nullkuponanleihen nachbilden, sofern sie entsprechend kalibriert werden. Es ist damit möglich, die theoretisch ermittelten Preise mit den Marktpreisen in Übereinstimmung zu bringen. Die am Markt beobachteten Preise für Nullkuponanleihen werden in den No-Arbitrage-Modellen dann zu Eingangsparametern. Darüber hinaus sollten Zinsstrukturmodelle der Anforderung genügen, die beobachtbaren Marktvolatilitäten ebenfalls korrekt einbeziehen zu können.²⁰² Zwei weitere Modelle sollen im Folgenden auf diese Anforderungen hin überprüft werden.

Das erste Modell, das anstelle von theoretischen Zinssätzen die am Markt tatsächlich beobachtbare Zinsstruktur zugrunde legt, ist das **Ho-Lee-Modell**²⁰³. Dieses basiert auf Forward-Anleihepreisen, die mit der aktuell beobachtbaren Zinsstruktur ermittelt wurden. In einem Binomialbaum werden diese Anleihepreise mit einer sogenannten Störfunktion versehen²⁰⁴. Diese Störfunktion dient der Simulation der Zinsunsicherheit, das heißt der Wahrscheinlichkeit, dass die tatsächlich in der Zukunft beobachteten Anleihepreise von denen auf Basis der heutigen Forward-Rate-Struktur berechneten abweichen.²⁰⁵

²⁰¹ Vgl. Hull, J. C. (2009), S. 829.

²⁰² Vgl. Reitz, S. / Schwarz, W. / Martin, M. R.W. (2004), S. 91.

²⁰³ Vgl. Ho, T. S. Y. / Lee, S.-B. (1986).

²⁰⁴ Vgl. Ho, T. S. Y. / Lee, S.-B. (1986), 1017.

²⁰⁵ Vgl. Branger, N. / Schlag, C. (2004), S. 60.

Im Ho-Lee-Modell ist der Drift $\theta(t)$ als

$$\theta(t) = [F_t(0, t) + \sigma^2 t] dt$$

definiert. $F_t(0, t)$ ist hierbei die partielle Ableitung der Forward-Rate $F(0, t)$ nach der Zeit. Die Richtung der Short-Rate-Entwicklung entspricht dann grundsätzlich der Steigung der Forward-Rate-Struktur, ist aber von normalverteilten Zufallsvariablen überlagert.²⁰⁶ Ergänzt um einen Zufallsprozess stellt sich der Short-Rate-Prozess im Ho-Lee-Modell wie folgt dar:

$$dr = \theta(t)dt + \sigma dz.$$

Zwar hat dieser Prozess erstmalig den Vorteil, die Marktzinsen als Modellinput zu verwenden. Allerdings hat das Ho-Lee-Modell auch zwei große Nachteile, die im Zusammenhang mit den Gleichgewichtsmodellen bereits beschrieben worden sind: Zum einen verfügt das Modell nicht über eine Mean-Reversion-Eigenschaft und zum anderen können aufgrund der Normalverteilungsannahme wieder sehr hohe positive oder negative Zinsen auftreten.²⁰⁷

Zumindest das erstgenannte Problem löst das **Hull-White-Modell**²⁰⁸. Dieses hat in Erweiterung des Ho-Lee-Modells eine Mean-Reversion von a , sodass der Short-Rate-Prozess lautet:

$$dr = [\theta(t) - ar]dt + \sigma dz$$

²⁰⁶ Vgl. Hull, J. C. (2009), S. 829 f.

²⁰⁷ Vgl. Rietmann, F. (2005), S. 99.

²⁰⁸ Hull, J. C. / White, A. (1990).

Das Modell von Ho und Lee kann somit als Spezialfall des Hull-White-Modells mit einer Mean-Reversion von $a=0$ bezeichnet werden.²⁰⁹ Schreibt man die Formel für den Short-Rate-Prozess in der leicht veränderten Form

$$dr = a \left[\frac{\theta(t)}{a} - r \right] dt + \sigma dz,$$

ähnelt es wiederum dem Modell von Vasicek, warum es teilweise auch als „Extended Vasicek“²¹⁰ bezeichnet wird. An die Stelle des festen Mean-Reversion-Levels b tritt im Hull-White-Modell die zeitabhängige Funktion

$$\frac{\theta(t)}{a},$$

durch die eine Anpassung an die tatsächliche Zinsstrukturkurve ermöglicht wird. Die Funktion $\theta(t)$ resultiert aus der Forward-Rate-Struktur im Zeitpunkt 0:

$$\theta(t) = F_t(0, t) + aF(0, t) + \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2at}).$$

$\theta(t)$ hängt somit von drei Komponenten ab:²¹¹

1. Die partielle Ableitung der Forward-Rate nach der Zeit, $F_t(0, t)$. Diese gibt die Entwicklung der Forward-Rates vom Zeitpunkt 0 wieder und berücksichtigt somit die Erwartungen der Zinsentwicklung im Zeitpunkt 0.

²⁰⁹ Vgl. Rietmann, F. (2005), S. 99 f.

²¹⁰ Vgl. Branger, N. / Schlag, C. (2004), S. 173.

²¹¹ Vgl. Rudolf, M. (2000), S. 51.

2. Die aktuelle Forward-Rate multipliziert mit der Mean-Reversion $aF(0, t)$. Je größer a ist, desto näher liegen die modellierten Short-Rates an der Forward-Rate-Struktur.
3. Eine Risikoprämie $\frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2at})$, die zu einer höheren Zinsveränderung führt, je höher die Zinssensitivität ist.

1.4.2.3 Forward-Rate-Modelle

Ein wesentlicher Nachteil der Short-Rate-Modelle ist, dass eine Übereinstimmung der in den Modellen ermittelten Werte mit realen Marktdaten nicht unmittelbar gegeben ist. So stimmen beispielsweise Anleihepreise, die aus einem Short-Rate-Modell endogen ermittelt werden, nicht mit den exogen am Markt beobachteten überein. Um diesen Mangel so gut wie möglich zu beheben, ist eine Kalibrierung der Modellparameter auf Basis echter Marktdaten erforderlich, die aber oft aufwendig ist.²¹²

Weitere Nachteile sind die geringe Flexibilität der Volatilitätskomponente sowie die Eindimensionalität des Risikos. Zur Ermittlung der gesamten Fristenstruktur der Zinssätze wird dann nur die Short-Rate herangezogen. Die bei der Modellierung der Short-Rate verwendeten Risikoparameter wirken sich somit auf alle Laufzeiten gleichermaßen aus.²¹³

Diesen Nachteilen begegnen die **Forward-Rate-Modelle** dadurch, dass anstelle der Entwicklung des Kassazinses die gesamte Zinsstrukturkurve durch Terminzinsen modelliert wird. Das bekannteste Forward-Rate-Modell ist das von **Heath, Jarrow, Morton (HJM)**.²¹⁴ Weiterentwicklungen sind das LIBOR-Market-Modell und das

²¹² Vgl. Reitz, S. / Schwarz, W. / Martin, M. R.W. (2004), S. 104.

²¹³ Vgl. Rudolf, M. (2000), S. 54.

²¹⁴ Heath, D. / Jarrow, R. / Morton, A. (1992).

Swap-Market-Modell, die anstelle theoretisch ermittelter Forward-Rates tatsächlich am Markt beobachtbare Zinssätze verwenden.

Das HJM-Modell legt die im Zeitpunkt t_0 gegebene Forward-Zinskurve zugrunde und ist daher bereits bei Konstruktion zinsstrukturkonform.²¹⁵ Ausgangspunkt des HJM-Modells ist die Ableitung des Terminzinsprozesses aus dem Prozess eines Zerobonds P mit Fälligkeit T im Zeitpunkt t : $P(t, T)$. Dessen Dynamik lässt sich beschreiben mit

$$dP(t, T) = P(t, T)(r(t)dt + \sigma(t, T)dz(t)) ,$$

wobei $r(t)$ die Rendite im Zeitpunkt t darstellt und $\sigma(t, T)$ die Volatilitätsfunktion.²¹⁶ Hieraus lässt sich die Dynamik der Forward-Zinsen ableiten:

$$dF(t, T) = \mu_F(t, T)dt + \sigma_F(t, T)dz(t),$$

eine Umformung dieser Gleichung ergibt

$$dF(t, T) = \sigma_F(t, T) \left[\int_t^T \sigma_F(t, s)ds \right] dt + \sigma_F(t, T)dz(t).$$

Für die Modellierung des Terminzinses ist somit nur dessen Volatilität erforderlich.²¹⁷

Ein Nachteil des Modells sind die verwendeten Forward-Rates, die nicht am Markt beobachtbar sind. Ein weiterer Nachteil ist die Komplexität des Modells. Diese bezieht sich zum einen darauf, dass der Prozess für den kurzfristigen Zins kein Markow-Prozess

²¹⁵ Vgl. Branger, N. / Schlag, C. (2004), S. 126.

²¹⁶ Vgl. Hull, J. C. (2009), S. 859.

²¹⁷ Vgl. Rudolf, M. (2000), S. 57.

ist, was die Umsetzbarkeit erschwert.²¹⁸ Zum anderen sind bei einer Umsetzung des diskreten Heath-Jarrow-Morton-Modells die Binomialbäume nicht rekombinierend.²¹⁹ Daher führen eine Auf- und eine Abwärtsbewegung nicht notwendigerweise zum selben Knoten, wie eine Ab- und eine Aufwärtsbewegung. Dieser Umstand erhöht deutlich die benötigte Rechenleistung.²²⁰

Eine Weiterentwicklung stellen die sogenannten Market-Modelle dar, das LIBOR-Market-Modell²²¹ und das Swap-Market-Modell²²². Da beide einem ähnlichen Ansatz folgen, soll an dieser Stelle nur auf das erstgenannte eingegangen werden.

Das **LIBOR-Market-Modell** verwendet im Gegensatz zum HJM-Modell keine momentanen Forward-Rates, die nicht in der Realität beobachtbar sind, sondern bedient sich tatsächlich gehandelter Forward-Rates auf den LIBOR²²³. Der Zinsratenprozess des Forward-LIBOR vom Zeitpunkt t_k bis t_{k+1} wird über die beobachteten Kassa-LIBOR-Sätze sowie die Volatilität des Forward-LIBOR ermittelt:

$$dF_k(t_k, t_{k+1}) = \sigma_k(t_k, t_{k+1})F_k(t_k, t_{k+1})dz.$$

1.4.2.4 Vergleichende Übersicht

Die Ergebnisse der vorangegangenen Abschnitte sind in der folgenden Übersicht zusammengefasst:

²¹⁸ Vgl. Hull, J. C. (2009), S. 860.

²¹⁹ Vgl. Hull, J. C. (2009), S. 860.

²²⁰ Vgl. Rudolf, M. (1998), S. 191.

²²¹ Vgl. Brace, A. / Gatarek, D. / Musiela, M. (1997) sowie Miltersen, K. / Sandmann, K. / Sondermann, D. (1997).

²²² Vgl. Jamshidian, F. (1998).

²²³ LIBOR steht für „London Interbank Offered Rate“ und bezeichnet einen Marktstandard, zum dem Banken am Finanzplatz London bereit sind, sich Geld zu leihen. Die Fristigkeiten betragen 1, 3, 6 und 12 Monate.

Modell	Kategorie	Definition des Zinsratenprozesses
Black76	Bondpreis	Statt Zinsratenprozess normalverteilter Prozess für die Entwicklung des Forward-Bondpreises: $xN(d1)$
Rendleman-Bartter	Short-Rate	$dr = \mu r dt + \sigma r dz$
Vasicek	Short-Rate	$dr = a(b - r)dt + \sigma dz$ b=langfristiges Zinsniveau, a=Rate der Mean-Reversion
Cox-Ingersoll-Ross	Short-Rate	$dr = a(b - r)dt + \sigma \sqrt{r} dz$ b=langfristiges Zinsniveau, a=Rate der Mean-Reversion
Ho-Lee	Short-Rate	$dr = \theta(t)dt + \sigma dz$, mit: $\theta(t) = F_t(0, t) + \sigma^2 t$ $F_t(0, t)$ =Steigung der Forward-Rate-Kurve
Hull-White	Short-Rate	$dr = [\theta(t) - ar]dt + \sigma dz$, mit: $\theta(t) = F_t(0, t) + aF(0, t) + \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2at})$ $F(0, t)$ =Forward-Rate von 0 bis t, $F_t(0, t)$ =Steigung der Forward-Rate-Kurve, a=Rate der Mean-Reversion
Heath-Jarrow-Morton	Forward-Rate	$dF(t, T) = \sigma_F(t, T) \left[\int_t^T \sigma_F(t, s) ds \right] dt + \sigma_F(t, T) dz(t)$
Libor-Market	Forward-Rate	$dF_k(t_k, t_{k+1}) = \sigma_k(t_k, t_{k+1}) F_k(t_k, t_{k+1}) dz$

Abbildung 38: Übersicht der Zinsoptionsmodelle²²⁴²²⁴ Eigene Darstellung.

Je nach dem zu bewertenden Objekt können unterschiedliche Modelle geeignet sein. Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt aber darin, einen Bewertungsansatz zu finden, der die spezifischen Anforderungen an die Besonderheiten im Privatkundengeschäft abdeckt. Entsprechend sind Modifikationen an einem Optionspreismodell vorzunehmen, damit dieses genauere Ergebnisse für das Privatkundengeschäft liefert. Diese Modifikationen können grundsätzlich für alle vorgestellten Modelle vorgenommen werden. Um unnötige Komplexität zu vermeiden, soll daher nur genau eines der Modelle für die weitere Verwendung ausgewählt werden, an dessen Beispiel dann die genannten Modifikationen vorgenommen werden können.

Als Auswahlkriterium kommt zunächst die theoretische Fundierung der Modelle in Betracht. Bei diesem Kriterium schneidet das Modell von Black am schlechtesten ab, da es die Besonderheiten von zinstragenden Wertpapieren nicht berücksichtigt und weil es nicht für amerikanische Optionen geeignet ist. Am besten schneiden die Forward-Rate-Modelle ab, die aufgrund ihrer großen Flexibilität auch komplexe Zinsstrukturen modellieren können.

Gegen die Forward-Rate-Modelle spricht deren schwierige Umsetzbarkeit, insbesondere bezogen auf den numerischen Aufwand²²⁵. Dieser dürfte auch der Grund sein, warum in der praktischen Anwendung häufig noch das Black76-Modell verwendet wird.

Die Short-Rate-Modelle bilden damit einen Kompromiss, der gute theoretische Fundierung und praktische Umsetzbarkeit vereint. Innerhalb der Short-Rate-Modelle bildet das Modell von Hull und White die Marktgegebenheiten am besten ab, da es zum einen die tatsächlichen Marktzinssätze als Input verwendet und zum anderen über die Mean-Reversion-Eigenschaft verfügt. Zwar können auch im Hull-White-Modell negative Zinssätze auftreten, aufgrund der bereits in der Einleitung beschriebenen Marktzinssituation, in der Renditen nahe oder sogar unter Null Prozent möglich sind, verliert dieses Gegenargument allerdings an Bedeutung. Das Hull-White-Modell soll daher für die Bewertung von Zinsoptionen herangezogen werden.

²²⁵ Vgl. Rietmann, F. (2005), S. 110.

2 Die Bewertung von Optionen im Privatkundenkreditgeschäft

2.1 Implementierung und Erweiterung des Hull-White-Modells

Eine Möglichkeit zur Implementierung von Zinsstrukturmodellen besteht in dem Aufbau eines Zinsbaumes. Dieser stellt die diskrete Umsetzung eines stochastischen Prozesses dar. Der Aufbau ähnelt dem zuvor dargestellten Binomialbaum für die Entwicklung eines Aktienkurses im Modell von Cox, Ross, Rubinstein. Für die Verwendung eines Zinsbaumes schlagen Hull und White ein Verfahren vor, das im Folgenden erläutert werden soll.²²⁶

2.1.1 Aufbau eines Zinsbaumes

Zunächst sehen Hull und White anstelle eines Binomialbaumes einen Trinomialbaum vor, da dieser einen weiteren Freiheitsgrad bietet und damit zusätzliche Möglichkeiten zur Abbildung von Zinsentwicklungen. Der Zins innerhalb des Zinsbaumes gilt jeweils für einen Zeitschritt Δt und soll dabei annahmegemäß demselben stochastischen Prozess folgen wie die Short-Rate im zeitstetigen Modell. An jedem Knoten des Baums bietet dieser drei Verzweigungsmöglichkeiten, eine Aufwärts-, eine Abwärts- und eine Geradeausbewegung. Zudem ist der Baum rekombinierend aufgebaut. Hier ein Beispiel mit zwei Zeitschritten:

²²⁶ Vgl. Hull, J. C. / White, A. (1994).

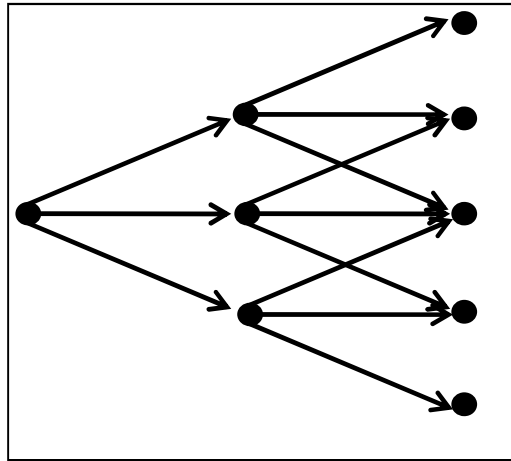


Abbildung 39: Trinomialbaum mit zwei Zeitschritten²²⁷

Neben der Aufwärts-, Abwärts-, Geradeausverzweigung ist es bei sehr hohem bzw. sehr niedrigem Zinsniveau sinnvoll, von der Standardverzweigung abzuweichen und stattdessen eine Aufwärts-, Aufwärts-, Geradeausverzweigung bzw. eine Geradeaus-, Abwärts-, Abwärtsverzweigung zu verwenden. Diese Alternativverzweigungen sind in der folgenden Abbildung dargestellt.

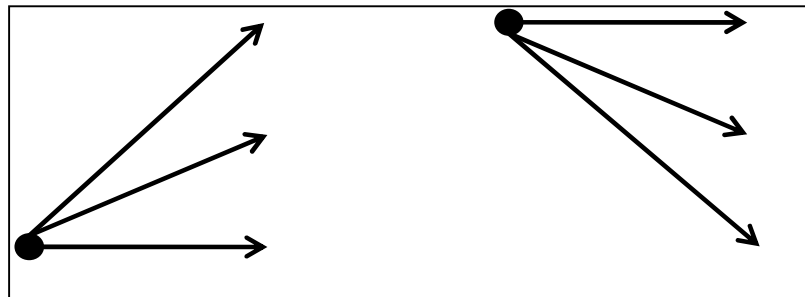


Abbildung 40: Alternative Trinomialbaumverzweigungen²²⁸

Der momentane kurzfristige Zinssatz des Hull-White-Modells

²²⁷ Eigene Darstellung.

²²⁸ Eigene Darstellung.

$$dr = [\theta(t) - ar]dt + \sigma dz$$

wird nun ersetzt durch einen für das diskrete Zeitintervall dt gültigen Zinssatz R , sodass gilt:

$$dR = [\theta(t) - aR]dt + \sigma dz.$$

Geht dt gegen 0, stimmen r und R überein.

Zum Aufbau des Zinsbaumes wird in einem ersten Schritt der Prozess für einen Zinssatz R^* modelliert, für den gilt:

$$\theta(t) = 0, R^* = 0.$$

Dieser Prozess lautet dann

$$dR^* = -aR^*dt + \sigma dz$$

und ist symmetrisch um 0. Ausgehend vom Ursprungsknoten verzweigt der Baum. Am Ende jeder Verzweigung befindet sich ein weiterer Knoten, von dem aus weiter verzweigt wird oder bei dem der Prozess endet. Die Notation der Knoten erfolgt mit den Buchstaben i und k , wobei

i = Bezeichnung des jeweiligen Prozessschritts und

k = Bezeichnung der Knoten innerhalb eines Prozessschritts (Zustandsniveau).

Die Anzahl der Schritte entspricht der Laufzeit geteilt durch den zeitlichen Abstand der Schritte. Bei 12 Monaten Laufzeit und einer Schrittweite Δt von 3 Monaten ergeben sich auf diese Weise 4 Schritte. Befinden sich in einem Schritt 5 Knoten k , werden diese

von -2 bis +2 durchnummeriert. Um die Art der Verzweigung zu bestimmen, müssen zunächst Wahrscheinlichkeiten für die jeweiligen Verzweigungen ermittelt werden. Die Wahrscheinlichkeiten werden wie folgt bezeichnet:

P_1 = Aufwärtswahrscheinlichkeit bzw. Geradeauswahrscheinlichkeit (bei Geradeaus-, Abwärts-, Abwärtsverzweigung)

P_0 = Geradeauswahrscheinlichkeit bzw. Aufwärtswahrscheinlichkeit (bei Geradeaus-, Aufwärts-, Aufwärtsverzweigung) bzw. Abwärtswahrscheinlichkeit (bei Geradeaus-, Abwärts-, Abwärtsverzweigung)

P_{-1} = Abwärtswahrscheinlichkeit bzw. Geradeauswahrscheinlichkeit (bei Geradeaus-, Aufwärts-, Aufwärtsverzweigung)

Ihre Berechnung erfolgt über die Lösung von drei Bedingungen, die erfüllt sein müssen:²²⁹

- a) die Summe der Wahrscheinlichkeiten muss 1 sein:

$$P_1 + P_0 + P_{-1} = 1$$

- b) der Erwartungswert einer Zinsänderung im Zinsbaum muss dem Drift des Prozesses entsprechen:

$$P_1\Delta R + P_0 0 - P_{-1}\Delta R = -ak\Delta R\Delta t$$

- c) die Varianz einer Zinsänderung im Zinsbaum muss der Varianz des Prozesses entsprechen:

$$P_1(\Delta R - ak\Delta R\Delta t)^2 + P_0(0 - ak\Delta R\Delta t)^2 + P_{-1}(-\Delta R - ak\Delta R\Delta t)^2 = \sigma^2\Delta t.$$

Wählt man für

²²⁹ Vgl. Rietmann, F. (2005), S. 119 f.

$$\Delta R = \sigma\sqrt{3\Delta t},$$

gelingt es, ΔR und σ aus den Gleichungen zu eliminieren.²³⁰ Nach Auflösung der Gleichungen gelten folgende Wahrscheinlichkeiten:²³¹

Für die Standardverzweigung gelten:

$$P_1 = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}(a^2k^2\Delta t^2 - ak\Delta t)$$

$$P_0 = \frac{2}{3} - a^2k^2\Delta t^2$$

$$P_{-1} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}(a^2k^2\Delta t^2 + ak\Delta t).$$

Für die Geradeaus-, Aufwärts-, Aufwärtsverzweigung gelten:

$$P_1 = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}(a^2k^2\Delta t^2 + ak\Delta t)$$

$$P_0 = -\frac{1}{3} - a^2k^2\Delta t^2 - 2ak\Delta t$$

$$P_{-1} = \frac{7}{6} + \frac{1}{2}(a^2k^2\Delta t^2 + 3ak\Delta t).$$

Für die Geradeaus-, Abwärts-, Abwärtsverzweigung gelten:

$$P_1 = \frac{7}{6} + \frac{1}{2}(a^2k^2\Delta t^2 - 3ak\Delta t)$$

²³⁰ Vgl. Hull, J. C. (2009), S. 839.

²³¹ ausführlich siehe Rudolf, M. (1998), S. 118 ff.

$$P_0 = -\frac{1}{3} - a^2 k^2 \Delta t^2 + 2ak\Delta t$$

$$P_{-1} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}(a^2 k^2 \Delta t^2 - ak\Delta t).$$

Es ist nun zu bestimmen, ab welchem Zustandsniveau von der Standardverästelung in eine der beiden Alternativverästelungen gewechselt werden soll bzw. muss. Ein entscheidendes Kriterium hierfür ist, dass die Wahrscheinlichkeiten stets positiv bleiben. Gemäß den obigen Gleichungen sind negative Werte für die Wahrscheinlichkeiten P_1 und P_{-1} ohnehin ausgeschlossen; allerdings kann P_0 negative Werte annehmen. Es sind folglich alle Werte für k auszuschließen, bei denen P_0 negativ wird. Es muss also gelten:

Für die Standardverzweigung

$$P_0 = \frac{2}{3} - a^2 k^2 \Delta t^2 \geq 0$$

$$\rightarrow \sqrt{\frac{2}{3}} \geq ak\Delta t$$

$$\rightarrow \frac{0,8165}{a\Delta t} \geq k \geq \frac{-0,8165}{a\Delta t}.$$

Für die Geradeaus-, Aufwärts-, Aufwärtsverzweigung

$$P_0 = -\frac{1}{3} - a^2 k^2 \Delta t^2 - 2ak\Delta t \geq 0$$

$$\rightarrow \frac{2}{3} - (ak\Delta t + 1)^2 \geq 0$$

$$\rightarrow \sqrt{\frac{2}{3}} - 1 \geq ak\Delta t$$

$$\rightarrow \frac{-0,1835}{a\Delta t} \geq k \geq \frac{-1,8165}{a\Delta t}.$$

Für die Geradeaus-, Abwärts-, Abwärtsverzweigung

$$P_0 = -\frac{1}{3} - a^2 k^2 \Delta t^2 + 2ak\Delta t \geq 0$$

$$\rightarrow \frac{2}{3} - (ak\Delta t - 1)^2 \geq 0$$

$$\rightarrow \sqrt{\frac{2}{3}} + 1 \geq ak\Delta t$$

$$\rightarrow \frac{1,8165}{a\Delta t} \geq k \geq \frac{0,1835}{a\Delta t}.$$

Wenn von der Standard- zur Geradeaus-, Aufwärts-, Aufwärtsverzweigung gewechselt wird, müssen jeweils beide Begrenzungen für k gelten. Aus

$$\frac{0,8165}{a\Delta t} \geq k \geq \frac{-0,8165}{a\Delta t} \text{ und } \frac{-0,1835}{a\Delta t} \geq k \geq \frac{-1,8165}{a\Delta t} \text{ wird dann}$$

$$\frac{-0,1835}{a\Delta t} \geq k \geq \frac{-0,8165}{a\Delta t}.$$

Beim Übergang von der Standard- zur Geradeaus-, Abwärts-, Abwärtsverzweigung wird aus

$$\frac{0,8165}{a\Delta t} \geq k \geq \frac{-0,8165}{a\Delta t} \text{ und } \frac{1,8165}{a\Delta t} \geq k \geq \frac{0,1835}{a\Delta t}$$

$$\frac{0,8165}{a\Delta t} \geq k \geq \frac{0,1835}{a\Delta t}.$$

Die Begrenzung von k kann dann so vorgenommen werden, dass die maximale Anzahl von positiven Zuständen k_{\max} gleich der kleinsten ganzen Zahl ist, die größer ist als

$$\frac{0,1835}{a\Delta t}^{232}.$$

Die maximale Anzahl negativer Zustände k_{\min} ist dann k_{\max} .

Die Vorgehensweise bis zu diesem Punkt soll durch ein Beispiel verdeutlicht werden.

Es seien folgende Parameter gegeben:

Laufzeit Darlehen = 48 Monate

Laufzeit Option = 36 Monate

Anzahl Schritte = 3 → Schrittweite = 1 Jahr

Short-Rate-Volatilität = 0,8%

Mean-Reversion = 15%

Daraus folgt:

$$\Delta R = \sigma\sqrt{3\Delta t} = 0,8\%\sqrt{3} = 1,386\%.$$

$$k_{\max} \geq \frac{0,1835}{a\Delta t} \geq 1,22 \rightarrow k_{\max} = 2, k_{\min} = 2.$$

Mit diesen Parametern ergibt sich der Zinsbaum in Abbildung 41. Es wird deutlich, dass die Zinsentwicklung pro Schritt immer um Null schwankt und zwar mit einem Vielfachen von 1,386%. Die Verzweigungswahrscheinlichkeiten an jedem Knoten hängen, bei konstanter Schrittweite und konstanter Mean-Reversion, nur vom jeweiligen Zustandsniveau ab. Je größer der Zinsanstieg bereits gewesen ist, desto geringer wird die Wahrscheinlichkeit eines weiteren Zinsanstiegs. Nach zwei Schritten

²³² Vgl. Hull, J. C. (2009), S. 839.

wird das Zustandsniveau auf ± 2 begrenzt und es wird zur Alternativverzweigung übergegangen.²³³

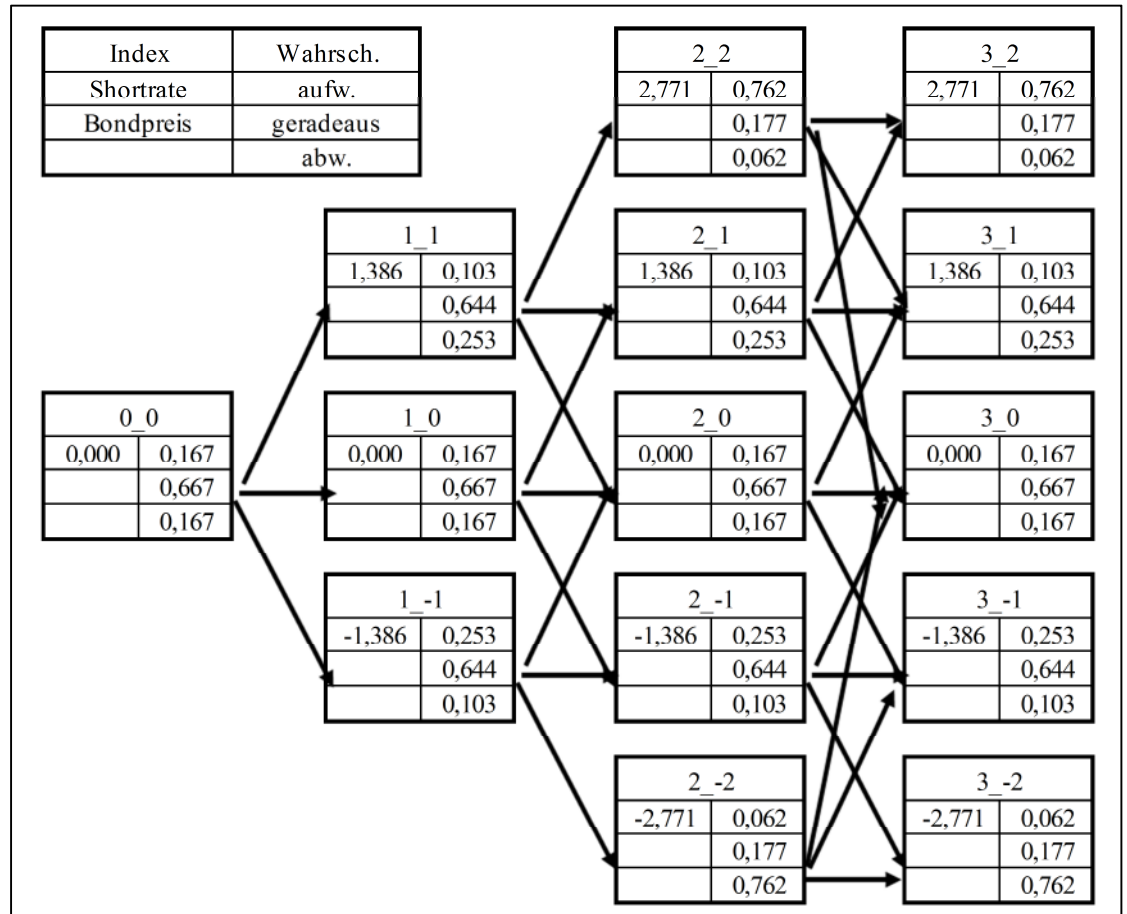


Abbildung 41: Trinomialbaum für $R^* = 0$ ²³⁴

2.1.2 Anpassung des Zinsbaumes an die Fristenstruktur im Standardmodell

Nach der Aufstellung des Zinsbaumes für $R^* = 0$ erfolgt nun die Anpassung des Zinsbaumes an die tatsächliche Fristenstruktur der aktuellen Zinskurve. Ziel ist es, den

²³³ Quelle sind eigene Berechnungen.

²³⁴ Eigene Darstellung.

Zinsbaum so zu konstruieren, dass mit dessen Hilfe beispielsweise die Preise für Anleihen marktgerecht ermittelt werden können. Hierzu wird der Zinsbaum so verschoben, dass die mittlere Verzinsung über alle Zustandsniveaus im jeweils betrachteten Zeitschritt exakt der aktuellen Forward-Rate von einem Zeitschritt zum nächsten entspricht. Hierbei ist folgende Herausforderung zu bewältigen:

Bei einer flachen Zinsstruktur von 4,0% beträgt die stetige Verzinsung

$$e^{4\%} - 1 = 4,081\%$$

und der Wert einer Nullkuponanleihe von 0 nach 2

$$ZBAF(0,2) = e^{-2 \cdot 4\%} = 0,92312.$$

Setzt man die mittlere Short-Rate für den Knoten 1_0 auf 4,0% und die Short-Rates in den Zustandsniveaus $1_1 = 4,0\% + 1,386\% = 5,386\%$, bzw. $1_{-1} = 4,0\% - 1,386\% = 2,614\%$, ergibt sich unter Gewichtung mit den Verzweigungswahrscheinlichkeiten:

$$\widehat{ZBAF}(0,2) = e^{-4,0\%} \left(\frac{1}{6} e^{-5,386\%} + \frac{4}{6} e^{-4,0\%} + \frac{1}{6} e^{-2,614\%} \right) = 0,92315.$$

Der Wert des so ermittelten Zerobonds unterscheidet sich somit vom tatsächlichen, auf Basis der aktuellen Zinsstruktur ermittelten Wert. Um eine exakte Anpassung an die Zinsstruktur zu erreichen, muss die mittlere Short-Rate skaliert werden. Dies geschieht auf folgende Weise:²³⁵

²³⁵ Vgl. Hull, J. C. (2009), S. 840 ff.

Definiert man $Q_{i,j}$ als Zerobond des Knotens i,j , ergibt sich für das obige Beispiel:

$$Q_{1,1} = \frac{1}{6} e^{-4\%} = 0,1601$$

$$Q_{1,0} = \frac{4}{6} e^{-4\%} = 0,6405$$

$$Q_{1,-1} = \frac{1}{6} e^{-4\%} = 0,1601.$$

Eine Nullkuponanleihe im Zeitpunkt 2 lässt sich dann so berechnen:

$$\widehat{ZBAF}(0,2) = Q_{1,1} e^{-(msr(1,2)+1,386\%)} + Q_{1,0} e^{-(msr(1,2))} + Q_{1,-1} e^{-(msr(1,2)-1,386\%)}$$

Diese Gleichung wird nun mit dem „echten“ Zerobond $ZBAF(0,2)$ gleichgesetzt und nach $msr(1,2)$ aufgelöst.

$$e^{msr(1,2)} (0,1601 e^{-1,386\%} + 0,1601 e^{-1,386\%} + 0,1601 e^{-1,386\%}) = 0,92312.$$

$$msr(1,2) = \ln \left(\frac{0,1601 e^{-1,386\%} + 0,1601 e^{-1,386\%} + 0,1601 e^{-1,386\%}}{0,92312} \right) = 4,003\%.$$

Der mittlere Knoten 1_0 erhält somit eine Short-Rate von 4,084%, die Short-Rate für den Knoten 1_1 beträgt $4,003\% + 1,386\% = 5,389\%$ und für den Knoten 1_{-1} beträgt die Short-Rate $4,003\% - 1,386\% = 2,617\%$.

2.1.3 Umstellung des Hull-White-Modells auf diskrete Verzinsung

Das beschriebene Verfahren zum Aufbau und zur Anpassung des Zinsbaums basiert auf der stetigen Verzinsung von Nullkuponanleihen (Spot-Rates). Dies bringt den großen Vorteil einer einfachen Berechnung innerhalb des Zinsbaums mit. Der Nachteil ist, dass in der Bankpraxis üblicherweise Zinskurven auf diskret verzinsten Kuponanleihen

basieren, da die am Kapitalmarkt beobachtbaren Zinssätze zum weitaus größten Teil von Wertpapieren mit Kuponzinsen stammen²³⁶. Eine typische Basis zur Ermittlung von Bewertungskurven für die interne Bankkalkulation ist bspw. die Swap-Kurve. Die darin enthaltenen Swapsätze stellen diejenige Verzinsung dar, zu der Banken im Allgemeinen in der Lage sind, festverzinsliche (Kupon-)Zinsen gegen eine variable Verzinsung zu tauschen.²³⁷ Angaben zu Zinssätzen und Margen im bankinternen Sprachgebrauch, insbesondere im Kundengeschäft, beziehen sich somit fast immer auf Kuponzinsen.

Zur Verwendung des Hull-White-Modells gibt es daher entweder die Möglichkeit, direkt auf berechnete Nullkuponsätze zurück zu greifen oder die bankinterne Einstandskurve in eine Spot-Rate-Kurve umzurechnen. Den ersten Weg geht bspw. Gramatke durch Verwendung von Spot-Rates börsennotierter Bundeswertpapiere, die auf der Internetseite der Deutschen Bundesbank abgerufen werden können.²³⁸ Für die interne Kalkulation ist dieses Vorgehen allerdings nicht geeignet, da bankspezifische Refinanzierungs- und Liquiditätsaufschläge unberücksichtigt bleiben. Es bleibt daher nur die zweite Alternative, nämlich die Umrechnung der bankspezifischen Einstandszinskurve in eine Spot-Rate-Kurve. Neben der für die Margen- und Deckungsbeitragskalkulation verwendeten „Standardkurve“ würde somit eine zweite Einstandskurve implementiert werden, mit der die Kündigungsrechte bewertet werden, um anschließend die Ergebnisse zusammenzuführen.

Um dies zu vermeiden, wird im Folgenden gezeigt, wie eine Parametrisierung des Hull-White-Modells für eine diskrete Verzinsung erfolgen kann. Die einmalige Parametrisierung ist zwar mathematisch deutlich komplexer, bietet dafür aber den entscheidenden Vorteil, dass in der Bankkalkulation weiterhin dieselbe Einstandskurve verwendet werden kann.

²³⁶ Vgl. Rolfes, B. (2008), S. 312.

²³⁷ Vgl. Hofmann, M. (2009), S. 113 ff.

²³⁸ Vgl. Gramatke, W. C. (2011), S.303 f. Die Bundesbank verwendet zur Umrechnung das Verfahren von Svensson. Siehe hierzu auch Rolfes, B. (2008), S. 314 ff.

Zunächst erfolgt die Berechnung von Zerobond-Abzinsfaktoren bei diskreter Verzinsung anders als bei stetiger. Gilt weiterhin die Annahme einer flachen Zinskurve von 4,0%, liegt der Abzinsfaktor von Zeitpunkt 0 nach 1 bzw. 0 nach 2 bei:

$$ZBAF(0,1) = \frac{1}{(1+4\%)} = 0,9615, \text{ bzw.}$$

$$ZBAF(0,2) = \frac{1}{(1+4\%)^2} = 0,9246.$$

Dementsprechend anders müssen die Werte für die $Q_{i,k}$ ermittelt werden:

$$Q_{1,1} = Q_{1,-1} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{(1+4\%)} = 0,1603,$$

$$Q_{1,0} = \frac{4}{6} \times \frac{1}{(1+4\%)} = 0,6410.$$

Die mittlere Short-Rate von Zeitpunkt 1 nach 2 lässt sich dann durch Auflösung der folgenden Formel ermitteln:

$$ZBAF(0,2) = \frac{Q_{1,1}}{(\overline{msr}_{1,2} + \Delta R)} + \frac{Q_{1,0}}{\overline{msr}_{1,2}} + \frac{Q_{1,-1}}{(\overline{msr}_{1,2} - \Delta R)} := ZBAF(0,2),$$

mit:

$$\Delta R = 1,386\% \text{ und } \overline{msr}_{1,2} = 1 + msr(1,2)$$

Durch Erweiterung und Umformung ergibt sich:

$$\begin{aligned} & \frac{Q_{1,1} \overline{msr}_{1,2} (\overline{msr}_{1,2} - \Delta R) + Q_{1,0} (\overline{msr}_{1,2} + \Delta R) (\overline{msr}_{1,2} - \Delta R) + Q_{1,-1} \overline{msr}_{1,2} (\overline{msr}_{1,2} + \Delta R)}{\overline{msr}_{1,2} (\overline{msr}_{1,2} + \Delta R) (\overline{msr}_{1,2} - \Delta R)} \\ &= ZBAF(0,2) \end{aligned}$$

$$Q_{1,1}\overline{msr}_{1,2}^2 - Q_{1,1}\overline{msr}_{1,2}\Delta R + Q_{1,0}\overline{msr}_{1,2}^2 - Q_{1,0}\Delta R^2 + Q_{1,-1}\overline{msr}_{1,2}^2 + Q_{1,-1}\overline{msr}_{1,2}\Delta R = ZBAF(0,2)(\overline{msr}_{1,2}^3 - \overline{msr}_{1,2}\Delta R^2)$$

$$(Q_{1,1} + Q_{1,0} + Q_{1,-1})\overline{msr}_{1,2}^2 + (Q_{1,-1} - Q_{1,1})\overline{msr}_{1,2}\Delta R - Q_{1,0}\Delta R^2 = ZBAF(0,2)\overline{msr}_{1,2}^3 - ZBAF(0,2)\overline{msr}_{1,2}\Delta R^2$$

$$ZBAF(0,2)\overline{msr}_{1,2}^3 - (Q_{1,1} + Q_{1,0} + Q_{1,-1})\overline{msr}_{1,2}^2 + Q_{1,0}\Delta R^2 - ((Q_{1,-1} - Q_{1,1})\Delta R + ZBAF(0,2)\Delta R^2)\overline{msr}_{1,2} = 0$$

Setzt man: $A = ZBAF(0,2)$, $B = -(Q_{1,1} + Q_{1,0} + Q_{1,-1})$, $C = -((Q_{1,-1} - Q_{1,1})\Delta R + ZBAF(0,2)\Delta R^2)$, $D = Q_{1,0}\Delta R^2$, $x = \overline{msr}_{1,2}$,

erhält man die sogenannte Normalform für kubische Gleichungen:

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0.$$

Die Lösung kann, ebenso wie für Polynome höheren Grades, durch das Newton-Verfahren ermittelt werden.²³⁹ Hierbei nähert man sich der Nullstelle des Polynoms durch Iteration eines Ausgangswertes an. Da die mittlere Short-Rate von 1 nach 2 nahe an der Forward-Rate von 1 nach 2 liegen muss, also bei etwa 4,0%, wird der Ausgangswert (x_1) für das Newton-Verfahren zunächst auf 3,0% gesetzt.

$$\overline{msr}_{1,2} = 1 + 3,0\% := x_1.$$

²³⁹ Vgl. Bückner, R. (2003), S. 190 ff.

Die erste Näherung (x_2) des gesuchten Wertes erhält man dann durch:

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

mit:

$$f(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D \text{ und}$$

$$f'(x) = 3Ax^2 + 2Bx + C$$

Daraus folgt:

$$f(x_1) = -0,00986, \quad f'(x_1) = 0,9616 \text{ und}$$

$$x_2 = 1,03 - \frac{-0,00986}{0,9616} = 1,03 + 0,01026 = 1,04026.$$

$$f(x_2) = 0,0002, \quad f'(x_2) = 1,0008 \text{ und}$$

$$x_3 = 1,04026 - \frac{0,0002}{1,0008} = 1,04026 - 0,0002 = 1,04006 \text{ und}$$

$$f(x_3) = 0,0.$$

Die gesuchte mittlere Short-Rate von 1 nach 2 beträgt somit 4,006% und liegt damit geringfügig oberhalb der entsprechenden Forward-Rate. Auf diese Weise können die mittleren Short-Rates für alle weiteren Zeitschritte ermittelt werden. Der so modifizierte Zinsbaum ist in Abbildung 42 dargestellt:

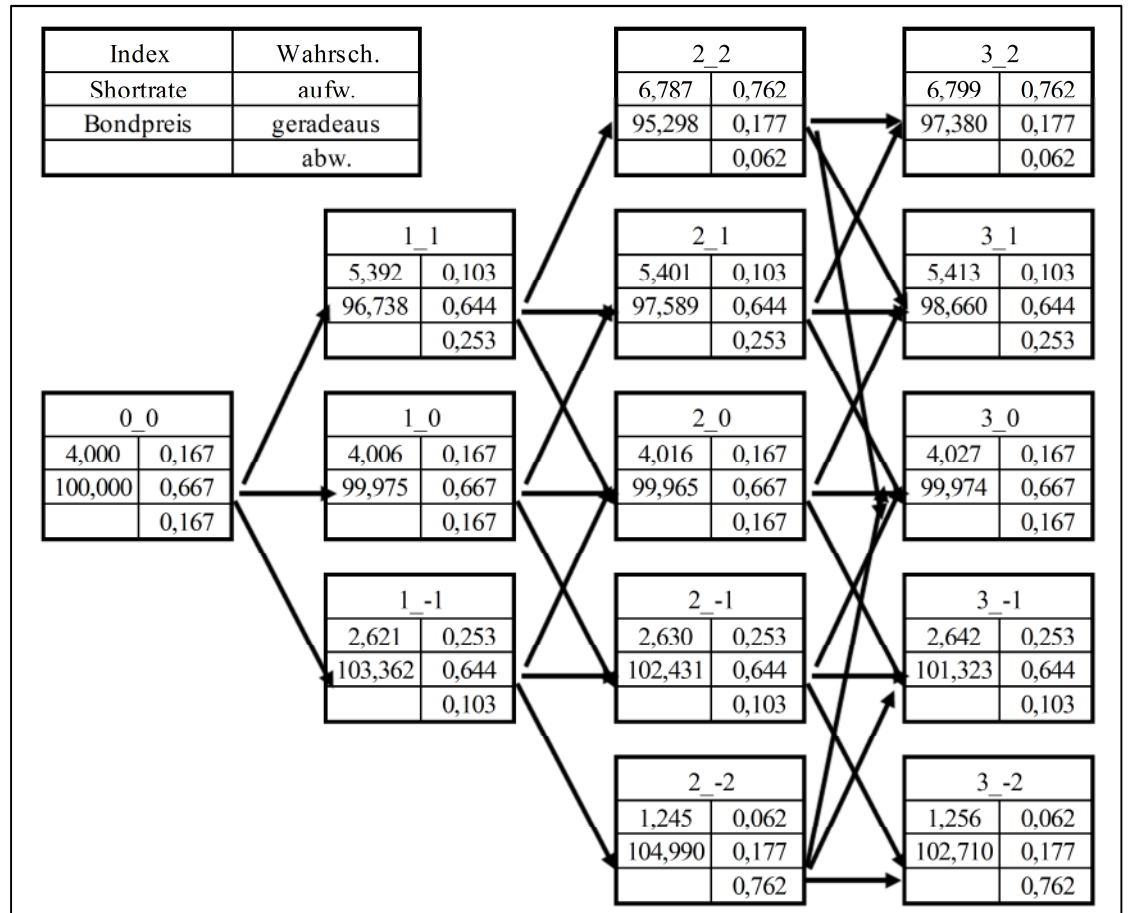


Abbildung 42: An Zinsstruktur angepasster Trinomialbaum²⁴⁰

2.1.4 Berechnung der Bondpreise und Optionspreise

Die Bondpreise je Knoten können nun berechnet werden, indem die Bondpreise der jeweiligen drei Nachfolgeknoten zuzüglich des Kuponzinses mit der Short-Rate des Knotens wahrscheinlichkeitsgewichtet abgezinst werden. Für Knoten (1, 1) ergibt sich so:

²⁴⁰ Eigene Darstellung.

$$\text{Bondpreis}_{1,1} = \frac{0,103 \times 95,298 + 0,644 \times 97,589 + 0,253 \times 99,965 + 4}{(1 + 5,392\%)} = 96,738$$

Schließlich können die Optionspreise berechnet werden. Bei einer europäischen Option mit einem Strike von 100 und einer Fälligkeit in drei Jahren berechnet sich diese aus dem Maximum von Null und der Differenz zwischen Optionspreis im Zeitpunkt $i=3$ und Strike. Für den Knoten (3, -1) ergibt sich beispielsweise ein Optionspreis von 1,323. Die Optionspreise werden ebenso wie die Bondpreise auf den Zeitpunkt Null diskontiert. Für den Knoten (1, -1) ergibt sich beispielsweise:

$$\text{Optionspreis}_{1,-1} = \frac{0,103 \times 2,270 + 0,644 \times 1,102 + 0,253 \times 0,212}{(1 + 2,621\%)} = 0,972.$$

Der vollständige Zinsbaum mit Bond- und Optionspreisen ist in Abbildung 43 dargestellt:

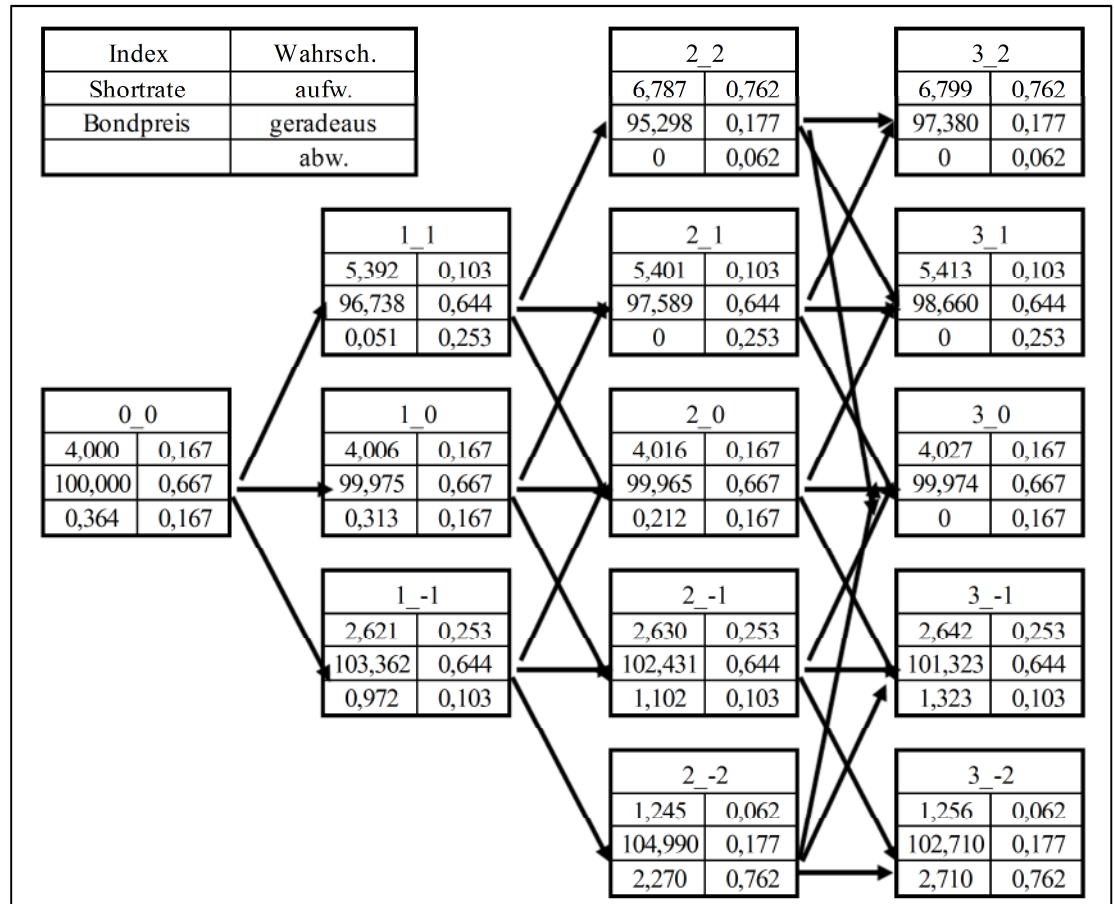


Abbildung 43: Bond- und Optionspreise auf Basis des Trinomialbaums²⁴¹

2.1.5 Ermittlung von Volatilität und Mean-Reversion

Nachdem in den vorangegangenen Kapiteln gezeigt wurde, wie der Trinomialbaum des Hull-White-Modells an die tatsächlich am Markt zu beobachtende Zinskurve angepasst werden kann, sind nun noch die Parameter Short-Rate-Volatilität und Mean-Reversion zu bestimmen. Beide Parameter sind nicht unmittelbar am Markt beobachtbar, sodass diese geschätzt werden müssen.²⁴² Als eine Möglichkeit kann die Schätzung der

²⁴¹ Eigene Darstellung.

²⁴² Vgl. Gramatke, W. C. (2011), S. 117.

Parameter aus historischen Daten erfolgen, dann allerdings mit dem Nachteil einer möglichen Nicht-Übertragbarkeit historischer Daten auf die Zukunft.²⁴³ Dies wird bei einem historischen Verlauf von Volatilitäten auf Swaptions deutlich, die mit dem Black76-Verfahren gepreist wurden. Die folgende Abbildung zeigt hierzu beispielhaft den Verlauf der impliziten Volatilität einer Option, in einem Jahr in einen Swap mit einer Laufzeit von einem Jahr einzutreten. Es wird deutlich, dass sich die Volatilität seit Beginn der Finanzkrise im Jahr 2007 deutlich erhöht hat (siehe Abbildung 44).

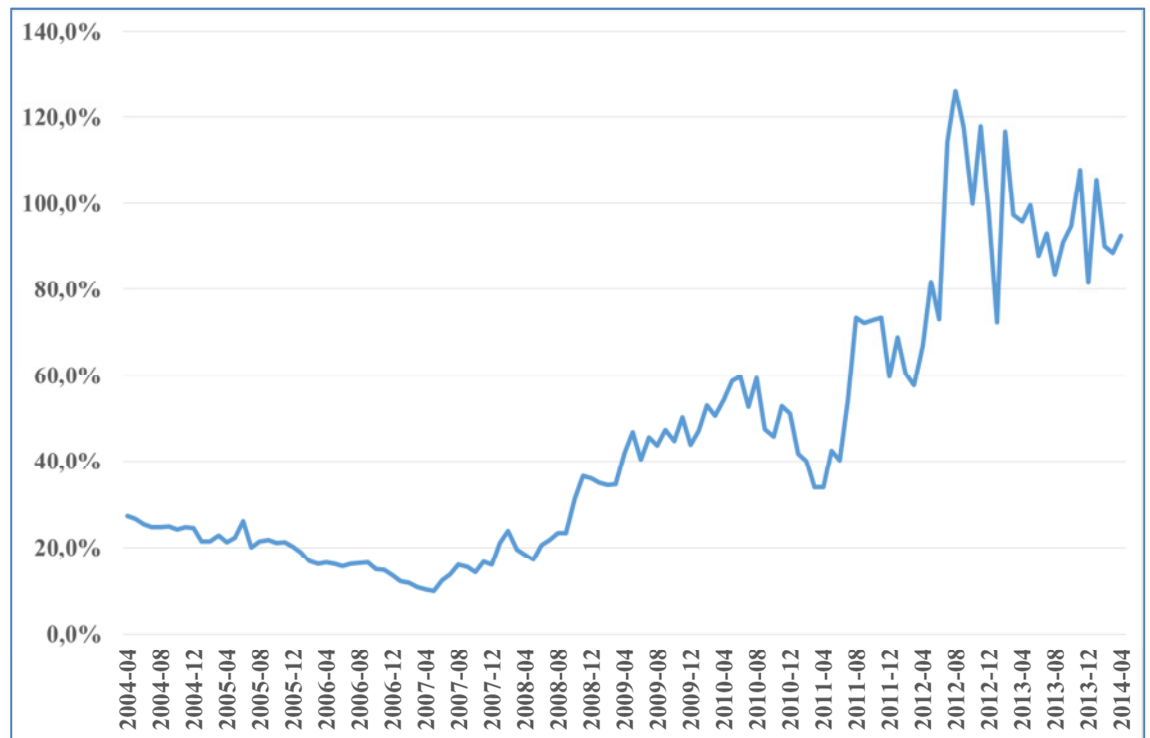


Abbildung 44: Entwicklung von Swaption-Volatilität²⁴⁴

Die andere Möglichkeit ist, die Volatilität und Mean-Reversion aus aktuellen Marktpreisen zu ermitteln. Zielsetzung ist es, die beiden Parameter so zu wählen, dass eine möglichst genaue Anpassung der mit dem Hull-White-Modell ermittelten

²⁴³ Vgl. Rudolf, M. (2000), S. 188.

²⁴⁴ Eigene Darstellung. Quelle: Bloomberg.

Optionspreise an die Preise tatsächlich gehandelter Optionen gelingt.²⁴⁵ In diesem Kapitel wird auf Basis tatsächlicher Marktdaten gezeigt, wie die kalkulationsrelevanten Parameter Volatilität und Mean-Reversion geschätzt werden können. Das Verfahren zur Anpassung der Kalkulationsparameter an beobachtbare Marktdaten wird als Kalibrierung bezeichnet. Datenstichtag hierfür ist der 31.07.2011. Es gilt die Zinsstrukturkurve aus Abbildung 45. Da es sich bei den historischen Zinssätzen um Spot-Rates handelt, erfolgen die Berechnungen in diesem Kapitel ebenfalls auf Basis von Spot-Rates.

Laufzeit	Zins
1 Jahr	1,11%
2 Jahre	1,27%
3 Jahre	1,46%
4 Jahre	1,66%
5 Jahre	1,87%
6 Jahre	2,08%
7 Jahre	2,28%
8 Jahre	2,46%
9 Jahre	2,64%
10 Jahre	2,80%
11 Jahre	2,94%
12 Jahre	3,07%
13 Jahre	3,18%
14 Jahre	3,28%
15 Jahre	3,36%

Abbildung 45: Zinsstrukturkurve vom 31.07.2011²⁴⁶

Die Ausgangsbasis bildet ein geeignetes Kalibrierungsinstrument, sprich ein am Markt gehandeltes Derivat, das zum einen eine hohe Liquidität aufweist, um hierdurch Preisbeeinflussung durch Einzeltransaktionen auszuschließen²⁴⁷. Zum anderen sollte das

²⁴⁵ Vgl. Hull, J. C. / White, A. (2001), S. 38.

²⁴⁶ Entnommen der Bundesbank Zeitreihenstatistik (Vgl. Bundesbank.de (2014 b)).

²⁴⁷ Vgl. Gramatke, W. C. (2011), S. 118.

Kalibrierungsinstrument dem zu bewertenden Finanzinstrument möglichst ähnlich sein, sofern es, was bei Darlehensgeschäften der Fall ist, nicht selbst am Markt gehandelt wird.²⁴⁸ Ein drittes Kriterium ist die Verfügbarkeit von Derivaten auch längerer Laufzeiten, um damit beispielsweise auch Kündigungsrechte in Darlehen mit 10-15-jähriger Laufzeit berechnen zu können. Grundsätzlich kommen daher als Zinsderivate sowohl Caps und Floors als auch Swaptions in Frage. Ein Zinscap (Zinsfloor) ist die vertragliche Vereinbarung einer Zinsobergrenze (Zinsuntergrenze) eines Referenzzinssatzes innerhalb eines vorgegebenen Zeitraums.²⁴⁹ Eine Swaption ist eine Option auf einen Swap²⁵⁰, also ein Finanzgeschäft, das einen Festzins in einen variablen Zins tauscht oder umgekehrt. Zu diesen Finanzinstrumenten liefern Informationsdienste wie beispielsweise Bloomberg laufend aktuelle Marktdaten. Angeboten werden sowohl Cap-/Floor-Volatilitäten als auch Swaption-Volatilitäten. Da letztere den Kündigungsrechten in Darlehensgeschäften am ähnlichsten sind²⁵¹, soll die Kalibrierung von Volatilität und Mean-Reversion mit Swaptions als Kalibrierungsinstrument erfolgen.

Für Swaptions werden von den Informationsdiensten keine Preise zur Verfügung gestellt, da diese Finanzinstrumente nicht börsengehandelt sind, sondern es sich meist um individuell ausgestaltete Produkte handelt, die OTC²⁵²-gehandelt werden. Die zur Verfügung gestellten Daten zu Swaptions beschränken sich dabei auf die Volatilitäten für verschiedene Kombinationen aus Options- und Swap-Laufzeiten. Zudem liefert beispielsweise Bloomberg die Informationen, dass es sich um Volatilitäten für das Black-Modell zur Swaption-Bewertung handelt und diese Swaptions At-the-Money

²⁴⁸ Vgl. Rietmann, F. (2005), S. 133.

²⁴⁹ Vgl. Bösch, M. (2012), S. 106.

²⁵⁰ Die gehandelten Festzinsvereinbarungen der Swaps bilden für viele Banken die Basis der Zinsstrukturkurve, da es sich hierbei um marktgängige Zinssätze handelt. Vgl. Bloss, M. / Ernst, D. (2008), S. 158

²⁵¹ Vgl. Rietmann, F. (2005), S. 133 ff.

²⁵² OTC steht für Over-the-counter und bezeichnet den außerbörslichen Handel zwischen Marktteilnehmern. Vgl. Bloss, M. / Ernst, D. / Häcker, J. / Sörensen, D. (2011), S. 96.

(ATM) notieren, also „am Geld“²⁵³. Diese Information ist wichtig, denn sie besagt, dass der vereinbarte Festzins des der Swaption zugrunde liegenden Swaps exakt dem aktuellen Swapsatz für die entsprechende Laufzeit entspricht und somit bei Abschluss der Swaption zwischen den Vertragspartnern keine Ausgleichszahlung zu leisten ist.²⁵⁴

		Swaplaufzeit in Jahren									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Optionslaufzeit	1	54,18%	46,09%	40,73%	37,17%	35,01%	32,45%	30,95%	29,74%	28,71%	27,80%
	2	46,62%	37,73%	33,72%	31,05%	29,80%	28,24%	27,34%	26,58%	25,90%	25,32%
	3	36,61%	31,01%	28,92%	27,17%	26,05%	25,38%	24,78%	24,23%	23,72%	23,29%
	4	31,32%	26,93%	25,60%	24,47%	23,68%	23,22%	22,78%	22,38%	22,06%	21,82%
	5	26,74%	24,42%	23,26%	22,53%	21,98%	21,46%	21,11%	20,89%	20,74%	20,66%
	6	24,27%	22,42%	21,84%	21,26%	20,71%	20,34%	20,02%	19,91%	19,83%	
	7	22,65%	21,10%	20,62%	20,18%	19,73%	19,42%	19,20%	19,12%		
	8	21,13%	20,06%	19,66%	19,25%	18,95%	18,76%	18,62%			
	9	19,78%	19,05%	18,69%	18,45%	18,33%	18,22%				
	10	18,38%	18,10%	17,89%	17,85%	17,82%					

Abbildung 46: Swaption-Volatilitäten am 31.07.2011²⁵⁵

Abbildung 46 zeigt die Volatilitäten von ATM-Swaptions vom 31.07.2011. Die Volatilitäten sind gestaffelt nach Laufzeit des Swaps und Laufzeitbeginn.

Um das angestrebte Ziel zu erreichen, Volatilität und Mean-Reversion aus dem Hull-White-Modell mit marktgehandelten Optionspreisen in größtmögliche Übereinstimmung zu bringen, sind aus den Marktvolatilitäten zunächst die entsprechenden Swaption-Preise zu berechnen. Da es sich bei den bereitgestellten Volatilitäten um Black-Volatilitäten handelt, kommt hierzu die Black-Formel zur Swaption-Preisermittlung zum Einsatz²⁵⁶:

²⁵³ Bei einer Preisstellung „am Geld“ entsprechen sich der Kurs des Underlyings und der Basispreis. Vgl. Bloss, M. / Ernst, D. / Häcker, J. / Sörensen, D. (2011), S. 180.

²⁵⁴ Vgl. Gramatke, W. C. (2011), S. 120 f.

²⁵⁵ Quelle: Reuters.

²⁵⁶ Vgl. Kruse, S. (2014), S. 261 ff.

$$C_{Black}^{Payer-Swaption} = N \times \sum_{i=t+1}^T ZBAF(0, i) (F(0, t)N(d_1) - kN(d_2)).$$

Mit:

$C_{Black}^{Payer-Swaption}$ = Call auf einen Payer-Swap, gepreist mit dem Black-Modell

N = Nominalwert

F(0, t) = Forward-Rate von 0 bis Beginn Swaplaufzeit

k = Basiszins

t = Beginn Swaplaufzeit

T = Ende Swaplaufzeit

N(d₁), N(d₂) = Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung an den Stellen d₁, d₂.

$$d_1 = \frac{\ln(F(0, t)/k) + \frac{1}{2}\sigma^2 t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}.$$

Für eine vollständige Kalibrierung müssen nun noch die Forward-Rates für alle Laufzeitkombinationen ermittelt werden:

		Swaplaufzeit in Jahren									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Optionslaufzeit	1	1,43%	1,64%	1,84%	2,06%	2,27%	2,48%	2,65%	2,83%	2,99%	3,12%
	2	1,84%	2,05%	2,27%	2,49%	2,68%	2,86%	3,03%	3,18%	3,31%	3,43%
	3	2,26%	2,49%	2,70%	2,90%	3,06%	3,23%	3,37%	3,50%	3,61%	3,70%
	4	2,71%	2,92%	3,11%	3,26%	3,42%	3,56%	3,67%	3,78%	3,86%	3,93%
	5	3,13%	3,31%	3,44%	3,60%	3,73%	3,83%	3,93%	4,00%	4,06%	4,11%
	6	3,48%	3,60%	3,76%	3,88%	3,97%	4,06%	4,12%	4,18%	4,21%	
	7	3,72%	3,90%	4,01%	4,10%	4,18%	4,23%	4,28%	4,31%		
	8	4,08%	4,16%	4,22%	4,29%	4,33%	4,37%	4,39%			
	9	4,24%	4,29%	4,36%	4,40%	4,43%	4,44%				
	10	4,34%	4,42%	4,45%	4,48%	4,48%					

Abbildung 47: Forward-Rates am 31.07.2011²⁵⁷

Für eine Option auf einen einjährigen Swap im Zeitpunkt 2 und einem Nominal von 100 sowie einem Swapsatz (Festzins) von 1,84% (siehe Abbildung 47) errechnet sich mit der Black-Formel folgender Swaption-Preis:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{1,84\%}{1,84\%}\right) + \frac{1}{2} 46,62\%^2 \cdot 2}{46,62\% \sqrt{2}} = 0,33$$

$$d_2 = 0,33 - 46,62\% \sqrt{2} = -0,33.$$

$$N(d_1) = 0,63; N(d_2) = 0,37.$$

$$ZBAF(0,2) = \frac{1}{(1 + 1,27\%)^2} = 0,9751. \text{ }^{258}$$

²⁵⁷ Eigene Berechnungen.

²⁵⁸ 1,27% ist die zweijährige Spot-Rate. Siehe Abbildung 42.

$$C_{Black}^{Swaption} = 100 \times 0,9751 \times (1,84\% \times 0,63 - 1,84\% \times 0,37) = 0,46.$$

Für alle Laufzeitkombinationen ergeben sich so folgende Swaption-Preise nach Black:

		Swaplaufzeit in Jahren									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Optionslaufzeit	1	0,28	0,58	0,86	1,15	1,46	1,72	1,99	2,25	2,49	2,69
	2	0,46	0,83	1,22	1,61	2,03	2,40	2,80	3,17	3,51	3,82
	3	0,54	0,99	1,48	1,95	2,42	2,91	3,38	3,81	4,21	4,58
	4	0,62	1,14	1,70	2,23	2,77	3,30	3,80	4,28	4,72	5,16
	5	0,67	1,27	1,86	2,45	3,03	3,56	4,09	4,60	5,09	5,57
	6	0,72	1,35	2,01	2,64	3,22	3,78	4,31	4,85	5,36	
	7	0,74	1,43	2,11	2,75	3,35	3,92	4,47	5,01		
	8	0,78	1,49	2,17	2,82	3,43	4,02	4,58			
	9	0,78	1,48	2,17	2,82	3,45	4,04				
	10	0,75	1,47	2,14	2,80	3,43					

Abbildung 48: Swaption-Preise nach Black am 31.07.2011²⁵⁹

Die Bewertung von Swaptions mit dem Modell von Hull-White kann analog dem Verfahren zur Bewertung von Anleiheoptionen durch den Aufbau eines Zinsbaums erfolgen. Auch wenn bei Swaps keine Nominalkapitalien ausgetauscht werden, so können diese als Wertdifferenz einer Anleihe mit festem und einer Anleihe mit variablem Zahlungsstrom bewertet werden²⁶⁰. Der Preis eines Payer-Swaps²⁶¹ zu Laufzeitbeginn ist dann

$$BW_{Payer-Swap} = BW_{Anl_var} - BW_{Anl_fix},$$

also der Barwert einer variabel verzinsten abzüglich einer fest verzinsten Anleihe. Da die variabel verzinsliche Anleihe zum jeweiligen Fixingtermin marktgerecht gepreist ist,

²⁵⁹ Eigene Berechnungen.

²⁶⁰ Vgl. Hull, J. C. (2009), S. 208 f.

²⁶¹ Lieferung des Festzinssatzes und Erhalt des variablen Zinssatzes.

entspricht ihr Barwert am Fixingtermin stets dem Nominalwert²⁶², sodass sich die Bewertung des Swap bei einem Nominal von 100 reduziert auf:

$$BW_{Payer-Swap} = 100 - BW_{Anl_fix}.$$

Der Preis einer Payer-Swaption lässt sich somit analog berechnen wie eine Put-Option auf eine Kuponanleihe.²⁶³ Für eine Put-Option auf eine Anleihe mit einem Kuponzins von 1,84%²⁶⁴ ergibt sich bei einer zunächst willkürlich gewählten Short-Rate-Volatilität von 0,9% und einer Mean-Reversion von 20,0% folgender Zinsbaum, der einen Optionspreis von 0,43 liefert:

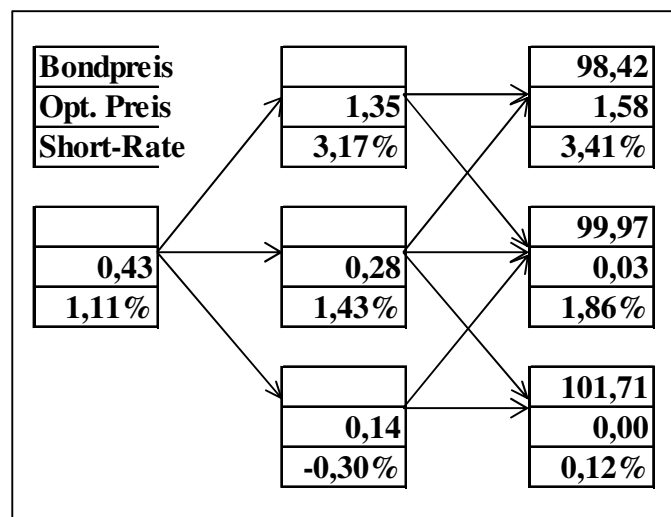


Abbildung 49: Zinsbaum zur Swaption-Bewertung²⁶⁵

²⁶² Vgl. Hull, J. C. (2009), S. 208.

²⁶³ Vgl. Branger, N. / Schlag, C. (2004), S. 26; Reitz, S. / Schwarz, W. / Martin, M. R. W. (2004), S.135.

²⁶⁴ Siehe Beispiel zur Swaption-Bewertung nach Black.

²⁶⁵ Eigene Berechnung.

Um nun die Volatilität und die Mean-Reversion aus den marktgehandelten Swaptionpreisen zu ermitteln, schlägt Hull ein Verfahren vor, das sich an der Kleinst-Quadrat-Methode orientiert.²⁶⁶ Diese Methode zielt darauf ab, die Summe der quadrierten Abweichungen zwischen den Optionspreisen nach Hull-White und Black zu minimieren. Die Quadratur erfolgt, damit sich positive und negative Abweichungen nicht saldieren. Durch die Iteration der Hull-White-Volatilität und der Mean-Reversion werden hierbei Optionspreise ermittelt und diese mit Optionspreisen nach Black⁷⁶ in größtmögliche Übereinstimmung gebracht.

Als Gütekriterium kommt zum einen der mittlere Fehler in Frage, als Wurzel der durchschnittlichen quadrierten absoluten Abweichungen zwischen dem Swaption-Preis nach Black und dem Swaption-Preis nach Hull-White:²⁶⁷

$$\text{mittlerer Fehler} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (C_{Hull-White}^{Swaption} - C_{Black}^{Swaption})^2}.$$

Alternativ kann auch der mittlere relative Fehler verwendet werden²⁶⁸:

$$\text{mittlerer relativer Fehler} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(\frac{C_{Hull-White}^{Swaption} - C_{Black}^{Swaption}}{C_{Black}^{Swaption}} \right)^2}.$$

Aufgrund der stärkeren Gewichtung von größeren Abweichungen wird im Folgenden der mittlere Fehler als Gütekriterium verwendet, d.h. es ist die Kombination aus Volatilität und Mean-Reversion zu finden, die den mittleren Fehler minimiert. Hull und White schlagen hierzu ein Verfahren vor, das als Levenberg-Marquardt-Verfahren

²⁶⁶ Vgl. Hull, J. C. (2009), S. 849 f.

²⁶⁷ Vgl. Rietmann, F. (2005), S. 138; Hartung, J. / Ipelt, B. / Klösener, K.-H. (2005), S. 322.

²⁶⁸ Vgl. Gramatke, W. C. (2011), S. 118 f.

bezeichnet wird.²⁶⁹ Eine Alternative stellt das Downhill-Simplex-Verfahren dar.²⁷⁰ Ähnlich diesem Verfahren wird wie folgt vorgegangen:

Zunächst werden für alle Kombinationen aus Volatilität und Mean-Reversion in einer zunächst groben Schrittweite die Swaption-Preise nach Hull-White berechnet und aus dem Vergleich mit den Swaption-Preisen nach Black die mittleren Fehler berechnet. Die Schrittweite beträgt bei der Mean-Reversion zunächst 2% und das durchsuchte Spektrum liegt zwischen 2% und 20% (10 Schritte). Bei der Volatilität wird mit 0,2%-Schritten das Spektrum von 0,2%-2,0% (10 Schritte) durchsucht, sodass sich zunächst 100 mittlere Fehler ergeben. Um das Minimum wird in einem zweiten Schritt eine verfeinerte Suche mit einer Schrittweite von 0,2% bei der Mean-Reversion und 0,02% bei der Volatilität durchgeführt.

Für den 31.07.2011 findet sich mit diesem Vorgehen ein minimaler mittlerer Fehler von 0,12 für eine Kombination aus Mean-Reversion von 2,20% und Volatilität von 0,92% (Abbildung 50).

²⁶⁹ Vgl. Hull, J. C. / White, A. (2001), S. 38.

²⁷⁰ Vgl. Gramatke, W. C. (2011), S. 124.

Quadrierte Abweichungen											
	Swaplaufzeit in Jahren										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Optionslaufzeit	1	0,01	0,01	0,03	0,03	0,02	0,02	0,01	0,00	0,01	0,02
	2	0,00	0,02	0,04	0,05	0,03	0,02	0,00	0,00	0,02	0,06
	3	0,00	0,02	0,03	0,04	0,03	0,01	0,00	0,01	0,03	0,07
	4	0,00	0,02	0,03	0,03	0,02	0,00	0,00	0,01	0,04	0,10
	5	0,00	0,01	0,02	0,02	0,01	0,00	0,00	0,01	0,04	0,10
	6	0,00	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,04	
	7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01		
	8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00			
	9	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00				
	10	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00					
										Summe	1,22
										Anzahl - 1	84,00
										mittlere quadratische Abweichung	0,01
										Wurzel	0,12

Abbildung 50: Berechnung des mittleren Fehlers²⁷¹

2.1.6 Überprüfung der Modellannahmen auf die Besonderheiten im Privatkundengeschäft

Neben den methodischen Besonderheiten, die bei Zinsoptionen gegenüber Aktienoptionen berücksichtigt werden müssen, gibt es einen weiteren wesentlichen Aspekt, der bei der Bewertung von Kündigungsrechten im Privatkundengeschäft zu berücksichtigen ist. Dies ist die Frage nach der Gültigkeit der klassischen Modellannahmen für die Gegebenheiten außerhalb des Kapitalmarkts. Zu diesem Zweck werden im Folgenden zunächst die in der Kapitaltheorie am häufigsten genannten Modellannahmen vorgestellt und anschließend auf ihre Übertragbarkeit auf das Privatkundengeschäft überprüft.

Bei der Vorstellung des Black-und-Scholes-Modells wurden bereits sieben Modellannahmen genannt, von denen allerdings einige speziell für das Black-und-

²⁷¹ Eigene Berechnung.

Scholes-Modell gelten. Hinzu kommen weitere Prämissen, die sich unter dem Oberbegriff des vollkommenen Kapitalmarkts zusammenfassen lassen²⁷² und die die grundlegenden Restriktionen der modernen Kapitaltheorie²⁷³ bilden. Diese sind gleichermaßen unverzichtbare Voraussetzung für die Anwendbarkeit von Optionspreismodellen.²⁷⁴

Die restriktiven Annahmen des vollkommenen Kapitalmarkts sind erforderlich, um die Wertermittlung von Finanzprodukten auf die zentralen Einflussfaktoren Rendite und Risiko zu beschränken und um in der Bewertung auf einen festen Wert zu kommen und nicht auf eine Spanne von Ergebniswerten. Weitere Einflussfaktoren sollen zunächst eliminiert werden.²⁷⁵

Für das Vorliegen eines vollkommenen Kapitalmarkts müssen folgende Bedingungen erfüllt sein:

1. Es gibt keine Transaktionskosten.
2. Es gibt keine Steuern.
3. Geldanlage und -aufnahme erfolgen zum einheitlichen Marktzins, Soll- und Habenzins sind somit identisch.
4. Für alle Marktteilnehmer gelten gleiche Bedingungen. Institutionelle Marktteilnehmer haben somit keinen zeitlichen oder technischen Vorteil gegenüber Privatpersonen.
5. Es herrschen homogene Erwartungen. Hierzu zählt die Annahme des Rationalverhaltens aller Marktteilnehmer.²⁷⁶

²⁷² Kruschwitz/Husmann fassen diese Prämissen unter den Oberbegriffen „reibungsloser Markt“ und „kompetitiver Markt“ zusammen. Vgl. Kruschwitz, L. / Husmann, S. (2010), S. 154 f.

²⁷³ Vgl. Perridon, L. / Steiner, M. / Rathgeber, A. (2012), S. 21.

²⁷⁴ Vgl. Rolfes, B. (2008), S. 338.

²⁷⁵ Vgl. Perridon, L. / Steiner, M. / Rathgeber, A. (2012), S. 21

²⁷⁶ Zu Prämissen 1-5 siehe auch: Franke, G. / Hax, H. (2009), S. 153 f.

6. Der Zugang zum Kapitalmarkt ist unbegrenzt. Geldanlage und -aufnahme sind jederzeit in unbegrenzter Höhe möglich und unterliegen keinen beispielsweise regulatorischen Beschränkungen.
7. Es besteht Informationseffizienz, das heißt alle relevanten Informationen liegen allen Marktteilnehmern gleichermaßen vor und sind in den Marktpreisen bereits verarbeitet.²⁷⁷

Die genannten Bedingungen stehen allerdings in Gegensatz zu den realen Gegebenheiten auf Kapitalmärkten. So nimmt beispielsweise der Staat durch Regulierung und Steuerpolitik Einfluss auf den Marktzugang und die Kapitalströme²⁷⁸. In der Wirtschaftstheorie gibt es verschiedene Ansätze, die die Vollkommenheit des Kapitalmarkts infrage stellen.²⁷⁹

Auch begründet sich gerade aus der Nicht-Existenz eines vollkommenen Kapitalmarkts die Existenz von Banken. Da Optionspreismodelle insbesondere von Banken verwendet werden, soll aus diesem Gegensatz heraus die Kritik an den restriktiven Annahmen des vollkommenen Kapitalmarkts abgeleitet werden.

Banken nehmen in einem unvollkommenen Kapitalmarkt die Rolle eines Finanzintermediärs ein. Dieser führt den Kapitalüberschuss von Anlegern mit dem Kapitalbedarf von Kreditnehmern zusammen und übernimmt somit die Funktion eines Vermittlers. Aus dieser Funktion heraus übernimmt der Finanzintermediär Aufgaben, die zur Überbrückung von Marktunvollkommenheiten dienen. Neben Transaktionsaufgaben, die die Kosten beim Austausch von Wirtschaftsgütern reduzieren sollen²⁸⁰, sind dies insbesondere Transformationsaufgaben²⁸¹. Trotz des allgemeinen

²⁷⁷ Zu den Prämissen 6-7 siehe auch: Perridon, L. / Steiner, M. / Rathgeber, A. (2012), S. 21f.

²⁷⁸ Z.B. durch die Einführung einer Finanztransaktionssteuer. Vgl. o.V. (2013).

²⁷⁹ In der Volkswirtschaftslehre beispielsweise die Neue Institutionenökonomik, die unter anderem Informationsasymmetrie, beschränkte Rationalität und Transaktionskosten berücksichtigt.

²⁸⁰ Vgl. Hartmann-Wendels, T. / Pfingsten, A. / Weber, M. (2010), S. 124 f.

²⁸¹ Vgl. Tolkmitt, V. (2007), S. 4.

Trends zur Disintermediation²⁸² lässt sich vor allem aus diesen Transformationsaufgaben eine Existenzberechtigung für Banken ableiten:

- Losgrößentransformation: Eine Schwierigkeit bei der Zusammenführung von Kapitalangebot und -nachfrage besteht darin, dass diese in der Regel betragsmäßig nicht übereinstimmen. Eine direkte Kreditvergabe deckt somit meist nicht die Nachfrage des Kreditnehmers oder den Anlagebedarf des Kapitalgebers. Eine Bank bedient daher den individuellen Anlage- bzw. Finanzierungsbedarf unabhängig voneinander. Sie sammelt Einlagen und vergibt aus diesen Kredite. Da sie in dieser Funktion sowohl für den Kapitalanbieter als auch -nachfrager einen Mehrwert erbringt, kann sie gegenüber dem Anleger einen niedrigeren, gegenüber dem Kreditnehmer einen höheren als den einheitlichen Marktzins durchsetzen.
- Fristentransformation: Auch bezüglich der Dauer eines Finanzgeschäfts muss es zwischen Kapitalanbieter und -nachfrager keine Übereinstimmung geben. Vielmehr ist es so, dass Anleger eher zu kurzfristigen Anlagen neigen, wohingegen Kreditnehmer längere Laufzeiten bevorzugen.²⁸³ Dieses Verhalten führt in der Regel zu einer „Laufzeitprämie“, d.h. zu steigenden Zinsen in Abhängigkeit von der Laufzeit. Die Zinsstrukturkurve ist daher üblicherweise nicht flach, sondern „normal“ geformt, also ansteigend.²⁸⁴
- Risikotransformation: Ein weiterer Vorteil, den eine Bank gegenüber einem einzelnen Kreditgeber hat, ist, dass sie durch Vergabe vieler Einzelkredite Diversifikation betreiben kann. Durch die Vermeidung von Klumpenrisiken führt dies zu einer Verminderung des Gesamtrisikos. Einen weiteren Aspekt der

²⁸² Unter Disintermediation versteht man die Substitution der traditionellen Kreditvergabe durch direkte Kreditvergabe, ohne sich hierbei eines Finanzintermediärs zu bedienen. Vgl. hierzu Borchert, M. (2003), S. 343.

²⁸³ Eine Ursache hierfür liegt in der Liquiditätspräferenz, die durch das Transaktions-, Vorsichts- und Spekulationsmotiv getrieben ist (Liquiditätspräferenztheorie nach Keynes, vgl. hierzu: Wohltmann, H.-W. (2012), S. 162 ff.). D.h., dass Haushalte und Unternehmen eine gewisse Liquidität halten, um die Zeit zwischen Einnahmen und Ausgaben zu überbrücken, um sich gegen unvorhergesehene Ausgaben oder Einnahmeausfälle abzusichern und um auf günstigere Anlagemöglichkeiten zu spekulieren.

²⁸⁴ Vgl. Schierenbeck, H. (2003), S. 71.

Risikotransformation liefert das Modell von Diamond²⁸⁵. Dieser sieht als eine wesentliche Begründung für die Existenz von Banken das Delegieren der Kreditüberwachung, da es für Kapitalgeber zu aufwendig und wissensintensiv wäre, dies selbst zu tun. Dieser Umstand entkräftet die Annahme der Informationseffizienz und der Transaktionskostenneutralität.

- Informationstransformation: Für einen einzelnen Kapitalgeber stellt sich die Herausforderung, bestehende Informationsasymmetrien abzubauen. Diese entstehen bereits aus der Tatsache, dass potenzielle Kreditnehmer über ihre eigene finanzielle Situation besser Bescheid wissen, als potenzielle Kreditgeber. Zudem hat die Bank gegenüber dem Kapitalgeber Wissensvorteile und aufgrund der Abwicklung einer Vielzahl von Kreditfällen Effizienzvorteile. Diese beziehen sich auf die Kreditprüfung, -strukturierung, -abwicklung und -überwachung.²⁸⁶

Allein aus der Tatsache, dass Banken die vier zuvor genannten Transformationsaufgaben wahrnehmen, lassen sich folgende Annahmen des vollkommenen Kapitalmarkts einschränken:

- Transaktionskostenfreiheit
- Einheitlichkeit des Marktzinses
- Gleichheit der Bedingungen für alle Marktteilnehmer
- Unbeschränktheit des Kapitalmarktzugangs
- Informationseffizienz.

Darüber hinaus sorgen Steuern für eine Unvollkommenheit des Kapitalmarktes, beispielsweise indem Steuern auf Kapitalerträge den realen Habenzinssatz schmälern.

²⁸⁵ Diamond, D. W. (1984): „Financial Intermediation and Delegated Monitoring“.

²⁸⁶ Vgl. Lüscher-Marty, M. (2010), S. 1.09.

Auch an der Annahme des Rationalverhaltens aller Marktteilnehmer gibt es Kritik, beispielsweise aus der Verhaltens- oder der Neuen Institutionenökonomik. Als Alternativen zum unbeschränkten Rationalverhalten werden dort das beschränkte Rationalverhalten und irrationales Verhalten untersucht. Dass alle drei Formen des Rationalverhaltens grundsätzlich existieren, ist hierbei unstrittig. Für finanzwirtschaftliche Bewertungsmodelle ist die Annahme des Rationalverhaltens vor allem erforderlich, um im Bewertungsergebnis einen eindeutigen Preis zu ermitteln. Um auch beim Abweichen von der Annahme des Rationalverhaltens einen Preis ermitteln zu können, gibt es Ansätze wie z.B. FuzzyLogic. Hierbei werden Unsicherheiten und Unschärfen in mathematischen Modellen erfasst und können so für betriebswirtschaftliche Berechnungen verwendet werden.

Für den Erklärungsgehalt dieser Arbeit kann die Annahme des Rationalverhaltens beibehalten werden, da der Fokus auf die Einschränkung der oben genannten Annahmen des vollkommenen Kapitalmarkts gerichtet wird. Aus diesem Grund soll im Weiteren vom Rationalverhalten der Marktteilnehmer ausgegangen werden, dies allerdings innerhalb eines veränderten Modellrahmens.

Schränkt man die zuvor genannten Annahmen ein, so hat dies zur Folge, dass für unterschiedliche Marktteilnehmer unterschiedliche Voraussetzungen auf dem Kapitalmarkt gelten. Bei Finanzgeschäften drücken sich die Ungleichheiten in der Regel in unterschiedlichen Zinssätzen, beispielsweise Geld-Brief-Spannen aus. Die erste sowie die letzten drei Annahmen können bei einer Fokussierung auf das Privatkundenkreditgeschäft daher auf Erklärungsgrößen für die zweite Annahme reduziert werden.

Die Einschränkung der zweiten Annahme führt wiederum zu zwei Kernaussagen:

- Für Bank und Privatkunde gelten unterschiedliche Zinssätze.
- Für Privatkunden muss zwischen Geldanlage- und Geldaufnahmezins unterschieden werden.

Die erste Kernaussage wurde im Jahr 2011 von Gramatke intensiv untersucht.²⁸⁷ Er ermittelt ein modifiziertes Bewertungsverfahren auf Basis des Hull-White-Modells, das das Ausübungskalkül des Kunden in Abhängigkeit der für ihn gültigen Zinskurve unterstellt. Die Ausübungswahrscheinlichkeit und somit die Optionsbewertung insgesamt ändern sich unter dieser Voraussetzung erheblich. Die Differenzierung der Zinskurven zwischen Privatkunde und Bank stellt somit eine wesentliche Weiterentwicklung bei der Bepreisung von Kündigungsrechten dar.

Die zweite Kernaussage findet bei Gramatke hingegen keine Berücksichtigung. Er nimmt an, dass das Ausübungskalkül des Kunden sich stets an der Geldaufnahmekurve orientiert. Er nennt hierfür drei Gründe:²⁸⁸

- Die Umschuldung eines bestehenden Darlehens ist dem Kunden (auf Basis seiner Geldaufnahmekurve) immer möglich, wohingegen ihm liquide Mittel während der Darlehenslaufzeit nicht oder nur eingeschränkt zur Verfügung stehen.
- Verfügte der Kunde bei Darlehensabschluss über liquide Mittel, wäre es aus seiner Sicht irrational ein Darlehen aufzunehmen, da sein Geldaufnahmehauszins stets höher liegt als sein Geldanlagezinssatz.
- Das Ausübungskalkül des Kunden ist durch die Besteuerung von Kapitalerträgen beeinflusst, wohingegen Steuern bei einer Umfinanzierung keine Rolle spielen.

Dieser Argumentation kann folgendes entgegengehalten werden:

- Zunächst einmal ist es richtig, dass der Kunde bei Darlehensabschluss über keine liquiden Mittel verfügen wird, die er für eine Darlehenstilgung einzusetzen bereit ist. Insofern kommt zu Beginn der Darlehenslaufzeit nur eine Umfinanzierung in Betracht. Gerade bei langfristigen Finanzierungen (z.B. 15-jährige Baufinanzierung) ist aber damit zu rechnen, dass der Darlehensnehmer

²⁸⁷ Vgl. Gramatke, W. C. (2011).

²⁸⁸ Vgl. Gramatke, W. C. (2011), S. 164 f.

bis zum Ausübungszeitpunkt des ordentlichen Kündigungsrechts nach zehn Jahren eine Ersparnisbildung vorgenommen hat. Diese Annahme ist unter anderem dadurch gerechtfertigt, dass er seine Kapitaldienstfähigkeit bei Darlehensabschluss in der Regel nicht vollständig ausgereizt haben wird, sondern ihm ein monatlicher Puffer verbleibt, der zur Ersparnisbildung eingesetzt werden kann. Darüber hinaus ist zu erwarten, dass sich sein Einkommen durch Gehaltserhöhungen und Tarifsteigerungen laufend erhöht, wohingegen seine Darlehensraten konstant bleiben. Nach Ablauf von zehn Jahren wird es ihm daher möglich sein, diese Ersparnisse zur Darlehenstilgung einzusetzen. Da das ordentliche Kündigungsrecht sowohl eine vollständige als auch eine teilweise Darlehenskündigung vorsieht, könnte der Darlehensnehmer nach zehn Jahren somit, je nach Zinsniveau, sogar lediglich eine Sondertilgung in Höhe seiner Ersparnisse vornehmen und von einer Umfinanzierung absehen.

- Das dritte Argument Gramatkes spricht eher für als gegen die Berücksichtigung einer Geldanlagekurve. Durch die Besteuerung der Zinserträge wird das Sparen relativ zu anderen Mittelverwendungen unattraktiv. Eine Verwendung liquider Mittel zur Darlehenstilgung anstelle einer Geldanlage ist somit zusätzlich wahrscheinlich.
- Gerade beim vertraglichen Recht zur laufenden Sondertilgung ist davon auszugehen, dass ausschließlich die Geldanlagekurve das Entscheidungskalkül des Darlehensnehmers beeinflusst. Der Grund hierfür liegt schlichtweg in der Tatsache, dass die Beträge für eine laufende Sondertilgung vergleichsweise klein sind und es dem Kunden nicht möglich sein wird, eine Umfinanzierung auf Basis der Geldaufnahmekurve zu realisieren, die für ihn bei Vollablösung gilt. Denn die Realisierung der Geldaufnahmekurve bei Vollablösung unter „Baufinanzierungskonditionen“ setzt auch eine Übertragung von grundpfandrechtlichen Sicherheiten voraus, was bei kleineren Volumina nicht wirtschaftlich ist. Eine durch ein weiteres Darlehen finanzierte Sondertilgung wird daher nur zu deutlich höheren Zinsen realisierbar sein als eine vollständige

Umfinanzierung. Zudem ist die Ausübung eines laufenden Sondertilgungsrechts insbesondere dann relevant, wenn der Kunde zusätzliche Liquidität in schwankender Höhe erhält, beispielsweise durch Bonuszahlungen.²⁸⁹ Auch in diesen Fällen ist dann die Geldanlagekurve relevant.

Ein weiteres Argument gegen die zusätzliche Verwendung einer Geldanlagekurve könnte sein, dass diese überwiegend für das laufende Sondertilgungsrecht relevant wäre, dieses Recht aber im Wesentlichen zinsniveauunabhängig und damit ökonomisch irrational ausgeübt wird²⁹⁰. Aus volkswirtschaftlicher Sicht kann diesem Argument entgegengehalten werden, dass bei einem höheren Realzinsniveau von einer höheren Ersparnisbildung ausgegangen werden kann, da die Opportunitätskosten eines heutigen Konsums (beispielsweise einer Bonuszahlung) gegenüber zukünftigem Konsum steigen.²⁹¹

Zudem sind die von Gramatke getroffenen Annahmen widersprüchlich, dass der Kunde laufende Sondertilgungen auf Basis seiner Geldaufnahmekurve abwägt, wenn gleichzeitig von (ökonomisch) irrationalen Verhalten ausgegangen wird und der Optionspreis als Erwartungswert definiert wird. Geht man nämlich zunächst von rationalem Kundenverhalten aus, wird ein laufendes Sondertilgungsrecht stets auf Basis der Geldanlagekurve ausgeübt. Unterstellt man hingegen irrationales Verhalten und definiert gleichzeitig den Optionspreis als Erwartungswert, dann manifestiert sich das irrationale Verhalten als zufällige, sich im Mittel aber ausgleichende Schwankung um diesen Erwartungswert. Wenn nun aber als Erwartungswert für laufende Sondertilgungen die bereits irrationale Geldaufnahmekurve unterstellt wird und über diese Kurve zufällige Schwankungen gelegt werden, stellt der Erwartungswert bereits das Ergebnis durchschnittlich irrationalen Verhaltens dar. Im Ergebnis repräsentierte der Optionspreis dann eine „systematische Irrationalität“, was einen offensichtlichen

²⁸⁹ Vgl. Gramatke, W. C. (2011), S. 48.

²⁹⁰ Gramatke definiert alle Kündigungsmotive außer das Umschuldungsmotiv als vollkommen unabhängig vom Marktzinsniveau. Vgl. Gramatke, W. C. (2011), S. 58. Ender und Jacob sehen für die aktuelle Zinssituation eine untergeordnete Rolle beim Ausübungsverhalten des Kunden. Vgl. Ender, M. / Jacob, P. (2008), S. 33.

²⁹¹ Vgl. Stiglitz, J. E. / Walsh, C. E. (2010), S. 229.

Widerspruch darstellt. Deutlich plausibler ist daher die Annahme, dass sich bei unterstellter Irrationalität diese in zufälligen Schwankungen um einen rationalen Wert manifestiert, was hier der Geldanlagekurve entspricht.

In der Realität existiert weder rein rationales noch rein irrationales Verhalten, sondern es gibt einen Teil der Darlehensnehmer, der rational abwägt, wohingegen die restlichen Darlehensnehmer sich irrational verhalten. Auch in dieser realitätsnahen Betrachtung liegt die Annahme, dass das Ausübungskalkül auf der Geldanlagekurve basiert, näher an der „Wahrheit“, da die rational handelnden Darlehensnehmer auf Basis der Geldanlagekurve abwägen und die irrational handelnden ihre Entscheidungen unabhängig von einer Zinskurve treffen.

Es wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit daher ein Bewertungsmodell erarbeitet, das sowohl zwischen den relevanten Zinssätzen für Bank und Bankkunde unterscheidet als auch in Abhängigkeit der Liquiditätssituation beziehungsweise der Art des Kündigungsrechts eine Unterscheidung nach dessen Geldanlage- und Geldaufnahmekurve vornimmt.

Hierzu wird im folgenden Kapitel zunächst aus empirischen Daten geschätzt, welche Zinskurven für den Privatkunden bei Geldanlage und Geldaufnahme angesetzt werden können.

2.2 Entwicklung eines Bewertungsmodells für das Privatkundengeschäft

2.2.1 Modellierung der Bewertungzinssätze für Privatkunden und Bank

2.2.1.1 Relevante Zinssätze bei Geldanlage

Beim Vergleich der für Privatkunden und Banken gültigen Zinsstrukturkurven muss zum einen nach Fristigkeiten unterschieden werden, zum anderen danach, ob es sich um Geldanlage- oder Geldaufnahmezinsen handelt. Zunächst soll das Geldmarktsegment (Laufzeit ≤ 1 Jahr) für die Geldanlagenseite betrachtet werden.

Für Banken gelten im Bereich der kurzfristigen Geldanlage üblicherweise die Einlagefazilität der Europäischen Zentralbank (EZB) sowie die Zinssätze im Interbankenmarkt. Für täglich fällige Gelder ist dies der EONIA (Euro OverNight Index

Average), für Anlagen von 1 bis 12 Monate der EURIBOR (Euro InterBankOffered Rate). Die Anlagebedingungen für Privatanleger sind vielfältig und teilweise schwer vergleichbar. Als Anlageformen kommen unter anderem die klassischen Anlageformen Sparbuch oder Termingelder in Frage, seit Anfang des Jahrhunderts hat das Tagesgeldkonto eine wichtige kurzfristige Anlageform übernommen.

Die Bundesbank liefert für vereinbarte Laufzeiten von bis zu einem Jahr eine Zeitreihe, die Durchschnittszinsen für verschiedene Laufzeiten und Anlageformen bildet. Diese wird in der nachfolgenden Grafik (Abbildung 51) dem 3M-EURIBOR als einem der wichtigsten Geldmarktsätze gegenübergestellt²⁹². Man erkennt deutlich, dass sich die durchschnittliche Einlagenverzinsung stark am 3M-EURIBOR orientiert und diese bis Ende 2008 meist nur geringfügig kleiner ist. Seit Beginn der Finanzkrise liegt die durchschnittliche Einlagenverzinsung sogar meist deutlich oberhalb des 3M-EURIBOR. Diese Differenz lässt sich aber zum Teil durch erhöhten Liquiditätsbedarf einiger Banken bei gleichzeitig eingeschränkter Funktionsfähigkeit des Interbankenmarktes erklären.²⁹³

²⁹² Entnommen der Bundesbank Zeitreihenstatistik (Vgl. Bundesbank.de (2012 b-d)).

²⁹³ Vgl. o.V. (2012c).

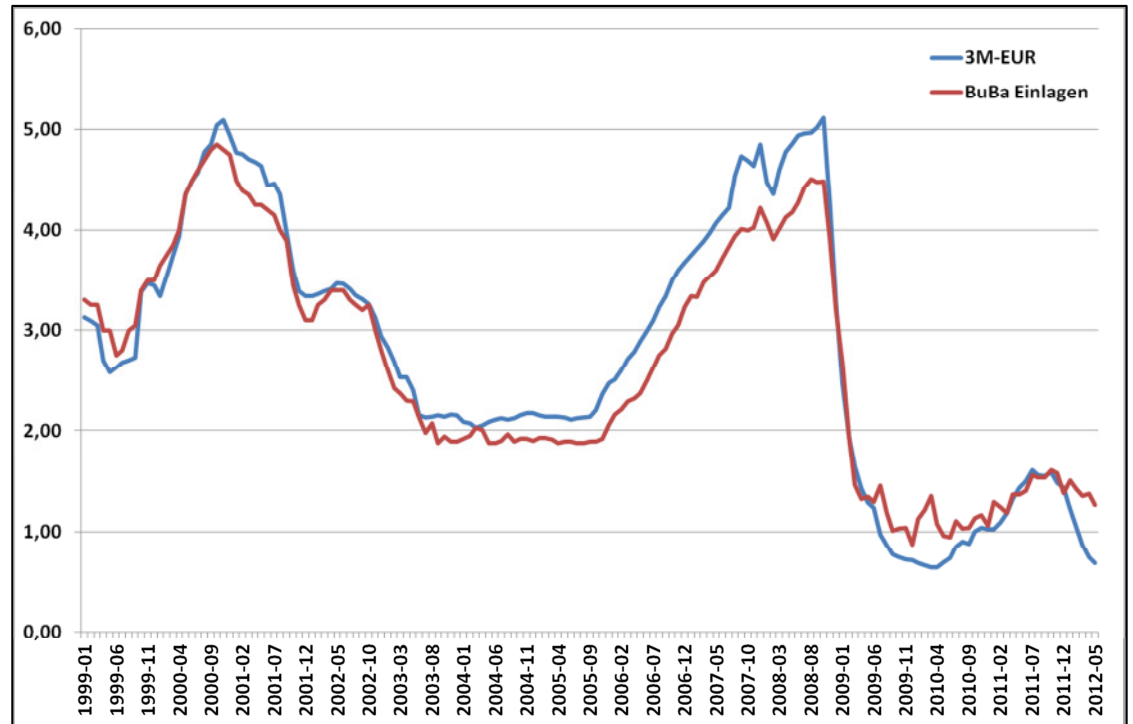


Abbildung 51: Entwicklung durchschnittlicher Einlagenzinssätze und des 3M-EURIBOR

Für das Kapitalmarktsegment lässt sich aufgrund der Varianten zur längerfristigen Geldanlage für Privatkunden keine eindeutige Aussage im Vergleich zu Geldanlagen von Banken treffen. Neben Tagesgeldkonten, die häufig eine bessere Verzinsung bieten als Festgelder und somit auch für mittelfristige Geldanlagen geeignet sind, gibt es weitere Formen der Geldanlage, wie z.B. Sparbriefe. Das Verlustrisiko für Privatkunden war aufgrund der Sicherungseinrichtungen zumindest innerhalb des deutschen Bankensystems schon immer sehr gering. Spätestens seit der Garantie privater Einlagen durch den Bund, sind private Einlagen praktisch risikofrei.²⁹⁴ Als Vergleichsmaßstab für risikofreie Anlagen von Banken sollen Bundeswertpapiere dienen.

²⁹⁴ Der Begriff „risikofrei“ ist in diesem Zusammenhang nur als relative Risikofreiheit gegenüber anderen Formen der Geldanlage zu verstehen, da spätestens seit Beginn der Finanzkrise auch ein Zahlungsausfall europäischer Staaten nicht mehr vollkommen ausgeschlossen werden kann.

Die folgende Grafik zeigt im schraffierten Bereich die Zinsdifferenz zwischen 2- und 10-jährigen Bundeswertpapieren.²⁹⁵ Für private Einlagenzinssätze verfügt die Bundesbankstatistik nur über eine relativ grobe Aggregation. Desweiteren gibt es im Jahr 2003 einen Bruch der Zeitreihe beim Übergang der Bundesbankstatistik zur MFI-Zinsstatistik. Für den Zeitraum bis 2003 wird daher auf die Bundesbankstatistik für Geldanlagen mit einer größer als 4-jährigen Vertragsdauer und 3-monatiger Kündigungsfrist abgestellt.²⁹⁶ Für den Zeitraum ab 2003 wird die MFI-Statistik für Einlagen mit einer Laufzeit von größer als 2 Jahren verwendet.²⁹⁷

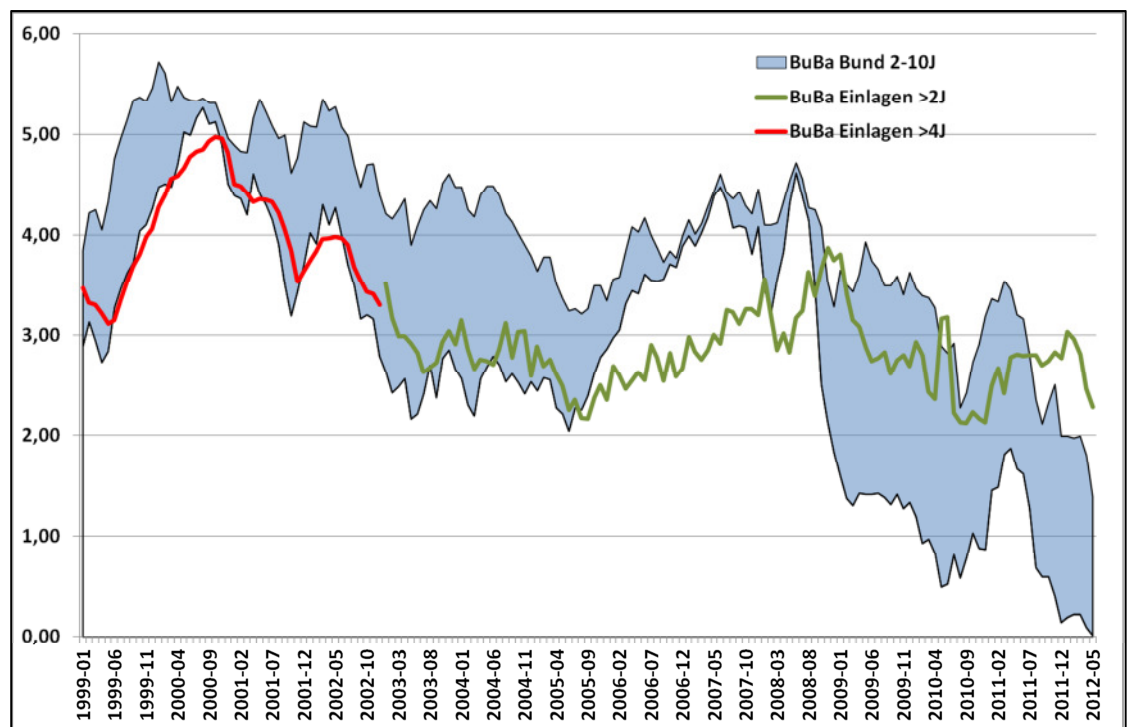


Abbildung 52: Entwicklung von Einlagenzinssätzen und Bundeswertpapieren

²⁹⁵ Entnommen der Bundesbank Zeitreihenstatistik (Vgl. Bundesbank.de (2012 e-f)).

²⁹⁶ Entnommen der Bundesbank Zeitreihenstatistik (Vgl. Bundesbank.de (2012 g)).

²⁹⁷ Entnommen der Bundesbank Zeitreihenstatistik (Vgl. Bundesbank.de (2012 h)).

Bis 2005 liegen die Einlagenzinsen im unteren Bereich der Verzinsung von Bundeswertpapieren, zwischen 2005 und 2009 sogar darunter. Seit 2009 liegen diese im oberen Bereich, seit 2011 darüber (siehe Abbildung 52). Zudem besteht für Privatanleger auch immer die Möglichkeit, selbst direkt in Bundeswertpapiere zu investieren. Vor diesem Hintergrund soll auch im Kapitalmarktsegment im weiteren Verlauf davon ausgegangen werden, dass die Geldanlagemöglichkeiten von Privatkunden und Banken gleich sind. Da der Fokus der Betrachtung darauf liegt, ob eine Ablösung eines Darlehens für den Privatanleger günstiger als eine Alternativanlage ist, kann von ausreichend großen Anlagebeträgen ausgegangen werden. Auch die Notwendigkeit für einen Privatanleger zur Liquiditätshaltung, die über täglich verfügbare Gelder gedeckt werden muss, kann vernachlässigt werden, da in der hier vorgenommenen Untersuchung nur die frei verfügbaren finanziellen Mittel betrachtet werden.

Ein deutlicher Unterschied zwischen Privatkunden und Banken ergibt sich allerdings unter Berücksichtigung von Steuern. Hierbei ist die Bank deutlich besser gestellt als der Privatkunde, da diese nur den Zinsüberschuss versteuern muss, also die Differenz aus Zinserträgen und Zinsaufwänden. Die Kapitalertragsteuer für den Privatkunden wird hingegen nur auf den Zinsertrag erhoben, was die Nettorendite seiner Geldanlagen deutlich schmälert.

Die Steuerbelastung ergibt sich zum einen aus der Kapitalertragsteuer, die pauschal auf Kapitalerträge erhoben wird, in diesem Beispiel Zinserträge. Hinzu kommen der Solidaritätszuschlag und etwaige Kirchensteuern. Letztere sollen hier nicht betrachtet werden, da es sich um freiwillige Leistungen handelt. Verringert wird die Steuerbelastung um den Sparer-Pauschbetrag. Die Steuerbelastung berechnet sich dann nach folgender Formel²⁹⁸:

$$SB = \text{Max}(0; ZEvSt - SP) * (1 + Solz) * KapSt.$$

²⁹⁸ §§ 20, 43 und 43a Einkommensteuergesetz (EStG) in Verbindung mit §4 Solidaritätszuschlaggesetz (SolzG). EStG (2013), SolzG (1992).

Mit:

$ZEvSt$ = Zinsertrag vor Steuern

SP = Sparer-Pauschbetrag²⁹⁹

$Solz$ = Solidaritätszuschlag

$KapSt$ = Steuersatz der Kapitalertragsteuer.

Mit den im Jahr 2012 geltenden Sätzen ergibt sich:

$$SB = \text{Max}(0; ZEvSt - 801\text{€}) * (1 + 5,5\%) * 25\%$$

Der Zinsertrag nach Steuern ist dann:

$$ZEnST = ZEvSt - SB$$

Bei einer Geldanlage von 50.000€ zu 4,0% ergibt sich daraus:

$$\begin{aligned} ZEnST &= 50.000\text{€} * 4,0\% - (50.000\text{€} * 4,0\% - 801\text{€}) * (1 + 5,5\%) * 25\% \\ &= 1.684\text{€} \end{aligned}$$

Die Rendite verringert sich dadurch auf $1.684\text{€}/50.000\text{€} = 3,37\%$. In Abhängigkeit der Höhe des Anlagevolumens nähert sich diese asymptotisch der Untergrenze von $4,0\% * (1 - ((1 + 5,5\%) * 25\%)) = 2,945\%$ an.

²⁹⁹ Im Folgenden wird mit dem Sparer-Pauschbetrag für Unverheiratete gerechnet. Bei Ehepaaren verdoppelt sich dieser.

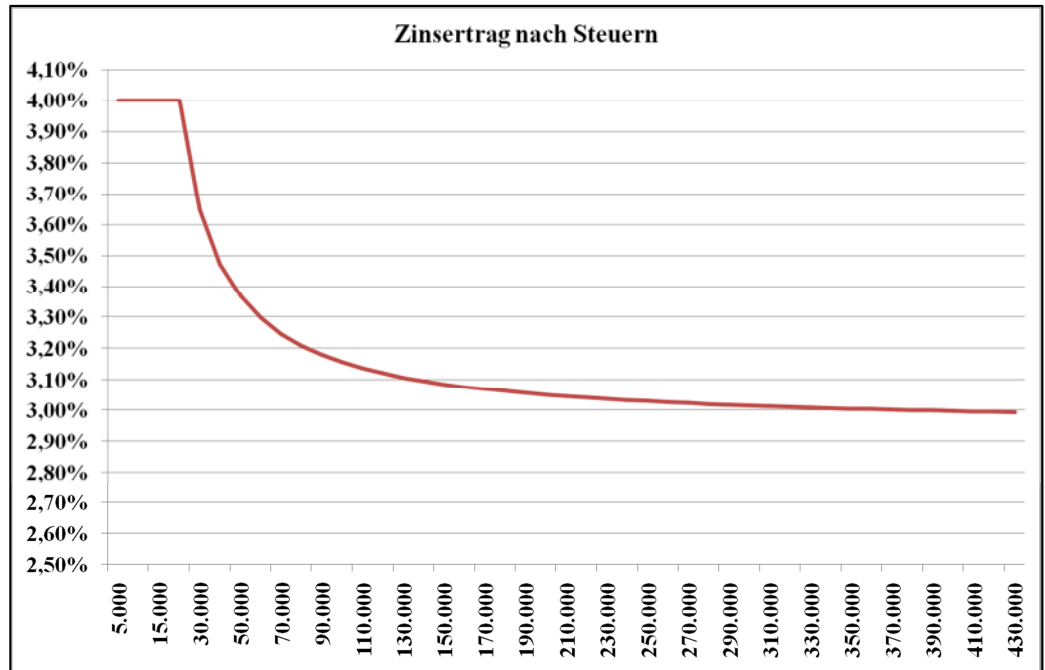


Abbildung 53: Entwicklung des Zinsertrags unter Berücksichtigung von Steuern³⁰⁰

Für einen Privatkunden, der seinen Sparer-Pauschbetrag bereits ausgeschöpft hat, würde sich eine deutlich geringere Zinskurve ergeben als für eine Bank. Diese Erkenntnis ist entscheidend für die Ermittlung der Wahrscheinlichkeit, dass der Privatkunde ein bestehendes Darlehen sondertilgt oder kündigt. Bei einem Darlehenszins von beispielsweise 2,5% müsste somit das Marktzinsniveau auf mindestens 3,4% steigen, damit der Kunde eine Geldanlage einer Ablösung seines Darlehens vorziehen würde. Die Wahrscheinlichkeit der Ausübung eines Kündigungsrechts ist somit wesentlich höher, als von Optionspreismodellen vorhergesagt.

Der Geldanlagezinssatz des Privatkunden (Zinssatz nach Steuern) im Vergleich zu dem einer Bank findet sich in der nachfolgenden Abbildung:

³⁰⁰ Eigene Darstellung.

Laufzeit	Zinssatz Bank	Zinssatz Privatkunde
1 Monat	1,30	0,96
3 Monate	1,50	1,10
6 Monate	1,80	1,33
1 Jahr	2,40	1,77
2 Jahre	2,50	1,84
3 Jahre	2,60	1,91
4 Jahre	2,70	1,99
5 Jahre	2,80	2,06
6 Jahre	2,90	2,14
7 Jahre	3,00	2,21
8 Jahre	3,10	2,28
9 Jahre	3,20	2,36
10 Jahre	3,30	2,43
11 Jahre	3,40	2,50
12 Jahre	3,50	2,58
13 Jahre	3,60	2,65
14 Jahre	3,70	2,72
15 Jahre	3,80	2,80

Abbildung 54: Geldanlagekurven für Bank und Privatkunde³⁰¹

2.2.1.2 Relevante Zinssätze bei Geldaufnahme

Die Geldaufnahme der Banken, sofern es sich nicht um Kundengelder handelt, orientiert sich im kurzfristigen Geldmarktsegment zum einen an den Zinssätzen der EZB und zum anderen am Interbankenmarkt. Bei den EZB-Zinssätzen übernehmen der Hauptrefinanzierungszins (Leitzins) sowie der Spitzenrefinanzierungszins eine wesentliche Funktion für die sehr kurzfristige Geldaufnahme der Geschäftsbanken. Für die Dauer von drei Monaten – seit Beginn der Finanzkrise unregelmäßig auch für 36 Monate – stellt die EZB den sogenannten Basistender zur Verfügung. Das Geldmarktsegment im Interbankengeschäft orientiert sich am EURIBOR.

Für Privatkunden wird die Geldaufnahme im kurzfristigen Laufzeitbereich überwiegend über Kontokorrentkredite zur Überbrückung von Liquiditätsengpässen organisiert. Für

³⁰¹ Eigene Darstellung.

die weitere Betrachtung ist dieses Segment nicht von Interesse, sodass nur das Kapitalmarktsegment mit Laufzeiten von über einem Jahr betrachtet wird.

Da ein Privatkunde über keinen direkten Zugang zum Kapitalmarkt verfügt, ist er in der Regel auf Bankdarlehen angewiesen. In Deutschland ist für Baufinanzierungen noch immer das Festzinsdarlehen die mit Abstand gängigste Form der Finanzierung. Die Refinanzierung des Hypothekengeschäfts der Banken kann beispielsweise über Pfandbriefe erfolgen. Die nachfolgende Grafik zeigt die Entwicklung der Pfandbriefrenditen für Laufzeiten von zehn Jahren.³⁰² Die Pfandbriefkurve liegt meist auf oder geringfügig oberhalb der Bund-Kurve³⁰³.

Im Vergleich dazu liegt die Kurve für durchschnittliche Baufinanzierungskonditionen deutlich höher. Die hier verwendete Kurve setzt sich zusammen aus der Statistik der Bundesbank für 10-jährige Baufinanzierungen für die Zeiträume bis 06.2003 und ab 06.2010³⁰⁴. Für den Zeitraum zwischen 2003 und 2010 wurde ein durchschnittlicher Abstand zur Pfandbriefkurve angenommen, der sich aus den verfügbaren Bundesbankzeitreihen ergibt (siehe Abbildung 55). Im betrachteten Zeitraum betrug der Abstand durchschnittlich 0,8%. Dieser stellt in etwa den Konditionsbeitrag der Banken dar.

³⁰² Als Datenbasis dienen bis 03.2012 der Pfandbriefindex PEX und ab 04.2012 die Hypothekenzinskurve des Verbands deutscher Pfandbriefbanken. Pfandbrief.de (2012a), Pfandbrief.de (2012b).

³⁰³ Entnommen der Bundesbank Zeitreihenstatistik (Vgl. Bundesbank.de (2012 j)).

³⁰⁴ Entnommen der Bundesbank Zeitreihenstatistik (Vgl. Bundesbank.de (2012 k-l)).

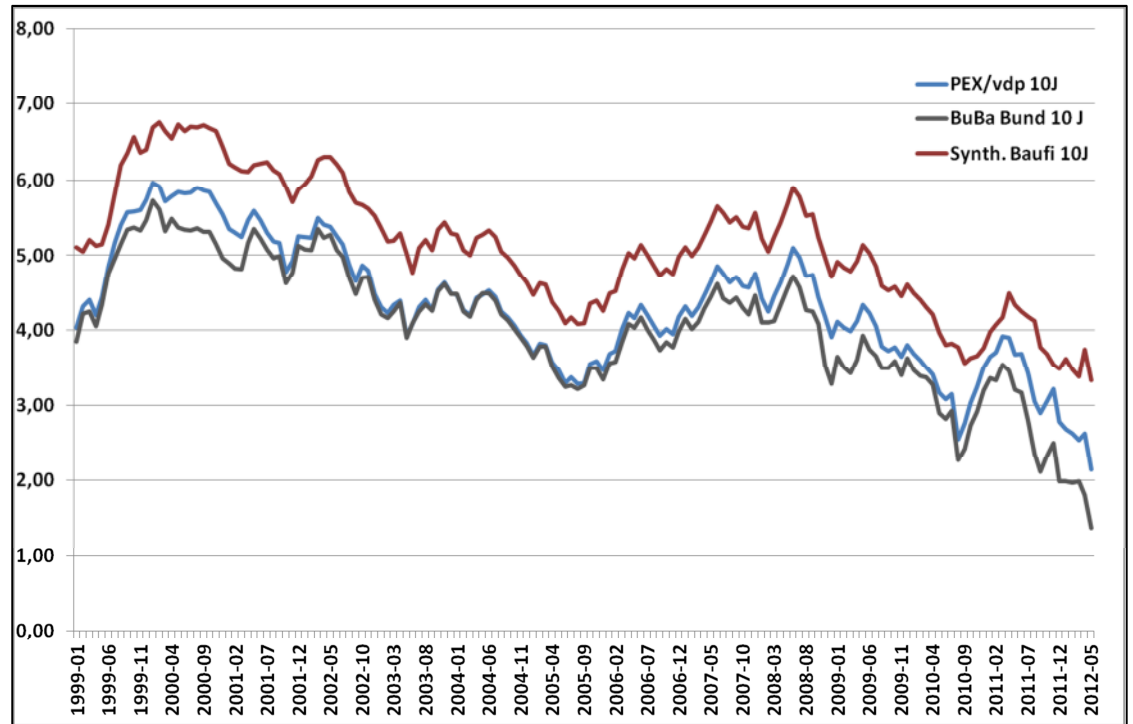


Abbildung 55: Abstand zwischen Pfandbriefkurve und Baufinanzierungskonditionen³⁰⁵

Auch für Geldaufnahmen sind die Zinssätze für Banken somit günstiger als für Privatkunden. Um eine vollständige Zinskurve für Privatkunden ermitteln zu können, müssten weitere Laufzeitbereiche näher untersucht werden. Stattdessen soll aus Vereinfachungsgründen davon ausgegangen werden, dass der Abstand zwischen den Zinssätzen für alle Laufzeiten 0,8% beträgt. Eine entsprechend aufgebaute Zinskurve hätte dann folgende Gestalt:

³⁰⁵ Eigene Darstellung.

Laufzeit	Zinssatz Bank	Zinssatz Privatkunde
1 Monat	1,30	2,10
3 Monate	1,50	2,30
6 Monate	1,80	2,60
1 Jahr	2,40	3,20
2 Jahre	2,50	3,30
3 Jahre	2,60	3,40
4 Jahre	2,70	3,50
5 Jahre	2,80	3,60
6 Jahre	2,90	3,70
7 Jahre	3,00	3,80
8 Jahre	3,10	3,90
9 Jahre	3,20	4,00
10 Jahre	3,30	4,10
11 Jahre	3,40	4,20
12 Jahre	3,50	4,30
13 Jahre	3,60	4,40
14 Jahre	3,70	4,50
15 Jahre	3,80	4,60

Abbildung 56: Geldaufnahmekurven für Bank und Privatkunde³⁰⁶

2.2.1.3 Schlussfolgerungen für das Ausübungsverhalten und das Ergebnisprofil

Im Rahmen der klassischen Modellannahmen wurde davon ausgegangen, dass für Bank und Privatkunde die gleichen Zinssätze gelten. Dies ist jedoch offensichtlich nicht der Fall. Sowohl bei Geldanlage als auch bei Geldaufnahme ist der Privatkunde in seinen Möglichkeiten schlechter gestellt. Bei der Bewertung von Kündigungsrechten muss dieser Umstand also berücksichtigt werden. Als weitere Erkenntnis kommt hinzu, dass das Ausübungsverhalten des Privatkunden sehr stark davon abhängig ist, in welcher finanziellen Situation er sich befindet. Dies soll anhand Abbildung 57 verdeutlicht werden.

Habe der Privatkunde beispielsweise ein 10-jähriges Darlehen abgeschlossen, so beträgt sein Kundenzins 4,10% und liegt damit um 0,80% über dem allgemeinen

³⁰⁶ Eigene Darstellung.

Marktzinsniveau, das auch seiner Bank zur Refinanzierung dient. Die zukünftige Marktzinsentwicklung ist zufallsgetrieben. In Abbildung 57 sind in 0,50-%-Schritten die Marktzinssätze von 1,00% bis 6,00% abgetragen, jeweils bezogen auf die Restlaufzeit des Darlehens.

Für den Kunden ist es nun, allgemein gesprochen, immer dann rational, sein Darlehen zu kündigen, wenn er sich entweder zu einem geringeren Zins Geld zur Ablösung des Darlehens leihen kann, oder wenn er für seine liquiden Mittel keine höher verzinsten Anlage findet.

Sofern für den Kunden die klassischen Modellannahmen gelten, würde er sein Darlehen immer dann kündigen, wenn der Marktzins unter 4,10% fällt. Diese Situation wäre im Rahmen der klassischen Modellannahmen allerdings ohnehin paradox, denn bei Existenz einer einheitlichen Zinskurve für alle Marktteilnehmer hätte der Privatkunde von vornherein nur 3,30% anstatt 4,10% für sein Darlehen bezahlt. Um also ein Kündigungsrecht für einen Privatkunden sinnvoll bewerten zu können, ist zwangsläufig eine Annahme darüber zu treffen, welche Zinskurve für diesen gilt.

Angenommen der Kunde verfügt über den Rückzahlungsbetrag für sein Darlehen, dann wird er dieses immer dann ablösen, wenn er keine höher verzinsten Alternativanlage findet. In diesem Fall gilt für ihn seine persönliche Geldanlagekurve. Diese liegt aber aufgrund der steuerlichen Effekte zum einen unterhalb der Marktzinskurve. Zum anderen liegt die Marktzinskurve um 0,80% unterhalb seines Darlehenszinses. Die Zinsdifferenz ist bei dieser Konstellation daher besonders hoch. Aus Abbildung 57 kann man entnehmen, dass das allgemeine Marktzinsniveau erst ab etwa 6,00% (exakt: 5,60%) eine angemessene Alternative zur Darlehenstilgung bietet. Der Kunde wird daher, sofern er über den Rückzahlungsbetrag verfügt, praktisch immer sein Darlehen ablösen, es sei denn, dass Marktzinsniveau steigt sehr deutlich an.

Darlehenszins des Kunden 4,10												
	t0	Zeitpunkt der möglichen Ausübung										
Marktzins / Zinssatz der Bank	3,30	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	5,50	6,00
Zinssatz Kunde für Geldanlage	2,43	0,74	1,10	1,47	1,84	2,21	2,58	2,95	3,31	3,68	4,05	4,42
Zinssatz Kunde für Geldaufnahme	4,10	1,80	2,30	2,80	3,30	3,80	4,30	4,80	5,30	5,80	6,30	6,80
Ausübung bei Gültigkeit üblicher Modellannahmen		Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Nein	Nein	Nein	Nein
Ausübung bei Gültigkeit Geldanlagekurve		Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Nein
Ausübung bei Gültigkeit Geldaufnahmekurve		Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Nein	Nein	Nein	Nein	Nein	Nein

Abbildung 57: Ausübung bei unterschiedlichen Zinskurven³⁰⁷

Verfügt der Kunde hingegen nicht über den Rückzahlungsbetrag, kommt für ihn nur eine Umfinanzierung seines Darlehens in Betracht, d.h., er muss ein neues Darlehen aufnehmen, um sein bestehendes abzulösen. In dieser Situation greift seine Geldaufnahmekurve. Der Marktzins muss dann auf unter 3,30% fallen, damit eine Ablösung seines Darlehens für ihn rational ist. In dieser Situation ist eine Ausübung seines Kündigungsrechts unwahrscheinlicher. Zwar wird er bei jeder Senkung des Marktzinsniveaus ausüben, nicht aber bei steigenden Zinsen.

Die unterschiedlichen Zinsniveaus des Kunden wirken sich nicht nur auf die Ausübungswahrscheinlichkeit aus, sondern sorgen auch für gegenüber den klassischen Modellannahmen abweichende Ergebnisprofile. Normalerweise sind die Ergebnisprofile zwischen Optionsgeber und Optionsnehmer symmetrisch, d.h. der Verlust des Optionsgebers entspricht dem Gewinn des Optionsnehmers. Gelten unterschiedliche Zinsniveaus, wird das Ergebnisprofil asymmetrisch, d.h. Gewinn und Verlust sind betragsmäßig ungleich.

³⁰⁷ Eigene Darstellung.

Gilt beispielsweise die Geldanlagekurve des Privatkunden, wird dieser auch bei steigendem Zinsniveau ausüben. Für die Bank bedeutet dies, dass sie den Rückzahlungsbetrag des Kunden auch zu höheren Marktzinsen wieder anlegen kann.

Liegt beispielsweise das Marktzinsniveau bei 4,10% erzielt die Bank ein neutrales Ergebnis aus der Kündigung des Kunden, da sie zum gleichen Zins anlegen kann, den der Kunde zuvor gezahlt hat. Für den Kunden hingegen ergibt sich hierbei bereits ein deutlich positives Ergebnisprofil, da er sein Geld am besten in die Tilgung seines Darlehens investieren kann. Wie die folgende Tabelle zeigt, kommt es ab einem bestimmten Zinsniveau sogar dazu, dass sowohl der Kunde als auch die Bank von einer Kündigung profitieren.

Darlehenszins des Kunden 4,10												
	t0	Zeitpunkt der möglichen Ausübung										
Marktzins / Zinssatz der Bank	3,30	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	5,50	6,00
Zinssatz Kunde für Geldanlage	2,43	0,74	1,10	1,47	1,84	2,21	2,58	2,95	3,31	3,68	4,05	4,42
Ausübung bei Gültigkeit Geldanlagekurve		Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Nein
Ersparnis des Kunden		3,36	3,00	2,63	2,26	1,89	1,52	1,16	0,79	0,42	0,05	
Schaden der Bank		3,10	2,60	2,10	1,60	1,10	0,60	0,10	-0,40	-0,90	-1,40	

Abbildung 58: Ergebnisprofil bei Geldanlagekurve³⁰⁸

Gilt hingegen die Geldaufnahme­kurve des Kunden, kommt es immer auch zu einem Schaden für die Bank. Dieser Schaden ist höher als die Ersparnis des Kunden, da der Bank neben dem Schaden aus Wiederanlage zu einem niedrigeren Marktzinsniveau stets auch der Konditionsbeitrag verloren geht. Dieser beträgt 0,80%, sodass der Schaden der Bank um dieses Niveau höher ist als die Ersparnis des Kunden.

³⁰⁸ Eigene Darstellung.

Darlehenszins des Kunden 4,10												
	t0	Zeitpunkt der möglichen Ausübung										
Marktzins / Zinssatz der Bank	3,30	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	5,50	6,00
Zinssatz Kunde für Geldaufnahme	4,10	1,80	2,30	2,80	3,30	3,80	4,30	4,80	5,30	5,80	6,30	6,80
Ausübung bei Gültigkeit Geldaufnahmekurve		Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Nein	Nein	Nein	Nein	Nein	Nein
Ersparnis des Kunden		2,30	1,80	1,30	0,80	0,30						
Schaden der Bank		3,10	2,60	2,10	1,60	1,10						

Abbildung 59: Ergebnisprofil bei Geldaufnahmekurve³⁰⁹

2.2.2 Die Einschätzung der finanziellen Situation des Kunden

2.2.2.1 Theoretische Ansätze für die Prognose der Einkommens- und Vermögensentwicklung

Für die Beurteilung der Wahrscheinlichkeit für eine Darlehenskündigung bei gegebenem Zinsniveau ist es, wie das vorangegangene Kapitel gezeigt hat, wesentlich zu wissen, ob die Geldaufnahme- oder die Geldanlagekurve des Kunden maßgeblich ist. Die Geldanlagekurve ist immer dann relevant, wenn der Kunde über Geldvermögen verfügt. Dieses wiederum ist von seinem aktuellen Geldvermögen abhängig, von seinem laufenden Einkommen und seiner regelmäßigen Ersparnis, von Vermögensübertragungen Dritter (beispielsweise Schenkung oder Erbschaft) und von der Umwandlung von Nicht-Geldvermögen in Geldvermögen (beispielsweise Verkauf einer Immobilie).

Es gibt verschiedene makroökonomische Ansätze, die Aussagen zu den Determinanten der Ersparnisbildung privater Haushalte liefern. Ein klassischer Ansatz hierzu ist die absolute Einkommenshypothese nach Keynes. Dessen „fundamentales psychologische

³⁰⁹ Eigene Darstellung.

Gesetz“³¹⁰ besagt, dass der Konsum privater Haushalte im Wesentlichen durch das Realeinkommen determiniert ist, der Konsum aber unterproportional mit dem Einkommen steigt. Keynes unterscheidet zudem zwischen dem einkommensunabhängigen autonomen Konsum und dem einkommensabhängigen Konsum.

$$C = \alpha + \beta \times Y \quad (\alpha > 0, 0 < \beta < 1)$$

Mit:

C= Konsum

α = autonomer Konsum

β = marginale Konsumneigung³¹¹

Y = Realeinkommen.

Die Ersparnis privater Haushalte ergibt sich dann als Differenz aus Realeinkommen und Konsum:³¹²

$$S = Y - C = -\alpha + (1 - \beta) \times Y$$

Bei Keynes sind Konsum und Sparen ausschließlich vom aktuellen, nicht aber vom vergangenen oder zukünftigen Einkommen abhängig. Zudem spielt das Vermögen keine Rolle.

³¹⁰ Keynes, J. M. (1936), Kapitel 8, III.

³¹¹ Die marginale Konsumneigung $b = dC/dY$ gibt den Grad der Abhängigkeit des Konsums vom Einkommen an.

³¹² Vgl. Wohltmann, H.-W. (2012), S. 47 ff.

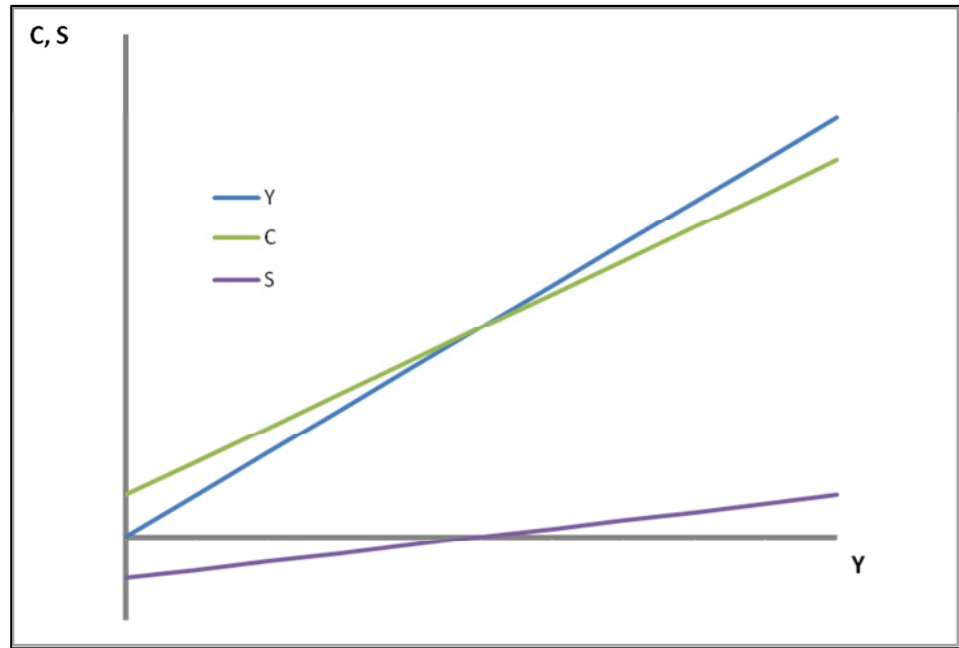


Abbildung 60: Konsum- und Sparfunktion nach Keynes³¹³

In Abgrenzung davon beschreibt die Lebenszyklustheorie, wie ein Haushalt trotz eines sich verändernden Einkommens einen gleichmäßigen Konsum realisieren kann. Hierzu spart ein Konsument während seiner Lebensarbeitszeit und entspart, wenn er sich im Ruhestand befindet. Die Lebenszyklustheorie, die auf Modigliani³¹⁴ zurückgeht, umfasst daher neben dem aktuellen Einkommen auch das erwartete zukünftige Einkommen sowie das Vermögen. Die Konsumfunktion lautet dann:

$$C = (W + RY)/T$$

Mit:

C= Konsum

³¹³ In Anlehnung an: Wohltmann, H.-W. (2012), S. 48.

³¹⁴ Vgl. Modigliani, F. / Brumberg, R. (1954).

W = Vermögen

R = Restlebensarbeitszeit

Y = Erwartetes Einkommen innerhalb der Restlebensarbeitszeit

T = Erwartete Restlebenszeit

Umgeformt ergibt sich folgende Gleichung:

$$C = \frac{1}{T} \times W + \frac{R}{T} \times Y = \gamma \times W + \beta \times Y$$

Der Konsum hängt dann ab vom Vermögen und der marginalen Konsumneigung aus Vermögen γ sowie dem Einkommen mit der marginalen Konsumneigung aus Einkommen β .

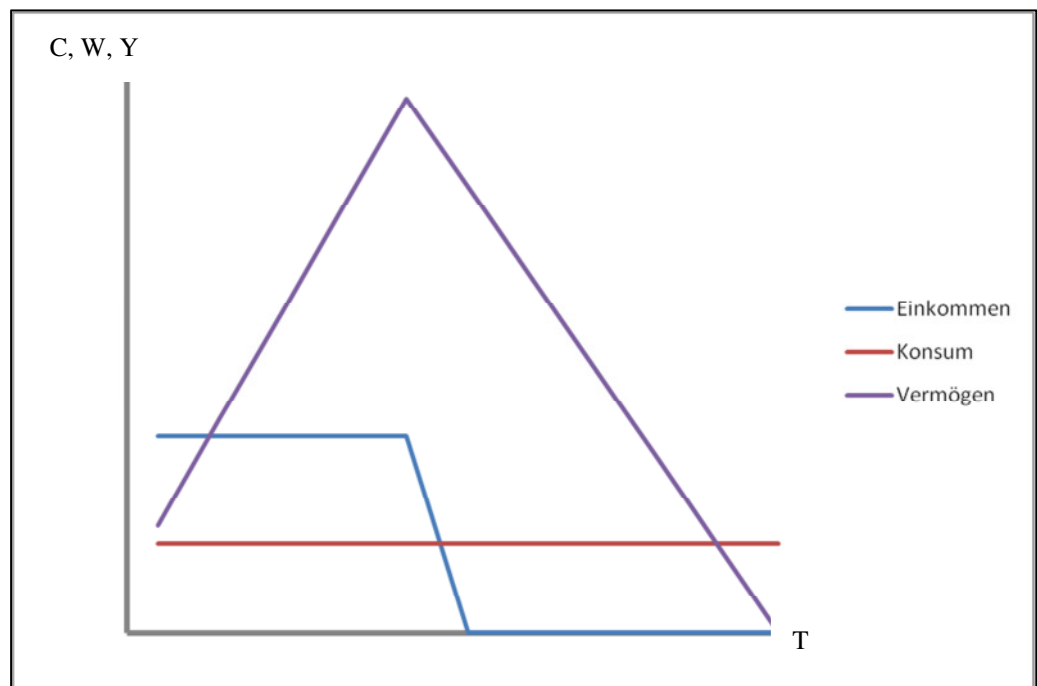


Abbildung 61: Lebenszyklustheorie

Der Konsument verteilt sein Lebenszeiteinkommen und sein Vermögen dann gleichmäßig über die Zeit. Die aktuelle Ersparnisbildung eines Haushalts dient dazu, den Konsum nach dem Ende der Berufstätigkeit zu sichern.

Eine wesentliche Erkenntnis hieraus ist, dass die Ersparnisbildung privater Haushalte nicht nur vom Einkommen, sondern auch von der Lebensphase des Konsumenten abhängt.³¹⁵ Diese Erkenntnis lässt sich auch empirisch belegen, beispielsweise anhand der lebensphasen- und einkommensabhängigen Sparquote.

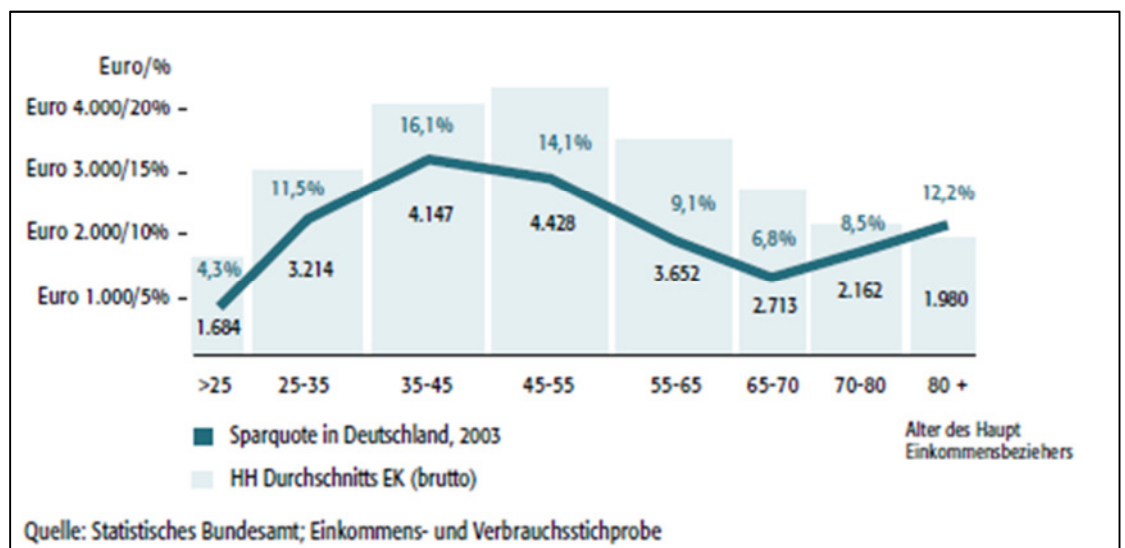


Abbildung 62: Sparquote nach Einkommen und Lebensalter

Auch die Vermögensverteilung bestätigt grundsätzlich die Lebenszyklustheorie, auch wenn entgegen der theoretischen Annahme das Vermögen am Lebensende nicht vollständig aufgezehrt ist.

³¹⁵ Hartmann-Wendels, T. / Pfingsten, A. / Weber, M. (2010), S. 227.

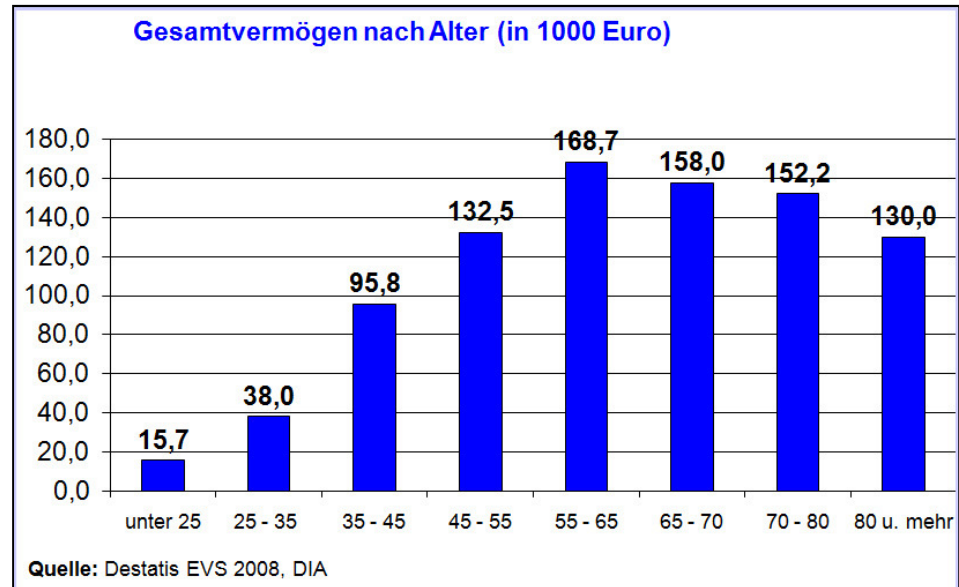


Abbildung 63: Vermögensverteilung nach Altersklassen

Der scheinbare Widerspruch zwischen positiver Sparquote und rückläufiger Vermögensentwicklung der Altersklassen >65 Jahre lässt sich zum einen damit erklären, dass sich in der Einkommensverteilung die Leistungen der Renten- und Pensionskassen niederschlagen, in der Vermögensverteilung aber nicht. Zwar sind diese Leistungen umlagefinanziert, sodass es zu keinem tatsächlichen Vermögensaufbau kommt. Das Prinzip ist aus Sicht der Versicherten aber das gleiche: es werden Sparbeiträge vom laufenden Einkommen geleistet, die wiederum Ansprüche auf Zahlungen im Ruhestand sichern. Zum anderen enthalten die Durchschnittseinkommen der Haushalte nicht nur Arbeitseinkommen, sondern auch Einkommen aus Vermögen.

2.2.2.2 Einfacher Ansatz zur Prognose der Geldvermögensbildung

Um die Vermögensbildung einer Privatperson bzw. eines Privathaushaltes prognostizieren zu können, müssen vereinfachende Annahmen getroffen werden. Zudem soll an dieser Stelle nur ein bewusst einfach gehaltenes Modell entwickelt werden, das der Veranschaulichung dient.

Folgende Modellannahmen sollen gelten:

1. Es werden nur die Altersklassen im erwerbstätigen Alter (20-65 Jahre) betrachtet.
2. Das Geldvermögen sei bei Abschluss des Darlehens gleich Null, da ansonsten kein Finanzierungsbedarf in Höhe des Darlehensvolumens bestünde. Das Geldvermögen des Kunden baut sich somit erst nach Abschluss des Darlehens sukzessive auf, sodass (Teil-) Rückführungen des Darlehens erst nach Ablauf einer gewissen Frist möglich sind.
3. Das Einkommen sei ausschließlich vom Alter abhängig. Es steigt bis zum Alter von 55 Jahren in abnehmenden Raten und fällt danach wieder³¹⁶.
4. Die Sparquote ist eine Funktion des Alters und des Einkommens.
5. Eine vermögensabhängige Ersparnisbildung gemäß Modiglianis Lebenszyklushypothese findet ausschließlich innerhalb der Rentenversicherungssysteme statt und ist bereits in den Einkommen verarbeitet.
6. Das Jahresbruttoeinkommen entspricht 13 Monatsbruttoeinkommen.
7. Es gilt ein einkommensunabhängiger Satz für Steuern und Abgaben i.H.v. 40% des Bruttoeinkommens.
8. Es werden die Daten der Einkommens- und Verbrauchsstatistik aus obiger Grafik als Basisdaten verwendet.
9. Die durchschnittliche Rendite des gebildeten Geldvermögens beträgt 3,0% pro Jahr.

Der Einkommenszuwachs kann auf Basis der 3. Annahme mit folgender Funktion dargestellt werden:

³¹⁶ Beispielsweise aufgrund von Altersteilzeitregelungen, die mit 55 einsetzen oder vorzeitigem Renteneintritt.

$$\Delta Y = -6 \times (A - 55)$$

Mit:

A = Alter in Jahren.

Unter Berücksichtigung des aktuellen Einkommens sowie eines 2%-igen Basiswachstums zum Inflationsausgleich ist die prognostizierte Einkommensentwicklung dann:

$$Y_A = Y_{A-1} \times (1 + 2\%) - 6 \times (A - 55)$$

mit:

Y_A = Aktuelles Einkommen

Für einen 30-jährigen mit einem aktuellen Einkommen von monatlich 3.000€ ergibt sich auf diese Weise folgende Einkommensprognose:

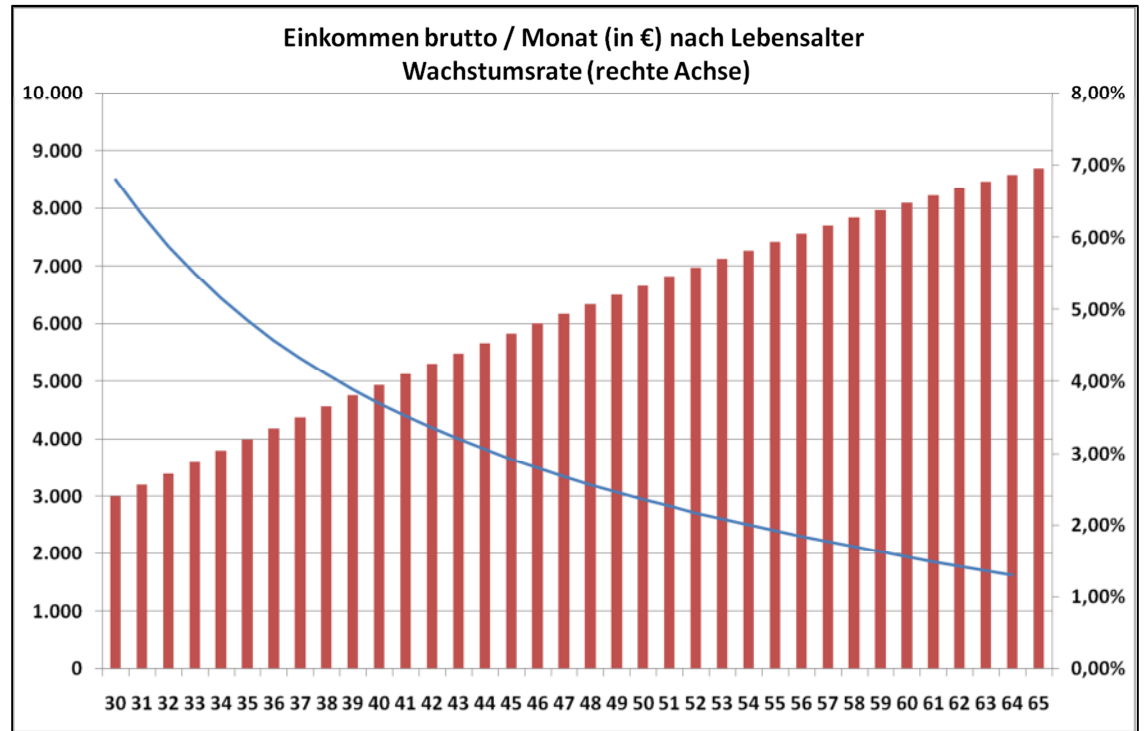


Abbildung 64: Einkommensentwicklung nach Lebensalter³¹⁷

Die Sparquote sei sowohl vom Einkommen als auch vom Alter abhängig und steigt bis zu einem Monatseinkommen von 20.000€ in abnehmenden Raten auf einen Maximalwert von 40%. Die einkommensabhängige Komponente ist dann:

$$40\% \times \left(1 - \left(\frac{20.000 - Y_t}{20.000}\right)^3\right).$$

Für $0 < Y \leq 20.000$

Hinzu kommt eine vom Lebensalter abhängige Komponente, die ihren Maximalwert bei 40 Jahren erreicht und dann wieder fällt³¹⁸:

³¹⁷ Eigene Berechnungen.

$$\frac{-1}{6.000} \times (A - 40)^2.$$

Der Verlauf der Sparquote bei einem konstanten Einkommen von 3.000€ ist in der folgenden Grafik dargestellt:

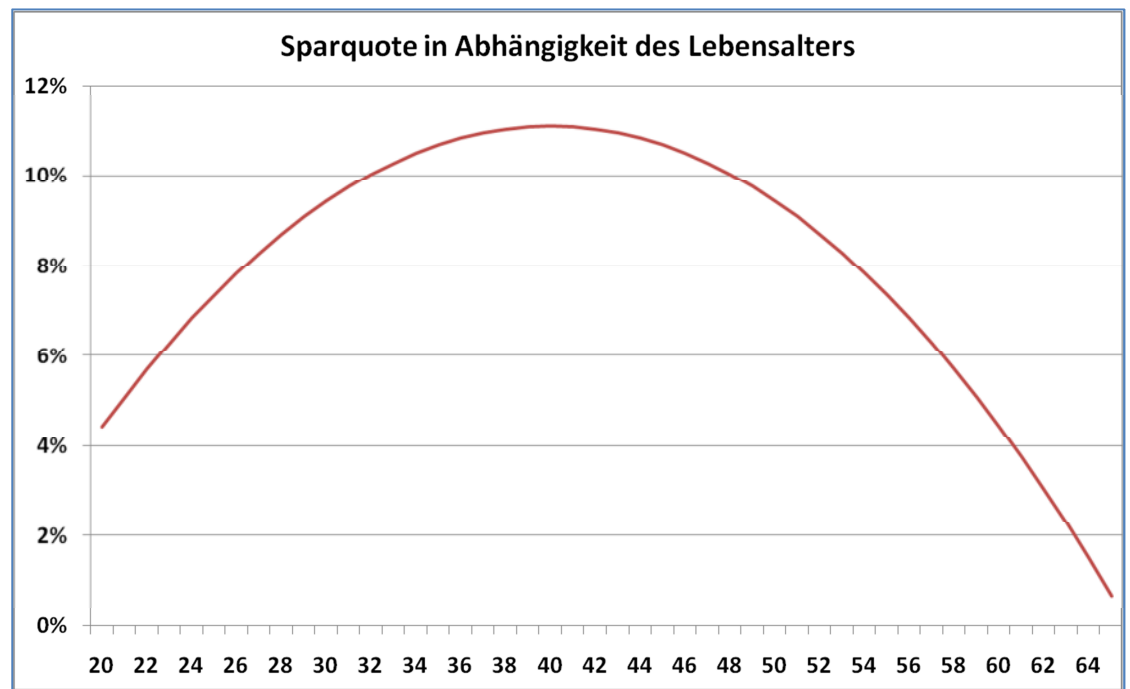


Abbildung 65: Sparquote nach Lebensalter³¹⁹

Die Funktion für die Sparquote setzt sich aus beiden Komponenten zusammen:

³¹⁸ Siehe hierzu Abbildung 62.

³¹⁹ Eigene Berechnungen.

$$SQ = 40\% \times \left(1 - \left(\frac{20.000 - Y_t}{20.000}\right)^3\right) - \frac{1}{6.000} \times (A - 40)^2.$$

Die Prognose des Einkommens und der Ersparnisbildung sei am Beispiel eines 40-jährigen Haushaltsmitglieds mit einem Monatseinkommen von 5.000€ verdeutlicht: In t_0 bezieht der Haushalt 13 Monatsgehälter á 5.000€, insgesamt also 65.000€ (siehe Annahme 6). Nach Steuern und Abgaben (40%) verbleiben 39.000€ netto. Die Sparquote im Alter von 40 Jahren beträgt:

$$SQ = 40\% \times \left(1 - \left(\frac{20.000 - 5.000}{20.000}\right)^3\right) - \frac{1}{6.000} \times (40 - 40)^2 = 15,8\%.$$

Der Haushalt bildet so eine Ersparnis von $39.000 \times 15,8\% = 6.175\text{€}$ im ersten Jahr nach Darlehensabschluss. Werden davon 5.000€ in die Annuität zur Finanzierung einer Immobilie investiert, verbleibt eine Geldvermögensbildung von 1.175€ im ersten Jahr des Betrachtungszeitraums (siehe Abbildung 66, erste Zeile). Dieser Betrag stellt zugleich das gesamte Geldvermögen des Kunden nach Ablauf eines Jahres dar. Die Vermögensbildung steigt mit abnehmenden Wachstumsraten weiter an. Bei einer jährlichen Verzinsung des Geldvermögens von 3,0% (Annahme 9) verfügt der Haushalt nach 10 Jahren über ein Geldvermögen von 60.933€. Löst der Kunde nach zehn Jahren sein Darlehen ab, könnte er diesen Betrag in die Rückführung seiner Immobilienfinanzierung investieren und müsste nur einen entsprechend verminderten Betrag durch ein neues Darlehen ersetzen. Seinem Entscheidungskalkül läge dann eine „Mischkalkulation“ aus Geldaufnahme- und Geldanlagekurve zugrunde.

Die Entwicklungen des Einkommens und der Sparquote sowie der Geldvermögensbildung des Haushalts sind in der folgenden Abbildung zusammengefasst:

Alter	Einkommen brutto Monat	Einkommen brutto Jahr	Einkommen netto Jahr	Sparquote	laufende Ersparnis p.a.	davon: Immobilien	Geld- vermögen
30	5.000	65.000	39.000	15,8%	6.175	5.000	1.175
31	5.244	68.172	40.903	16,9%	6.903	5.000	3.113
32	5.487	71.329	42.798	17,9%	7.648	5.000	5.855
33	5.729	74.472	44.683	18,8%	8.408	5.000	9.438
34	5.969	77.599	46.560	19,7%	9.179	5.000	13.900
35	6.209	80.711	48.427	20,6%	9.958	5.000	19.275
36	6.447	83.808	50.285	21,4%	10.743	5.000	25.596
37	6.684	86.888	52.133	22,1%	11.530	5.000	32.894
38	6.919	89.952	53.971	22,8%	12.318	5.000	41.199
39	7.154	92.999	55.799	23,5%	13.102	5.000	50.537
40	7.387	96.029	57.617	24,1%	13.880	5.000	60.933
41	7.619	99.041	59.425	24,7%	14.650	5.000	72.411
42	7.849	102.036	61.222	25,2%	15.409	5.000	84.992
43	8.078	105.013	63.008	25,6%	16.153	5.000	98.695
44	8.305	107.971	64.783	26,1%	16.880	5.000	113.536
45	8.532	110.910	66.546	26,4%	17.589	5.000	129.531

Abbildung 66: Beispiel für Geldvermögensbildung³²⁰

2.3 Erweiterung des klassischen Bewertungsansatzes

2.3.1 Erweiterung der Optionspreisformel

Die wesentliche Erkenntnis der vorangegangenen Kapitel ist, dass für die Bewertung von Optionen im Privatkundengeschäft die Annahme einer einheitlichen Zinskurve nicht haltbar ist. Dies hat zum einen zur Folge, dass die Ausübungswahrscheinlichkeit des Privatkunden davon abhängt, ob er über den Betrag einer Sondertilgung verfügt oder ob er hierfür ein Darlehen aufnehmen muss. Zum anderen können unterschiedliche Zinskurven dazu führen, dass sich asymmetrische Ergebnisprofile zwischen dem Privatkunden und der Bank ergeben, d.h., der Ertrag des einen Vertragspartners muss nicht notwendigerweise mit dem Verlust des anderen Vertragspartners betragsmäßig übereinstimmen.

³²⁰ Eigene Berechnung.

Um unter Berücksichtigung der oben genannten Erkenntnisse einen Optionspreis berechnen zu können, ist zunächst zu bestimmen, welchen Anteil einer Darlehensrückzahlung der Privatkunde aus eigener Ersparnis bestreiten kann. Dies hängt zum einen von der Höhe seines Geldvermögens ab, zum anderen von der Höhe des maximal möglichen Rückzahlungsbetrages. Dieser ist bei teilweisen Kündigungsrechten auf die Höhe der vertraglichen Sondertilgung begrenzt. Bei unbeschränktem Sondertilgungsrecht ist die Restschuld des Darlehens die natürliche Obergrenze. Daher gilt: Der Rückzahlungsbetrag aus Ersparnisbildung ist kleiner oder gleich dem maximalen Rückzahlungsbetrag.

Für den Fall, dass der Rückzahlungsbetrag aus Ersparnisbildung kleiner als der maximale Rückzahlungsbetrag ist, besteht die Möglichkeit, die Differenz durch Geldaufnahme zu bestreiten.

Für die Geldbeträge aus Ersparnisbildung und aus Geldaufnahme ergeben sich allerdings abweichende Optionspreise, da diese auf Basis unterschiedlicher Zinskurven berechnet werden. Um auf einen Gesamtoptionspreis zu kommen, können die individuell ermittelten Optionspreise daher mit den zugrunde liegenden Volumina multipliziert und durch den maximalen Rückzahlungsbetrag geteilt werden:

$$O_{ges} = \frac{R_E \times O_{GAnl} + (R_{max} - R_E) \times O_{GAuf}}{R_{max}}$$

Mit:

O_{ges} = Optionspreis gesamt

O_{GAnl} = Optionspreis auf Basis Geldanlagekurve

O_{GAuf} = Optionspreis auf Basis Geldaufnahmekurve

R_{max} = maximaler Rückzahlungsbetrag im Ausübungszeitpunkt

R_E = Rückzahlungsbetrag aus Ersparnisbildung ($R_E \leq R_{max}$).

Sind der Rückzahlungsbetrag aus Ersparnisbildung sowie der maximale Rückzahlungsbetrag bekannt, müssen in einem weiteren Berechnungsschritt die

Optionspreise berechnet werden, die sich in Abhängigkeit der jeweils geltenden Zinsstruktur ergeben. Das Vorgehen hierzu soll anhand eines einfachen Beispiels beschrieben werden:

Ein Darlehen mit vier Jahren Restlaufzeit habe ein vollständiges Kündigungsrecht in drei Jahren. Der Kundenzins des Darlehens liege bei 3,50%, das Darlehen sei endfällig mit jährlicher Zinszahlung. Es gelten die Zinssätze aus Kapitel 2.2.1.1 und 2.2.1.2:

Laufzeit	Zinssatz Bank	Zinssatz Geldanlage Privatkunde	Zinssatz Geldaufnahme Privatkunde
1 Jahr	2,40	1,77	3,20
2 Jahre	2,50	1,84	3,30
3 Jahre	2,60	1,91	3,40
4 Jahre	2,70	1,99	3,50
5 Jahre	2,80	2,06	3,60
6 Jahre	2,90	2,14	3,70
7 Jahre	3,00	2,21	3,80
8 Jahre	3,10	2,28	3,90
9 Jahre	3,20	2,36	4,00
10 Jahre	3,30	2,43	4,10
11 Jahre	3,40	2,50	4,20
12 Jahre	3,50	2,58	4,30
13 Jahre	3,60	2,65	4,40
14 Jahre	3,70	2,72	4,50
15 Jahre	3,80	2,80	4,60

Abbildung 67: Zinskurven für Bank und Privatkunden³²¹

Bei einer angenommenen Short-Rate-Volatilität von 0,35% und einer Mean-Reversion von 20% ergibt sich auf Basis der Zinsstrukturkurve der Bank (Abbildung 67, erste Spalte) folgendes Bewertungsergebnis:

³²¹ Eigene Darstellung.

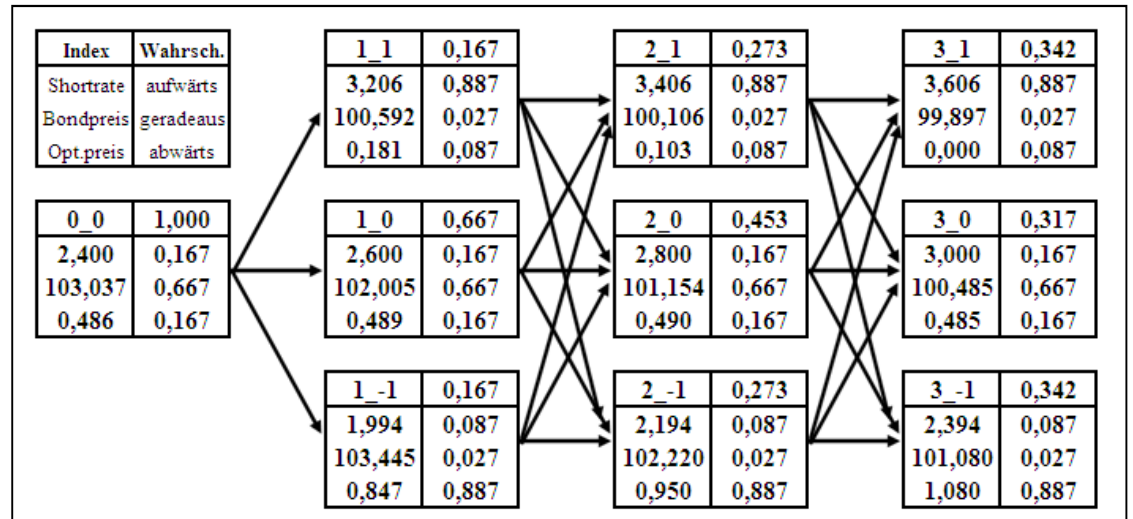


Abbildung 68: Bewertungsergebnis bei Zinskurve Bank³²²

Das Darlehen hat einen Konditionsbeitrag von 0,8%³²³, sodass sich im Zeitpunkt 0 ein positiver Kurswert einstellt (103,037). Im Zeitpunkt 3 wird das Optionsrecht nur dann ausgeübt, wenn die Short-Rate kleiner als der Kundenzins ist. Dies ist in den Knoten 3_0 und 3_-1 der Fall. Die Optionspreise im Ausübungszeitpunkt betragen dann 0,485 oder 1,080. Im Knoten 3_1 wird die Option nicht ausgeübt, da die Short-Rate höher liegt als der Kundenzins des Darlehens. Der Optionspreis beträgt dann 0. Für den Zeitpunkt 0 ergibt sich dann ein Wert des Optionsrechts in Höhe von 0,486.

Der soeben ermittelte Optionspreis ergibt sich aber nur dann, wenn für alle Marktteilnehmer die Zinskurve der Bank gilt. Und nur in diesem Fall ergibt sich auch ein symmetrisches Ergebnisprofil, in dem der Wert der Option aus Sicht des Kunden genau der Prämie entspricht, die die Bank von diesem für die Gewährung des Kündigungsrechts vereinnahmen sollte. Gilt für den Privatkunden hingegen dessen Geldanlagekurve, läge der entscheidungsrelevante Zinssatz im Knoten 3_1 nicht bei

³²² Eigene Darstellung.

³²³ Ermittelt aus dem Kundenzins von 3,5% und dem Opportunitätszins von 2,7% für eine vierjährige Laufzeit.

3,606%, sondern etwa bei 2,655%³²⁴. Eine Ausübung der Option würde dann auch in diesem Knoten erfolgen, der Optionspreis in diesem Knoten wäre dann größer als 0.

Stellt man beim Aufbau des Trinomialbaums allerdings von vornherein auf die Geldanlagekurve des Privatkunden ab, ergibt sich im Knoten 3_1 eine etwas höhere Short-Rate von 2,815% (siehe folgende Abbildung).

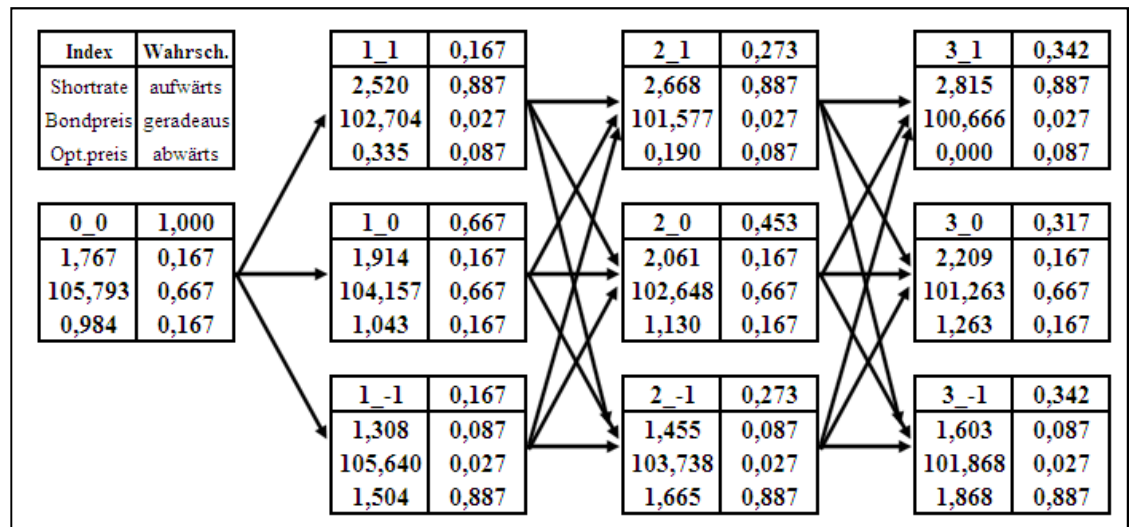


Abbildung 69: Bewertungsergebnis bei Geldanlagekurve Privatkunde³²⁵

Die Ursache hierfür ist, dass die Berechnung der absoluten Schwankungsbreite der Short-Rate weiterhin nach der Formel

$$\Delta R = \sigma \sqrt{3\Delta t}$$

und damit unabhängig von der zugrunde liegenden Zinsstruktur erfolgt.

³²⁴ Unter Berücksichtigung der Kapitalertragsteuer und des Solidaritätszuschlags ergibt sich:
 $3,606\% \times (1 - (1,055 \times 0,25)) = 2,655\%$. Siehe hierzu Kapitel 2.2.1.1.

³²⁵ Eigene Darstellung.

Um das erwartete Ergebnis (2,655% im Knoten 3_1) zu erhalten, müsste die Volatilität der Zinsstrukturkurve des Privatkunden angepasst werden. Da sich die Zinsstrukturkurve des Kunden aber eindeutig aus der Zinsstrukturkurve der Bank (und damit der allgemeinen Marktzinskurve) ableiten lässt, ist eine Anpassung der Short-Rate ein geeigneterer Weg. Wie dies umgesetzt werden kann, wird im folgenden Kapitel beschrieben.

2.3.2 Erweiterungen in der Berechnung der Short-Rate

Die zustandsabhängige Short-Rate berechnet sich allgemein nach der Formel

$$R(i, k) = msr(i, i + 1) + k\Delta R^{326}$$

Gibt es statt einer nun mehrere Short-Rates (Short-Rates der Bank sowie der Geldanlage- und -aufnahmekurve des Privatkunden), müssen diese unterschiedlich benannt werden. Bezeichnet

$$R(i, k)_{Bank} = msr(i, i + 1) + k\Delta R$$

die zustandsabhängigen Short-Rates bei Gültigkeit der Zinsstrukturkurve der Bank, dann ergibt sich die zustandsabhängige Short-Rate der Geldanlagekurve des Privatkunden (unter Berücksichtigung der Kapitalertragsteuer und des Solidaritätszuschlags) als

³²⁶ Siehe Kapitel 2.2.2.

$$R(i, k)_{Anl} = R(i, k)_{Bank} \times (1 - (1,055 \times 0,25)).$$

Die zustandsabhängige Short-Rate der Geldaufnahmekurve des Privatkunden beträgt dann entsprechend

$$R(i, k)_{Auf} = R(i, k)_{Bank} + 0,8\%.^{327}$$

Für die Geldanlagekurve des Kunden ergibt sich dann die folgende Baumstruktur, mit einer Short-Rate von 2,655% im Knoten 3_1. Der Kunde wird also auch in diesem Knoten die Option ausüben. Der Optionspreis aus Sicht des Kunden liegt im Ausübungszeitpunkt bei 0,823, 1,263 oder 1,707. Dementsprechend liegt dieser im Zeitpunkt 0 mit 1,196 deutlich höher als der Optionspreis aus Sicht der Bank³²⁸. Der Bondpreis liegt aufgrund der niedrigeren Short-Rates ebenfalls höher und beträgt 105,789.

³²⁷ Siehe Kapitel 2.3.1.2.

³²⁸ Dieser beträgt gemäß Abbildung 59 0,486.

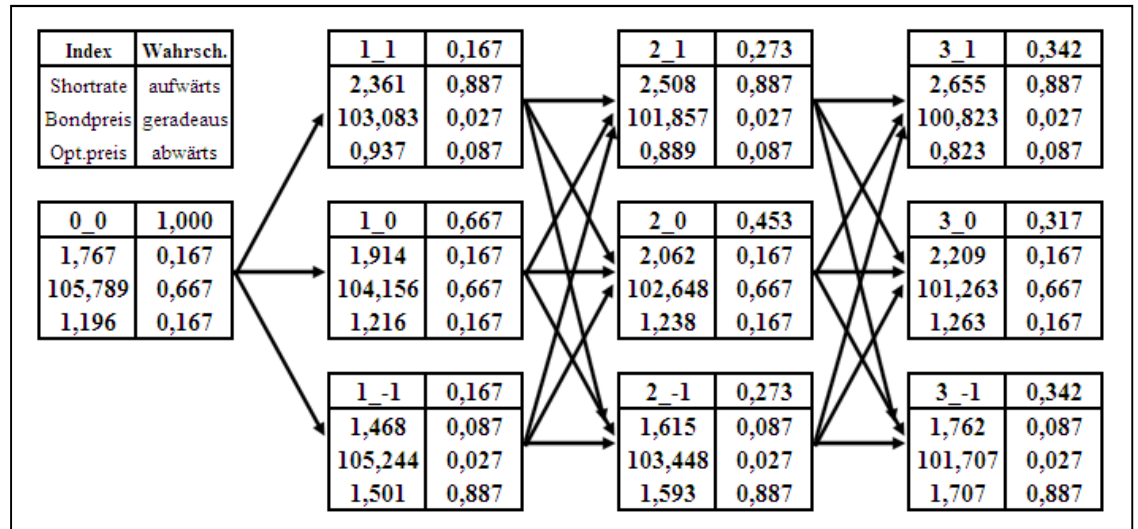


Abbildung 70: Bewertungsergebnis bei Geldanlagekurve Privatkunde (modifiziert)³²⁹

Gilt für den Privatkunden hingegen die Geldaufnahmekurve, läge bereits im Knoten 3_0 der entscheidungsrelevante Zinssatz oberhalb des Darlehenszinssatzes und es würde nur im Knoten 3_-1 ausgeübt. Dementsprechend sinkt der Optionspreis im Zeitpunkt 0 auf 0,092, der Bondpreis liegt bei 100,04 (siehe folgende Abbildung).

³²⁹ Eigene Darstellung.

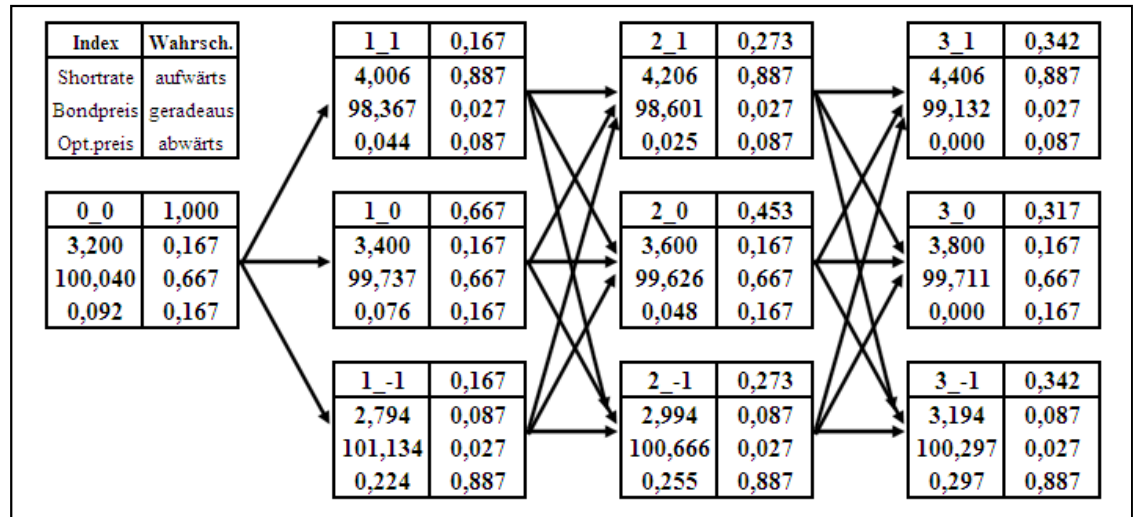


Abbildung 71: Bewertungsergebnis bei Geldaufnahmekurve Privatkunde
(modifiziert)³³⁰

Unter Berücksichtigung des Rückzahlungsbetrages aus Ersparnisbildung kann der Wert der Option aus Sicht des Privatkunden nun leicht ermittelt werden, indem die verschiedenen Optionspreisen mit den entsprechenden Anteilen ins Verhältnis gesetzt werden. Beträgt beispielsweise die Restschuld des Darlehens 100.000€ und hat der Kunde während der Darlehenslaufzeit ein Geldvermögen von 50.000€ aufgebaut, liegt der Anteil der Sondertilgung, die durch Ersparnisbildung geleistet werden kann, bei 50% und es ergibt sich ein gewichteter Optionspreis von:

$$O_{ges} = 50\% \times 1,196 + 50\% \times 0,092 = 0,644$$

Bezogen auf das Darlehensvolumen von 100.000€ beträgt der Preis des Optionsrechts dann 644€.

³³⁰ Eigene Darstellung.

2.3.3 Erweiterungen in der Berechnung der Optionspreise

Die Berechnung des Optionspreises aus Sicht der Bank ist komplizierter als die Bewertung aus Kundensicht. Der Grund hierfür liegt darin, dass die Bank zwar auf ihrer eigenen Zinsstrukturkurve bewertet, für die Wahrscheinlichkeit der Ausübung der Option ist hingegen die Zinsstrukturkurve des Kunden relevant, da dieser sein Ausübungsverhalten von seiner eigenen Zinskurve abhängig macht.

Wie schon beschrieben, kann dieser Umstand zu einem asymmetrischen Auszahlungsprofil führen. Konkret liegt ein solches Profil vor, wenn der Kunde entweder die Option ausübt, obwohl es, gemessen an der Zinskurve der Bank, irrational wäre, oder wenn er die Option nicht ausübt, obwohl es, gemessen an der Zinskurve der Bank, noch rational wäre. Um diese asymmetrische Struktur abbilden zu können, müssen beide Fälle modelliert werden.

Wie im vorangegangenen Kapitel gezeigt, wird der Privatkunde bei Gültigkeit seiner Geldanlagekurve die Option im Knoten 3_1 ausüben, weil es gemessen an seiner persönlichen finanziellen Situation vernünftig ist. Aus Sicht der Bank ist dies ebenfalls vorteilhaft; der Kunde zahlt ihr ein Darlehen mit einem Kupon von 3,5% zurück und sie kann dieses Geld zu 3,606% am Kapitalmarkt anlegen. Um diesem Umstand Rechnung zu tragen, muss die Berechnung des Optionspreises dahingehend geändert werden, dass auch negative Optionspreise zulässig sind, sofern die Ausübung der Option aus Sicht des Inhabers der Option rational ist.

Bislang galt im Ausübungszeitpunkt:

$$\text{Optionspreis} = \text{Bondpreis}_{\text{Bank}} - \text{Strike},$$

$$\text{wenn gilt: } \text{Bondpreis}_{\text{Bank}} > \text{Strike}$$

$$\text{Sonst: Optionspreis} = 0.$$

Nun muss gelten:

$$\text{Optionspreis} = \text{Bondpreis}_{\text{Bank}} - \text{Strike}$$

Wenn gilt: $Bondpreis_{Anl} > Strike$ oder $Bondpreis_{Auf} > Strike$

Sonst: Optionspreis = 0.

Nach einer entsprechenden Modifikation der Optionspreisberechnung ergeben sich folgende Ergebnisse: Gilt für den Kunden die Geldanlagekurve, wird dieser auch im Knoten 3_1 die Option ausüben. Der Bondpreis liegt aus Sicht der Bank in diesem Fall bei 99,897 (siehe folgende Abbildung); da der Kunde zu einem Kurs von 100 zurückzahlt, erzielt die Bank einen Kursgewinn von 0,103. Der Optionspreis ist also entsprechend negativ und beträgt -0,103. Die Optionspreise in den Knoten 3_0 und 3_-1 bleiben unverändert, da die Optionspreise ohnehin schon positiv sind. Insgesamt ergibt sich im Zeitpunkt 0 ein Optionspreis von 0,454, gegenüber 0,486 ohne Modifikation der Optionspreisberechnung (siehe Abbildung 72).

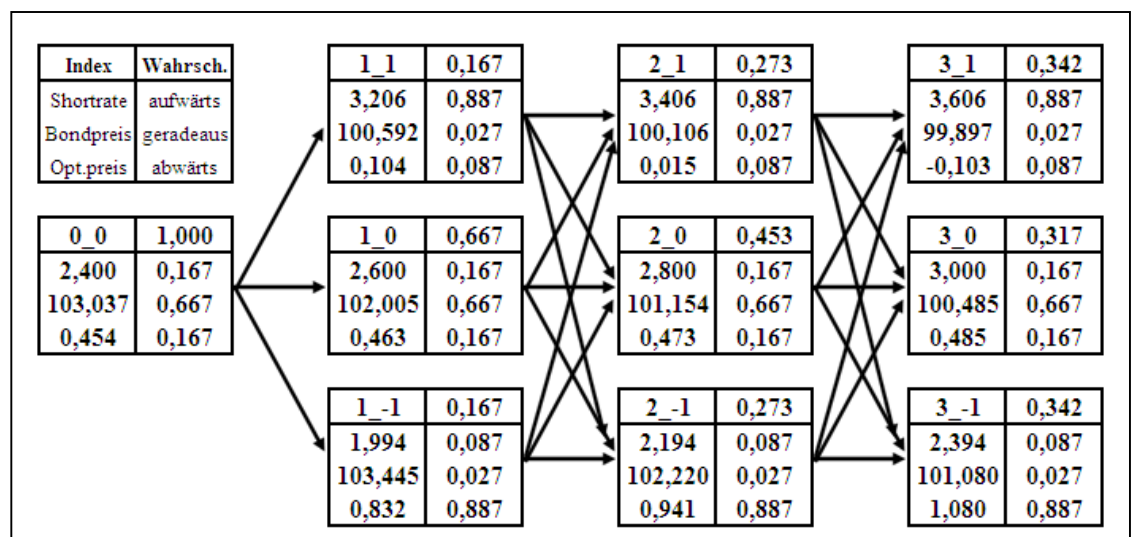


Abbildung 72: Optionspreis Bank bei Geldanlagekurve des Kunden³³¹

³³¹ Eigene Darstellung.

Gilt hingegen die Geldaufnahmekurve des Kunden (siehe Abbildung 73), übt dieser im Knoten 3_0 die Option nicht aus, obwohl der Kurswert des Darlehens bei 100,485 liegt. Der Optionspreis beträgt daher in diesem Knoten 0. In den Knoten 3_1 und 3_-1 bleibt der Optionspreis unverändert bei 0 beziehungsweise 1,08. Im Zeitpunkt 0 ergibt sich hieraus ein Optionspreis von 0,344 und damit ein deutlich geringerer Preis als ohne Optionspreismodifikation.

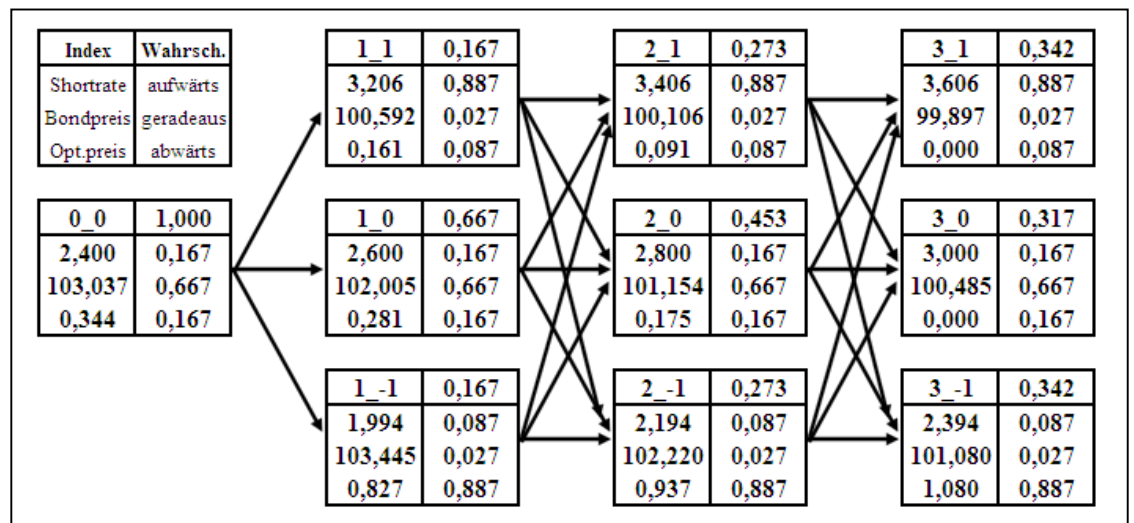


Abbildung 73: Optionspreis Bank bei Geldaufnahmekurve des Kunden³³²

Sofern wieder die Annahme gilt, dass der Kunde 50% der Sondertilgung aus Ersparnissen bestreitet, ergibt sich für die Bank ein Optionspreis von

$$O_{ges} = 50\% \times 0,454 + 50\% \times 0,344 = 0,399.$$

³³² Eigene Darstellung.

Dieser Preis ist um 0,087 geringer, als derjenige, der sich unter den üblichen Modellannahmen ergibt (0,486). Bezogen auf 100.000€ Darlehensvolumen liegt der Wert des Optionsrechts dann um 87€ niedriger.

3 Backtesting und Einbindung in die Geschäftsfeldsteuerung

3.1 Backtesting der Prognosegüte von Zinsoptionsmodellen

Bislang wurde auf der Grundlage theoretischer Überlegungen nach einer Lösung für die Bewertung von Kündigungsrechten in Darlehensverträgen gesucht. Da es sich bei diesen um Optionen auf ein zinstragendes Underlying handelt, ist es naheliegend, diese mit einem Zinsoptionspreismodell zu bewerten. Die entscheidende Frage, ob die auf diese Weise kalkulierten Preise das reale Risiko angemessen widerspiegeln, ist bisher aber noch ausstehend und soll nun geklärt werden.

Hierzu werden historische Zinssätze und Marktvolatilitäten zugrunde gelegt und aus diesen werden historische Optionspreise rekonstruiert. Die historischen Optionen werden dann im Zeitablauf betrachtet und die Auszahlungsprofile im Ausübungszeitpunkt der Option mit den kalkulierten Optionspreisen im Abschlusszeitpunkt verglichen. Zudem wird untersucht, welches Ausübungsverhalten sich in der Vergangenheit auf Basis der tatsächlichen Zinsentwicklung ergeben hätte.

3.1.1 Erstellung einer Datengrundlage für das Backtesting

Für die Durchführung eines umfangreichen Backtestings ist zunächst eine lange Zinshistorie erforderlich, um möglichst viele Beobachtungswerte generieren und die Ergebnisse damit auf eine solide Basis stellen zu können. Hierzu kann erneut auf die Zeitreihendatenbank der Deutschen Bundesbank zurückgegriffen werden. Die längste Historie für ein breites Laufzeitspektrum ist die Zinsstruktur für börsennotierte Bundeswertpapiere.³³³ Diese liefert das Spektrum 1-10-jähriger Laufzeiten ab dem Jahr

³³³ Vgl. Bundesbank (2014b).

1972 und zusätzlich das Spektrum 11-15-jähriger Laufzeiten ab dem Jahr 1986. Bei den von der Bundesbank bereit gestellten Daten handelt es sich um Zerobondrenditen.³³⁴

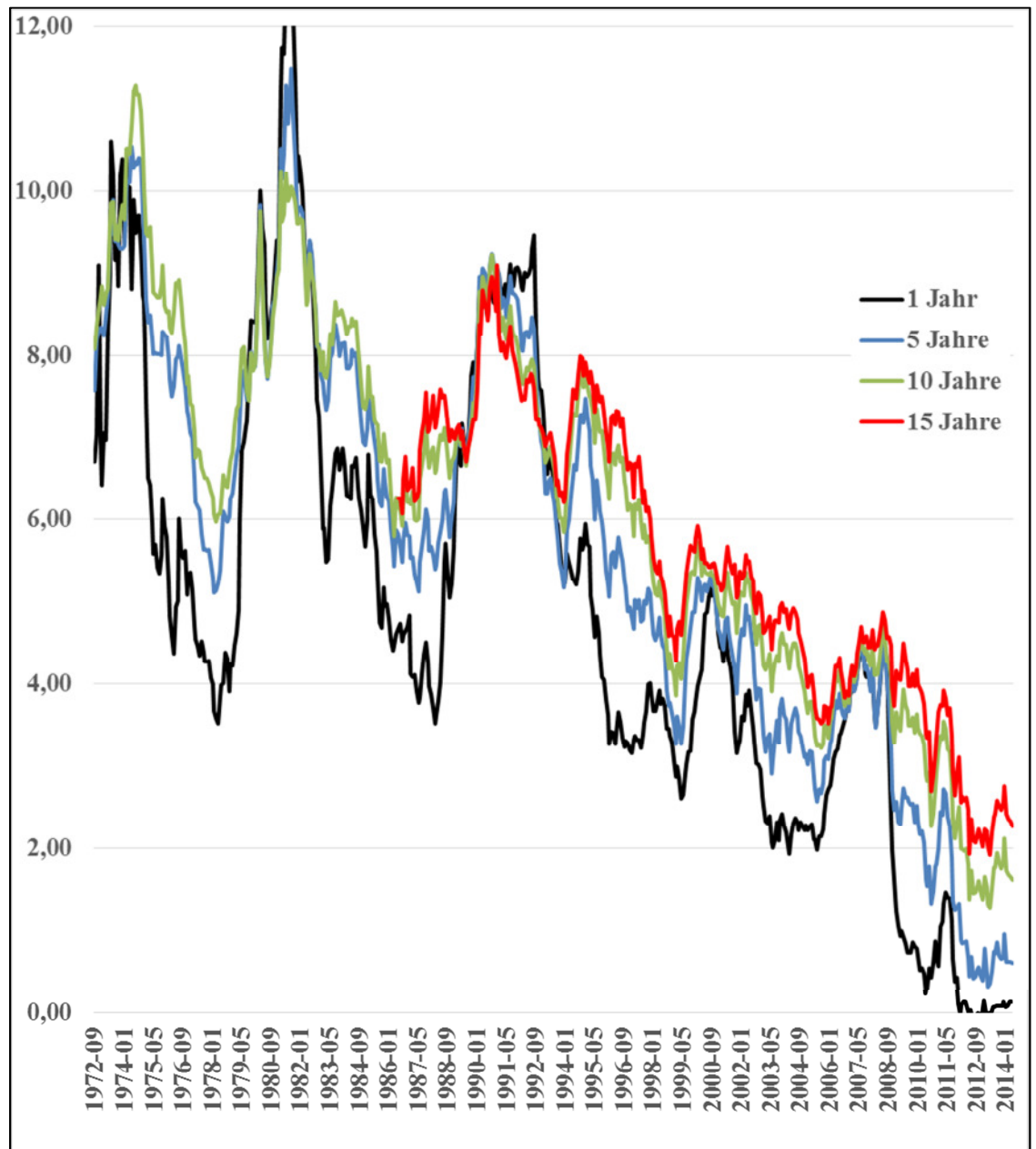


Abbildung 74: Überblick historische Zinsstruktur

³³⁴ Zur Ermittlung der Zinsstrukturkurve vgl. Deutsche Bundesbank (1997).

Abbildung 74 zeigt den Verlauf ausgewählter Zinssätze seit 1972. Es ist zu erkennen, dass das Zinsniveau für die Laufzeiten 1 Jahr und 5 Jahre im Jahr 1981 und für die Laufzeit 10 Jahre 1974 seinen Höhepunkt erreicht und seitdem rückläufig ist.³³⁵ Gut zu erkennen ist auch die Struktur der Zinskurve, mit überwiegend höheren Zinssätzen bei längeren Laufzeiten, aus der sich die „Normalform“ der Zinskurve ableitet. Abbildung 75 zeigt die Zinsstrukturkurven auf Basis der Mittelwerte der jeweiligen Laufzeiten. Die als „Laufzeitprämie“ bezeichnete Renditedifferenz zwischen kurz- und langfristigen Geldanlagen³³⁶ liegt, bezogen auf die 1- und 10-jährigen Zinsen, in beiden Kurven jeweils bei gut 1,3%.

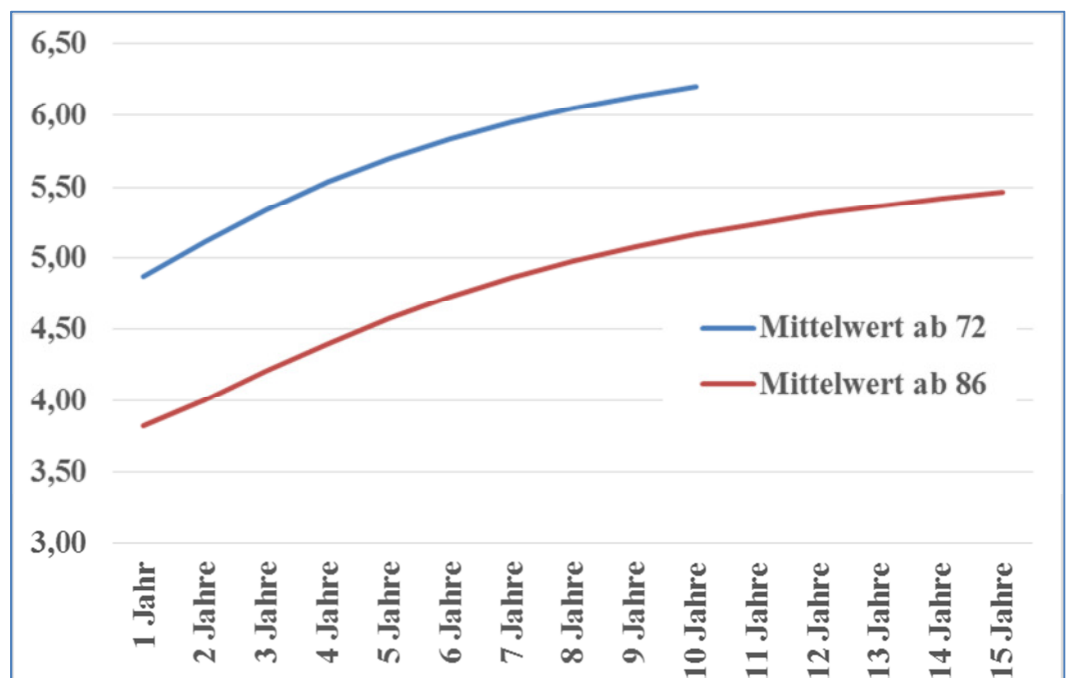


Abbildung 75: Durchschnittliche historische Zinskurven

³³⁵ Eine Zeitreihe für den US-Markt bestätigt und ergänzt dieses Bild: Dort steigt der 1-Jahres-Zins von Anfang der 50er-Jahre auf ein absolutes Hoch im Jahr 1981 und fällt bis zum Jahr 2004 wieder auf das Niveau der 50er-Jahre. Vgl. Fama, E. F. (2006), S. 359f.

³³⁶ Vgl. Rolfes, B. (1998), S. 134.

Nur in wenigen Perioden ist die Zinskurve invers, d.h. mit höheren Kurzfrist- als Langfristzinsen. Dies ist typischerweise in Hochzinsphasen der Fall, wie Anfang der 70er-Jahre (1972, 1973), Ende 70er bis Anfang 80er-Jahre (1979-1982) oder Anfang der 90er-Jahre (1991, 1992).³³⁷ Abbildung 76 zeigt drei Zinskurven mit extremen Verläufen: Eine Normalform mit besonders hoher Laufzeitprämie, eine flache sowie eine inverse Zinskurve.

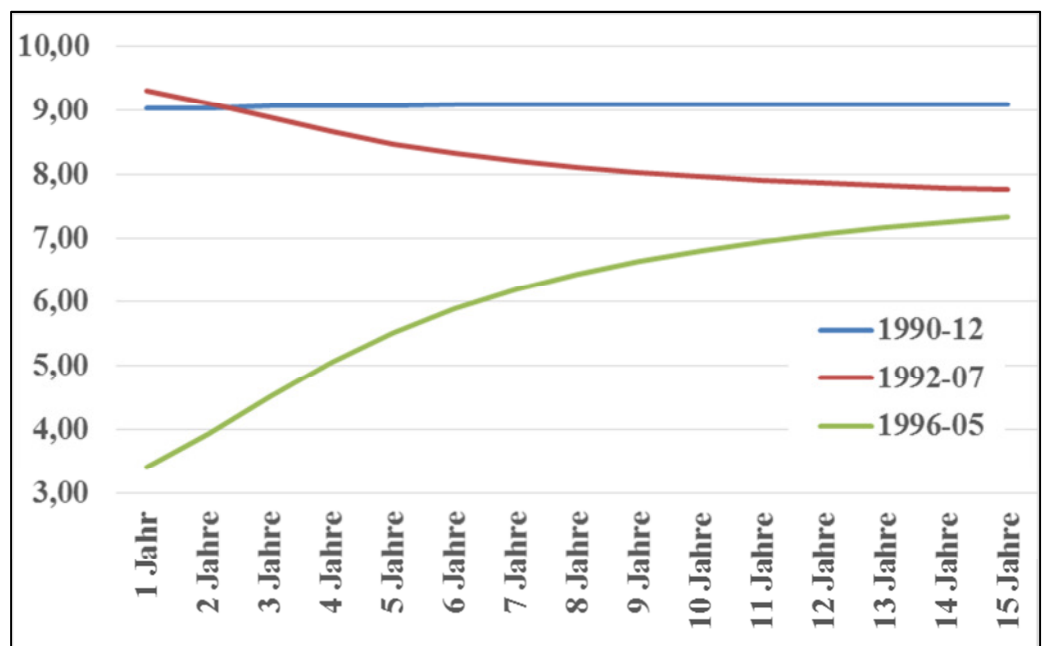


Abbildung 76: Extremverläufe historischer Zinskurven

Um aus den historischen Zinssätzen Optionspreise ermitteln zu können, werden zusätzlich die historischen Volatilitäten benötigt. Die Black-Volatilitäten von At-the-Money Optionen auf Euro-Swapsätze finden sich beim Informationsdienst Bloomberg für eine relativ lange Historie. Daten liegen hier seit 1998 vor.³³⁸ Abbildung 77 zeigt die Entwicklung ausgewählter Volatilitäten. 10-1 steht hierbei beispielsweise für eine 10-

³³⁷ Die bislang extremste negative Zinsdifferenz zwischen 1- und 10-jähriger Laufzeit gab es im August 1981 mit einer Laufzeitprämie von -3,11%. Siehe hierzu auch das Beispiel aus: Rolfes, B. (1998), S. 135.

³³⁸ Unvollständige oder fehlende Stichtage wurden mit interpolierten Werten ergänzt.

jährige Option auf einen 1-Jahres-Swap. Seit Ende 2007 kommt es zu einem erheblichen Anstieg der Volatilitäten, insbesondere im kurzfristigen Laufzeitbereich. Für die folgende Untersuchung ist dieser Volatilitätsanstieg allerdings von geringer Relevanz, da vor allem Optionen von vor 2007 betrachtet werden.

Um einen möglichst langen Zeithorizont abdecken zu können, sollen Optionen ab 1986, also ab Bestehen der 15-jährigen Zinskurven, kalkuliert werden. Die fehlenden Volatilitäten werden hierzu durch Durchschnittsvolatilitäten der Jahre 1998 bis 2014 ergänzt. Der enorme Anstieg der Volatilitäten ab 2007 führt vermutlich dazu, dass die gebildeten Durchschnittsvolatilitäten höher liegen als die tatsächlichen Volatilitäten des ergänzten Zeitraums.³³⁹ Die für diesen Zeitraum kalkulierten Optionspreise liegen somit etwas zu hoch. Wie noch gezeigt werden wird, beeinträchtigt dies den Aussagegehalt des Backtestings in keiner Weise.

³³⁹ Diese Vermutung bestätigt zum einen eine Tabelle aus Brace, A. / Gatarek, D. / Musiela, M. (1997), S. 325. Diese zeigt Black-Volatilitäten für Februar 1995, die etwa auf dem Niveau von Ende 1998 liegen. In Creal, D. D. / Wu, J. C. (2014), S. 6 findet sich eine Übersicht über die Entwicklung der Zinsvolatilität seit 1960. Die Volatilitäten erreichen Anfang der 80er-Jahre einen historischen Extremwert, liegen ab Mitte der 80er-Jahre dann aber in etwa auf dem Niveau von 2003.

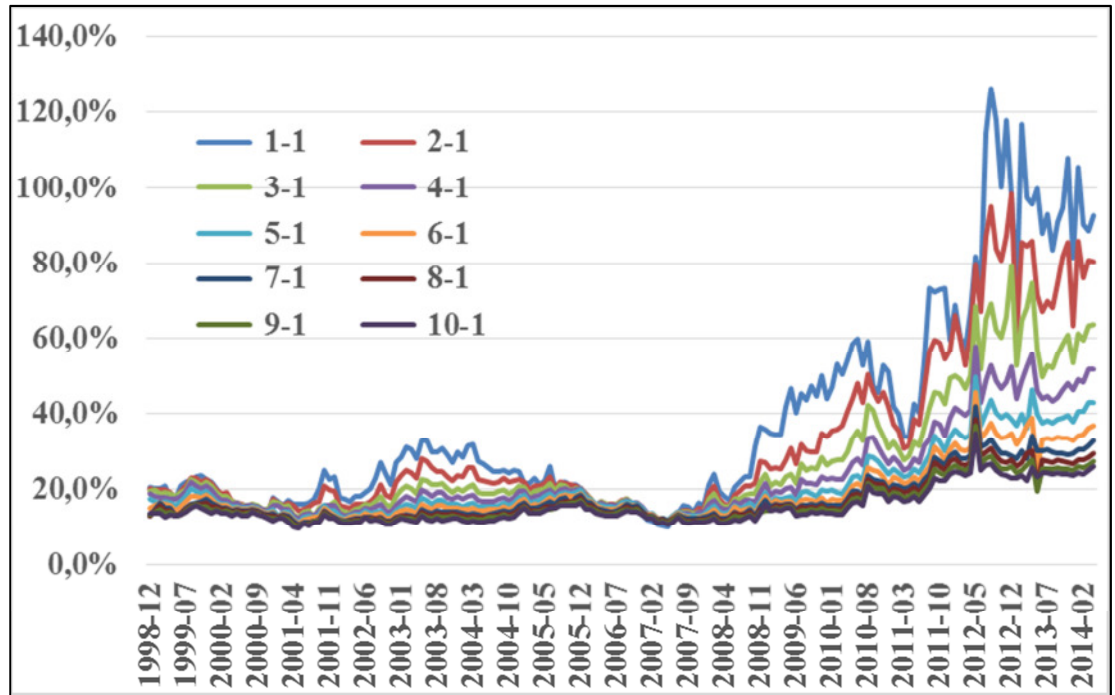


Abbildung 77: Entwicklung historischer Volatilitäten

Mit dem in Kapitel 2.1.5 vorgestellten Verfahren werden nun zunächst Swaptions mit der Black-Formel ermittelt, und anschließend erfolgt eine Kalibrierung von Hull-White-Volatilität und Mean Reversion bei der Ermittlung von Swaption-Preisen nach dem Hull-White-Modell. Abbildung 78 zeigt den Verlauf der Hull-White-Volatilität und Mean Reversion für den gesamten Betrachtungszeitraum. Es fällt auf, dass die Schwankung der Black-Volatilitäten im Zeitablauf größtenteils über die Mean-Reversion abgebildet wird, wohingegen die Volatilität relativ konstant bleibt. Eine geringere Mean-Reversion führt hierbei zu einer größeren Schwankungsbreite des Short-Rate-Prozesses.

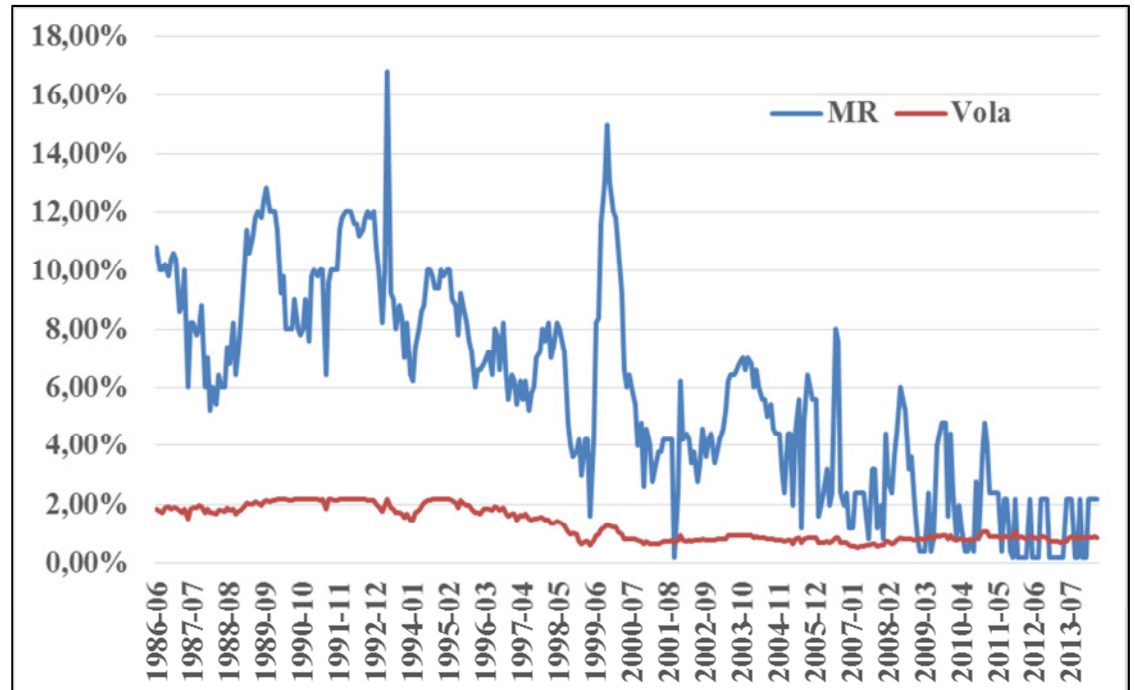


Abbildung 78: Historischer Verlauf von HW-Volatilität und Mean-Reversion

Die Swaption-Preise, die sich auf Basis der ermittelten Volatilitätsparameter ergeben, sind in Abbildung 79 im Vergleich mit den Swaption-Preisen nach Black dargestellt. Für eine 5-jährige Option auf einen 5-Jahres-Swap sind die Verläufe nahezu identisch, wie der Korrelationskoeffizient von 99,3% zeigt.³⁴⁰ Für die Laufzeitkombinationen 1-5 und 10-5 liegen die Korrelationen bei 95,7% respektive 97,5% und sind damit ebenfalls sehr hoch. Bei den Mittelwerten der ermittelten Swaption-Preise liegt das Hull-White-Modell tendenziell etwas höher als das Black-Modell.

³⁴⁰ Der Korrelationskoeffizient ist ein statistisches Maß für die Stärke des Zusammenhangs zweier (oder mehrerer) Merkmale. Ein perfekter Zusammenhang ist bei 100% erreicht. Zur Ermittlung des Korrelationskoeffizienten siehe nachfolgendes Kapitel.

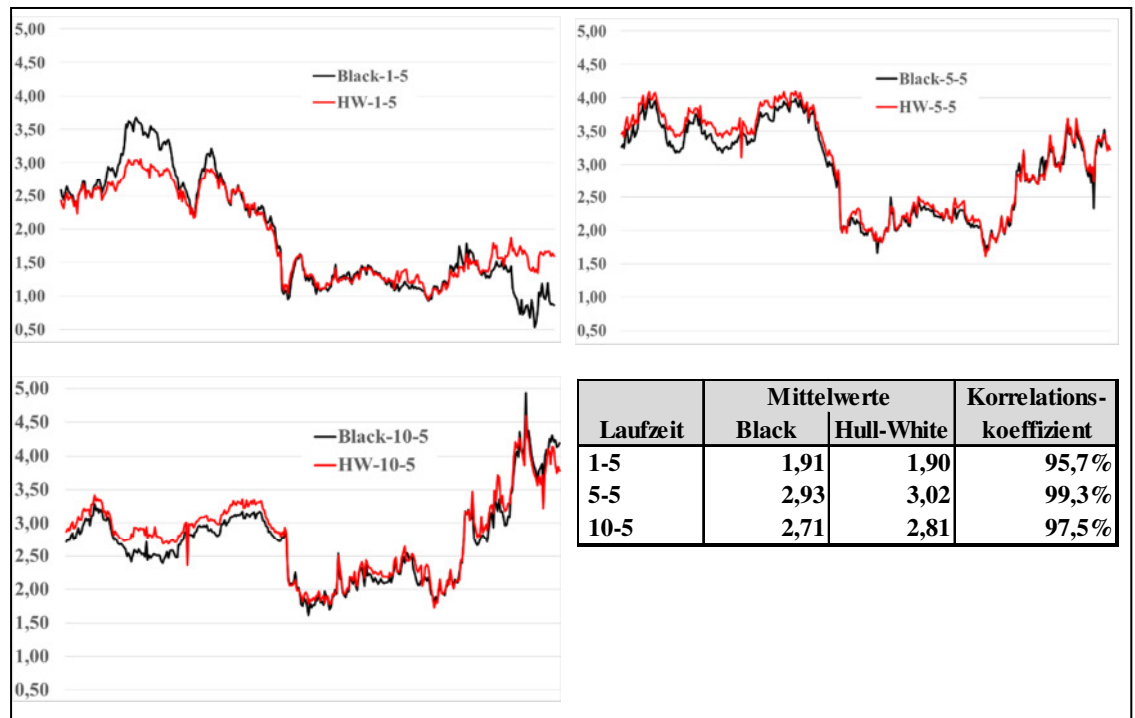


Abbildung 79: Vergleich Swaption-Preise nach Black und Hull-White

3.1.2 Forward-Rate als Trendkomponente versus tatsächliche Zinsentwicklung

Einen entscheidenden Einfluss auf die Höhe der ermittelten Optionspreise hat die erwartete zukünftige Zinsstruktur, die sich in Form von Forward-Rates ausdrückt. So entsprechen die mittleren Short-Rates im Hull-White-Modell weitgehend den Forward-Rates für den jeweils betrachteten Zeitschritt. Die mittlere Short-Rate bildet damit die Trendkomponente des Zinsratenprozesses, um die eine Zufallskomponente gelegt wird. Beim Black76-Modell ist das Vorgehen zwar etwas anders, das Prinzip aber ähnlich: Es wird ein Forward-Bondpreis ermittelt und dieser mit einer Zufallskomponente versehen. Die Höhe der erwarteten Auszahlungsprofile im Ausübungszeitpunkt der Option hängt somit davon ab, wie groß die Schwankungsbreite um die Forward-Zinsstruktur ist. Da die Ausübung der Option in der Zukunft von der dann geltenden Zinsstruktur abhängt, ist für die Ergebnisqualität der Optionsmodelle von entscheidender Bedeutung, welche Prognosequalität die Forward-Rates für die tatsächliche zukünftige Zinsentwicklung haben.

Für die Erklärung der Zinsstruktur gibt es verschiedene theoretische Ansätze:³⁴¹ Während die Liquiditätspräferenztheorie und die Preferred-Habitat-Theorie vor allem auf die Ursache von Zinsprämien in Abhängigkeit der Laufzeit abstellen, untersucht die Erwartungstheorie³⁴² unter anderem, welche Rückschlüsse aus der aktuellen Zinsstruktur auf zukünftige Entwicklungen gezogen werden können und begründet diese mit der Erwartungsbildung der Marktteilnehmer, die sich in den Zinssätzen für unterschiedliche Laufzeiten manifestiert. Zwei wichtige Schlussfolgerungen sind:

- Erwarten Marktteilnehmer, dass kurzfristige Zinsen in der Zukunft auf dem heutigen Niveau bleiben, müssen sich heutige Langfrist- und Kurzfristzinsen entsprechen.³⁴³ Im Umkehrschluss können aus der Steilheit und Drehung der Kurve die Erwartungen des Marktes auf zukünftige Kurzfristzinsen geschlossen werden.
- Besteht keine Unsicherheit über das zukünftige Zinsniveau, müssen die aktuellen Langfristzinsen einer Gewichtung der aktuellen und zukünftigen Kurzfristzinsen entsprechen.³⁴⁴ Hieraus folgt, dass bei einer Zinskurve in Normalform ansteigende Kurzfristzinsen durch die Marktteilnehmer erwartet werden.

Ob diese „kollektive Zinsprognose“ des Finanzmarktes in der Realität Bestand hat, ist Gegenstand verschiedener Untersuchungen, mit allerdings unterschiedlichen Ergebnissen. So folgern Shiller et al.:

„The simple theory that the slope of the term structure can be used to forecast the direction of future changes in the interest rate seems worthless.“³⁴⁵ Ein ähnliches Fazit ziehen Adam / Hering / Johannwille³⁴⁶, die auf einer Analyse der Zinsdaten von 1967

³⁴¹ Vgl. Pfingsten, A. / Homölle, S. (2001), S. 261 f.

³⁴² Diese geht u.a. zurück auf Fisher, I., Hicks, J. R., Lutz, F. A., Keynes, J. M. Ein Literaturüberblick findet sich bei Wood, J. H. (1964), S. 457, Fußnoten 1-3.

³⁴³ Vgl. Russell, S. (1992), S. 42.

³⁴⁴ Vgl. Russell, S. (1992), S. 42.

³⁴⁵ Vgl. Shiller, R.J. et al. (1983), S. 215.

³⁴⁶ Vgl. Adam, D. / Hering, T. / Johannwille, U. (1995).

bis 1994 keinerlei Prognosequalität der Forward-Rates auf die echte Zinsentwicklung schlussfolgern.³⁴⁷

Etwas differenzierter urteilen Bliss und Fama³⁴⁸, die der aktuellen Zinsstruktur zwar einen geringen Erklärungsgehalt für Zinsänderungen in der nahen Zukunft attestieren, für den Forward-Zeitraum zwei bis vier Jahre aber eine deutlich bessere Prognosegüte finden. Campbell und Shiller urteilen ebenfalls differenziert, indem sie die Prognosegüte der Forward Rates zwar nach statistischen Maßstäben ablehnen, der Erwartungstheorie aber dennoch einen gewissen Wahrheitsgehalt zubilligen.³⁴⁹ Schließlich gibt es auch Untersuchungen, die die Gültigkeit der Erwartungstheorie bestätigen³⁵⁰.

Auch der jeweils untersuchte Zeithorizont hat Einfluss auf die Ergebnisse. Zwar bestätigt Fama³⁵¹ 2006 grundsätzlich die von Bliss und Fama 1987 beschriebene Prognosekraft für mittelfristige Forward-Rates, muss andere Ergebnisse auf Basis neuerer Daten aber verwerfen. Unabhängige Untersuchungen deuten auf einen Bruch in der Interpretierbarkeit der Daten zu Anfang der 80er-Jahre hin.³⁵²

Unabhängig von der theoretischen Fundierung der Erwartungstheorie wird es stets zu Abweichungen zwischen der Forward-Zinsstruktur und der tatsächlichen Zinsstruktur in der Zukunft kommen, die auf Informationen beruhen, die im Zeitpunkt der Ermittlung der Forward-Zinskurve noch nicht bekannt gewesen sind und daher nicht in die

³⁴⁷ Übereinstimmungen zwischen Forward-Rate und eingetretenem Zinssatz werden als zufällig angesehen. Hierzu wird die Forward-Rate durch einen konstanten Zinssatz ersetzt, was auf Basis der untersuchten Daten zu einer höheren Prognosequalität führt. Vgl. Adam, D. / Hering, T. / Johannwille, U. (1995), S. 1411.

³⁴⁸ Vgl. Fama, E. F. / Bliss, R. R. (1987).

³⁴⁹ Vgl. Campbell, J. Y. / Shiller, R. R. (1987), S. 1079.

³⁵⁰ Boudoukh, J. / Richardson, M. / Whitelaw, R. (2005) sehen in den Forward Rates sowohl eine gute Prognosequalität für zukünftige Wechselkurse, Zinssätze und Inflationsraten und bestätigen in ihrer Untersuchung die Erwartungstheorie.

³⁵¹ Vgl. Fama, E. F. (2006).

³⁵² Gemäß Jarret ist im Jahr 1984 die Indikatorfunktion der Laufzeitprämie der Zinsstruktur für das Bruttosozialprodukt verloren gegangen und führt dies u.a. auf Änderungen der Geldpolitik zurück. Vgl. Jarret, C. (2003). Zu veränderter Interpretierbarkeit der Zinsstruktur seit den 80er-Jahren siehe auch: Sutton, G. D. (2000).

Erwartungsbildung des Marktes eingepreist werden konnten. So beeinflussen Wirtschaftskrisen, kriegerische Auseinandersetzungen oder Änderungen der Geldpolitik die Marktzinsen in erheblichem Ausmaß, die Prognostizierbarkeit dieser Effekte ist hingegen stark begrenzt. Allerdings dürften Informationsdefizite nur zu einer zufälligen positiven oder negativen Abweichung von der Forward-Rate führen, müssten sich über einen längeren Zeitraum also ausgleichen. Aus verschiedenen Untersuchungen zur Prognosegüte von Forward-Rates kann geschlossen werden, dass diese nicht nur zufällig von der „kollektiven Zinsprognose“ des Marktes abweichen, sondern dass eine systematische Störung der Markterwartungen vorliegt und die Forward-Rates somit nicht als Erwartungswert zukünftiger Zinssätze interpretiert werden können.³⁵³

Für die Bewertung von Zinsoptionen ist letztlich entscheidend, ob die Abweichungen der tatsächlichen Kurzfristzinsen von den prognostizierten durch die unterstellte Volatilität der Zinssätze hinreichend abgedeckt ist und somit dem Risiko von Zinsentwicklungen, die von den Forward-Rates abweichen, ausreichend Rechnung getragen wird. Hierzu wird zunächst ein Vergleich der tatsächlichen von der prognostizierten Zinsentwicklung vorgenommen. Im folgenden Kapitel wird dies auf die Ermittlung der Optionspreise im Vergleich zum tatsächlichen Auszahlungsprofil im Ausübungszeitpunkt der Option erweitert.

In Abbildung 80 werden die 1-Jahres-Zinsen unterschiedlicher Forward-Zeitpunkte mit dem tatsächlichen 1-Jahreszins verglichen. Im oberen linken Quadranten ist die Forward-Rate von Laufzeitjahr 1 nach Laufzeitjahr 2 dem jeweils tatsächlichen 1-Jahreszins gegenübergestellt. Da die Zinshistorie bis Sep.1972 zurückreicht, wird die erste Forward-Rate somit für Sep.1973 gebildet und diese dem 1-Jahreszins im Sep.1973 gegenüber gestellt. Im oberen rechten Quadranten liegt die erste Forward-Rate für den Sep. 1977 vor, im unteren linken Quadranten für Sep. 1982. Im unteren rechten Quadranten sind die jeweiligen Korrelationskoeffizienten³⁵⁴ der Zinsreihen sowie deren

³⁵³ Vgl. Picker, M (2012), S. 58 f.

³⁵⁴ Der Korrelationskoeffizient (hier: Korrelationskoeffizient nach Bravais-Pearson) ist ein statistisches Maß für den Zusammenhang zweier Merkmalsausprägungen. Dieser ist auf den Wertebereich von -1 bis +1 normiert, wobei -1 einen vollständig gegenläufigen Zusammenhang bedeutet und +1 einen vollständig positiven Zusammenhang. Vgl. hierzu Hartung, J. / Ipelt, B. / Klösener, K.-H. (2005), S. 73 ff.

mittlere Abweichungen³⁵⁵ dargestellt. Die Korrelationen der Zinsreihen liegen im hohen bzw. mittleren Bereich. Korrelationskoeffizienten zwischen 0,8 und 1,0 werden hierbei als starker Zusammenhang interpretiert, Korrelationskoeffizienten zwischen 0,5 und 0,8 werden als mittlerer Zusammenhang interpretiert.

Auffällig ist die mittlere Abweichung. Diese liegt zwischen 1,71%-Punkten bei der Forward-Rate von 1 nach 2 und bei 4,08% bei der Forward-Rate von 10 nach 11. Dies bedeutet, dass der tatsächliche 1-Jahreszins um durchschnittlich 4,08%-Punkte vom prognostizierten Wert der Forward-Rate abweicht. Besonders groß ist hierbei die aktuelle Abweichung. So liegt die im Apr. 2004 ermittelte Forward-Rate für Apr. 2014 bei 5,62%. Der 1-Jahreszins liegt im Apr. 2014 tatsächlich aber bei 0,13%.

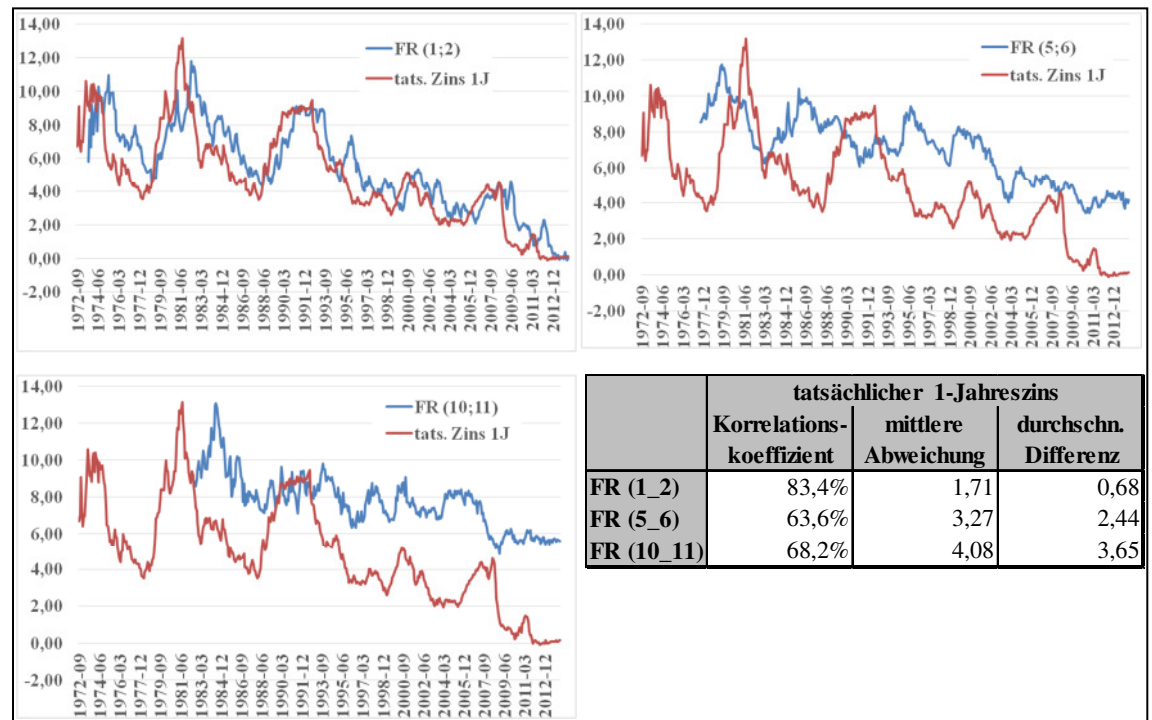


Abbildung 80: Vergleich Forward-Rates und tatsächliche Zinsentwicklung

³⁵⁵ Als mittlere Abweichung wird die Wurzel der Quadratsumme der absoluten Abweichungen verwendet.

Weiterhin fällt auf, dass die Forward-Rates meistens (deutlich) höher liegen als die tatsächlichen Zinsen. So stellt Picker für den Zeitraum von 1989 bis 2009 selbst bei einem Forward-Zeitraum von einem Monat eine regelmäßige Überschätzung des Zinsniveaus durch die Forward-Rates fest.³⁵⁶ Zu einem vergleichbaren Ergebnis kommen auch Adam, D. / Hering, T. / Johannwille, U. Diese ermitteln eine durchschnittliche Abweichung der Forward-Rate vom tatsächlichen Zins über alle Forward-Perioden von 1,22%-Punkten. Wie Abbildung 80 zeigt - rechter unterer Quadrant, rechte Spalte - hat sich diese Differenz durch Hinzunahme aktueller Zinsdaten weiter vergrößert.

Dies zeigen auch die Streudiagramme in Abbildung 81, die den Zusammenhang zwischen Forward-Rate und tatsächlichem Zins als Punktwolke darstellen. Im rechten unteren Quadranten finden sich zudem die „Koordinaten“ der eingezeichneten Trendlinien. Die Steigungen der Trendlinien liegen zwischen 0,90 und 1,14 und signalisieren damit zumindest, dass die Richtung des Zusammenhangs (hohe Forward-Rates führen zu hohen Ist-Zinsen und umgekehrt) zwar stimmt. Aus dem Schnittpunkt mit der y-Achse ist aber zu erkennen, dass das Niveau der Ist-Zinsen deutlich nach unten verschoben ist. Zudem ist die Streuung der Einzelausprägungen um die Trendlinie recht hoch (Ausnahme: FR(1_2)). Dies zeigt das Bestimmtheitsmaß im rechten unteren Quadranten. Dieses sagt am Beispiel der FR(5_6) aus, dass nur 41% des tatsächlichen Zinssatzes durch die Forward-Rate erklärt werden kann.

³⁵⁶ Vgl. Picker, M. (2012), S. 158 f.

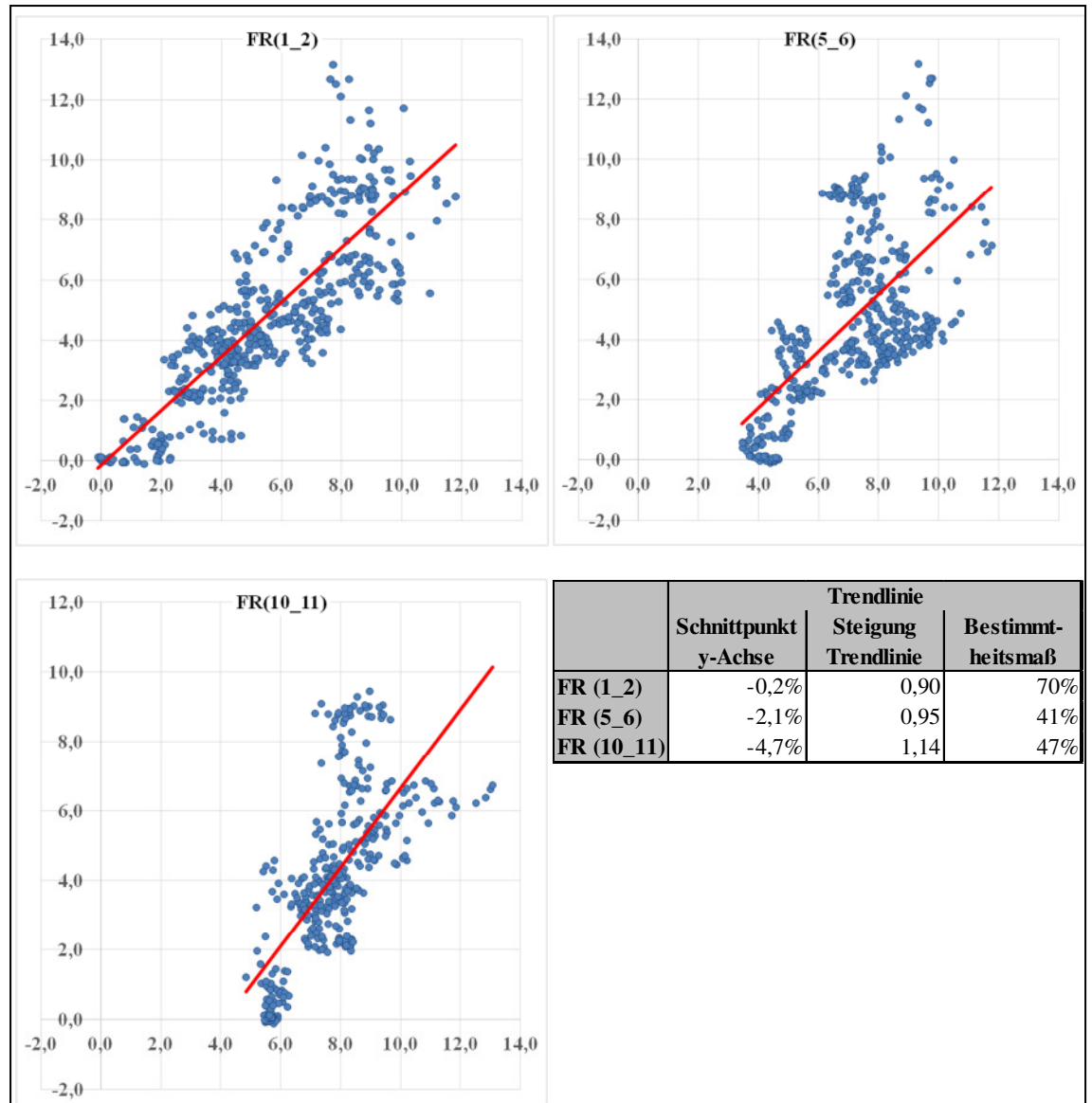


Abbildung 81: Streuungsdiagramme mit Trendlinie

Aus der Analyse der vorliegenden Daten wird deutlich, dass die Forward-Rates im Durchschnitt ein zu hohes Zinsniveau prognostizieren. Dieses Ergebnis ist mit Blick auf die Risikosteuerung insbesondere deswegen als besorgniserregend einzustufen, weil das Risiko von Darlehenskündigungen gerade und ausschließlich bei sinkendem Zinsniveau

schlagend wird³⁵⁷. Einen ersten Blick auf die Folgen für die Optionsbewertung liefert Abbildung 82: In der linken Hälfte sind die Zinsstrukturkurve von Mrz. 2004 sowie die aus ihr abgeleiteten Short-Rates abgebildet. Wie bei einer normal geformten Zinskurve zu erwarten, signalisieren die Forward-Rates steigende Kurzfristzinsen. In der rechten Hälfte ist um die Forward-Rates die maximale Schwankungsbreite des Hull-White-Modells gelegt. Bei einer für Mrz. 2004 ermittelten Short-Rate-Volatilität von 0,92% und einer Mean-Reversion von 6,60% ergibt sich hieraus:

$$\Delta R = \sigma \sqrt{3\Delta t} = 0,92\% \sqrt{3} = 1,59\%,$$

$$k_{\max} \geq \frac{0,1835}{a\Delta t} \geq \frac{0,1835}{6,6\%\Delta t} \geq 2,78 \rightarrow k_{\max} = 3, k_{\min} = -3.$$

Um die Forward-Rates wird eine Schwankungsbreite von maximal $\pm 3 \times 1,59\% = 4,78\%$ gelegt. Bei einer 1-Jahres-Forward-Rate von 5,62% für den Zeitpunkt Mrz. 2014, wird im Hull-White-Baum eine Spannbreite der Short-Rate von 0,84% bis 10,40% erzeugt. Der tatsächliche 1-Jahreszins lag im Mrz. 2014 hingegen bei 0,13% und liegt somit sogar außerhalb der maximal erwarteten Spannbreite des Hull-White-Baums. Anders formuliert: bei der Ermittlung des Preises einer zehnjährigen Option im Jahr 2004 wird das zehn Jahre später tatsächlich geltende Zinsniveau mit einer Eintrittswahrscheinlichkeit von Null gewichtet.

³⁵⁷ Mit sinkendem Zinsniveau ist hier auch das relative Sinken des Zinsniveaus aus Laufzeitverkürzung gemeint.

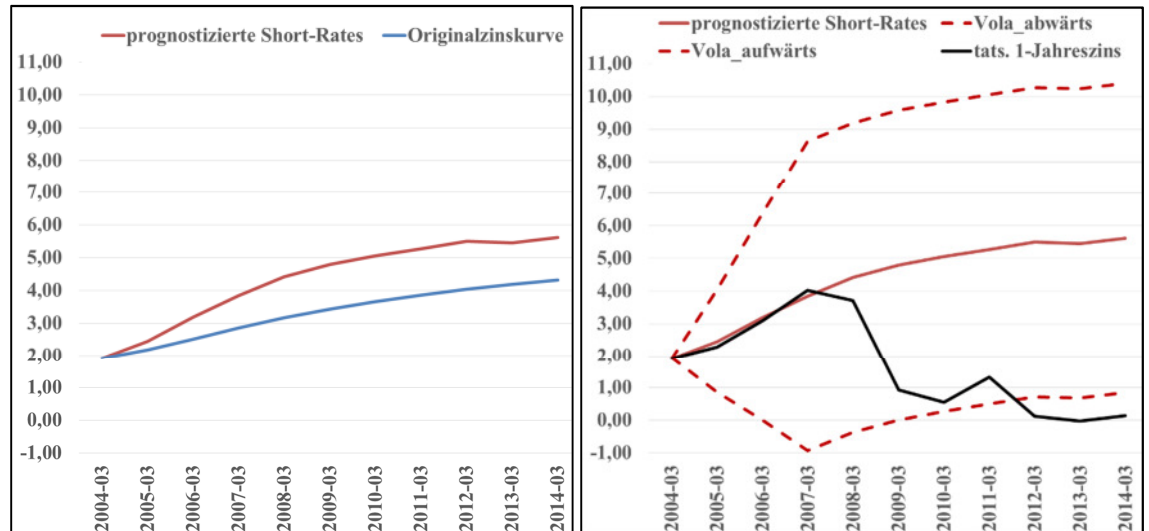


Abbildung 82: Zinsprognose im Hull-White-Modell vs. Ist-Entwicklung

3.1.3 Kalkulierte Optionspreise versus tatsächliche Auszahlungsprofile

Das vorherige Kapitel hat frühere Untersuchungen dahingehend bestätigt, dass die Forward-Rates regelmäßig zu einer Überschätzung des Zinsniveaus in der Zukunft führen. Zudem wurde der Betrachtungshorizont auf einen besonders langen Zeitraum ausgeweitet und um die Periode seit Beginn der Finanzkrise ergänzt; diese ist durch eine über den langfristigen Trend hinausgehende Verringerung des Zinsniveaus gekennzeichnet.

Über die Untersuchung der Forward-Rates hinaus soll im Folgenden untersucht werden, welche Auswirkungen die Entwicklung auf dem Kapitalmarkt auf die impliziten Optionen im Darlehensgeschäft der Banken hat. Dies soll Aufschluss darüber geben, ob die kalkulierten Optionspreise dem tatsächlichen Risiko dieser Optionen angemessen Rechnung tragen.

Der Berechnung der Optionspreise liegt das erwartete Auszahlungsprofil im Ausübungszeitpunkt zugrunde. Das Auszahlungsprofil wiederum ermittelt sich aus der Differenz des erwarteten Bondpreises und dem Strike. Daher wird zunächst betrachtet, welche Bondpreise auf Basis der Forward-Rates prognostiziert werden und welche tatsächlich eingetreten sind. Als Kalkulationsgrundlage dient hierzu jeweils ein fiktives 15-jähriges Darlehen mit einer Marge von Null. Dementsprechend liegt der Kurswert dieses Darlehens im Abschlusszeitpunkt bei exakt 100. Die kalkulierten Bondpreise

beziehen sich auf die 5-Jahres-Restlaufzeit dieses Darlehens nach zehn Jahren. Kalkuliert wird einmal mit den zehn Jahre zuvor ermittelten Forward-Rates und einmal mit der jeweils aktuellen tatsächlichen Zinsstruktur. Das Ergebnis zeigt Abbildung 83.

Die erwarteten Bondpreise liegen in der Regel unterhalb von 100. Der bei einer im Abschlusszeitpunkt normal verlaufenden Zinskurve durch die Forward-Rates prognostizierte Zinsanstieg führt hierbei zu sinkenden Kurswerten und überkompensiert dabei offensichtlich die positiven Kurseffekte aus der Laufzeitverkürzung.

Ein deutlich anderes Bild zeigt der Verlauf der tatsächlichen Bondpreise. Diese liegen für den gesamten betrachteten Zeitraum bei deutlich über 100. In der Konsequenz bedeutet dies, dass für jedes ab Jun.1986 abgeschlossene 15-jährige Darlehen eine Ablösung nach zehn Jahren unter rationalen Gesichtspunkten vorteilhaft gewesen wäre.

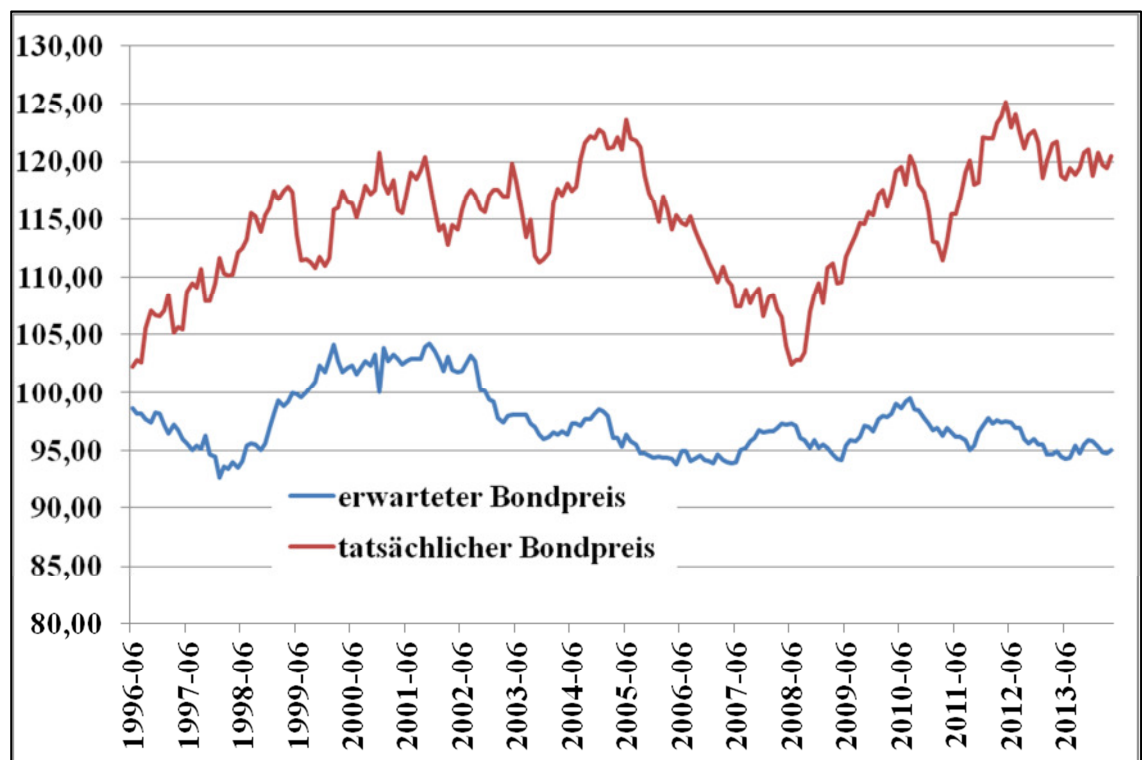
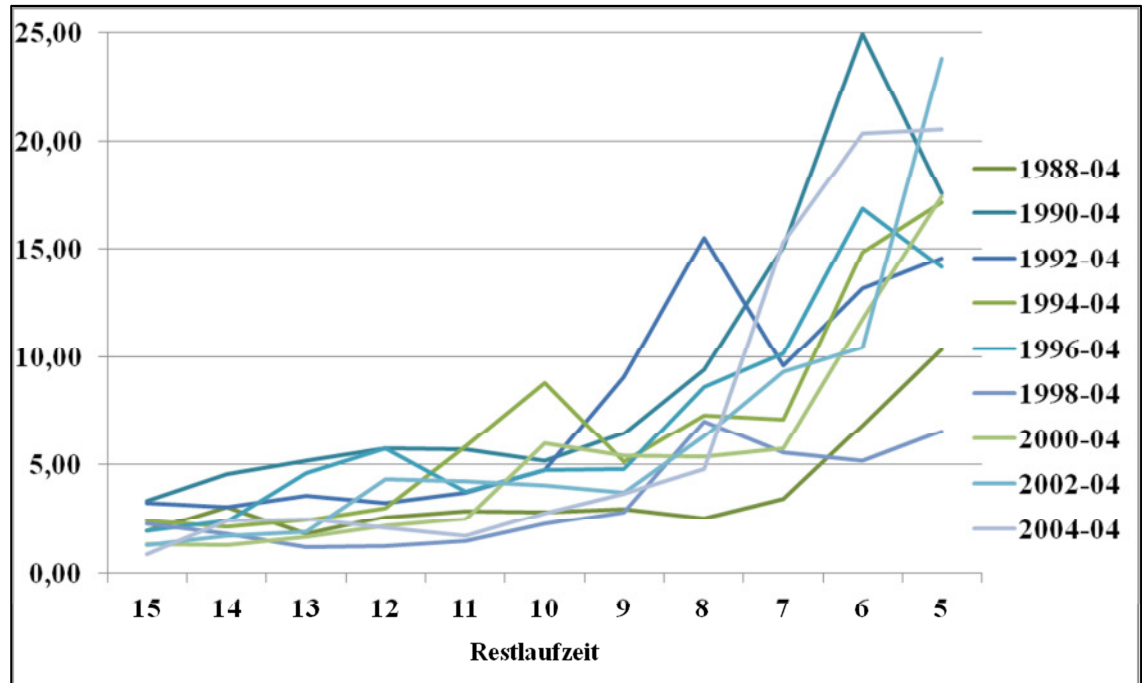


Abbildung 83: Vergleich erwarteter und tatsächlicher Bondpreis

Dementsprechend deutlich fällt die Entwicklung der Optionspreise aus. Abbildung 84 zeigt die Entwicklung der Optionspreise aus verschiedenen Abschlusszeitpunkten in Abhängigkeit der Restlaufzeit des der jeweiligen Option zugrunde liegenden Darlehens.

Eine Restlaufzeit von 15 Jahren entspricht dabei dem Preis der Option im Abschlusszeitpunkt des Darlehens, eine Restlaufzeit von fünf Jahren entspricht dem Auszahlungsprofil zum Zeitpunkt der Optionsausübung. Hierbei wird deutlich, dass die Preise der Optionen im Zeitablauf massiv an Wert gewonnen haben. Die geringste Steigerung liegt hierbei bei 133% für den Abschlusszeitpunkt Apr. 1987 und bei über 2000% für die Abschlusszeitpunkte Apr. 2003 und Apr. 2004. Kalkulierte Optionspreise von <1 stehen für diese Abschlusszeitpunkte Auszahlungsprofile von >20 gegenüber.

Für alle Abschlusszeitpunkte des Betrachtungszeitraums zwischen 1986 und 2004 liegt der durchschnittlich kalkulierte Optionspreis bei 2,1. Da der Optionspreis dem abgezinsten erwarteten Auszahlungsprofil entspricht, sind in der in Abbildung 84 enthaltenen Tabelle die Optionspreise für zehn Jahre aufgezinst worden, um diese mit den Auszahlungsprofilen in der Zukunft vergleichbar zu machen. Für die aufgezinsten Optionspreise ergibt sich so ein Mittelwert von 4,1. Diesem gegenüber steht ein durchschnittliches Auszahlungsprofil von 15,0, sodass die kalkulierten und aufgezinsten Optionspreise die tatsächlichen Auszahlungsprofile um durchschnittlich 10,9 im Kurswert unterschätzen.



Anzahl = 215	Mittelwert
kalkulierte Optionspreise	2,1
aufgezinsten Optionspreise	4,1
Auszahlungsprofile	15,0

Abbildung 84: Entwicklung der Optionspreise im Zeitablauf

Abbildung 85 zeigt die Abweichungen zwischen den aufgezinsten Optionspreisen und den tatsächlichen Auszahlungsprofilen für alle Ausübungszeitpunkte. Das tatsächliche Auszahlungsprofil liegt in den meisten Fällen deutlich oberhalb der aufgezinsten Optionspreise. Nur in fünf der 215 betrachteten Fälle liegt das Auszahlungsprofil unterhalb der aufgezinsten Optionspreise.

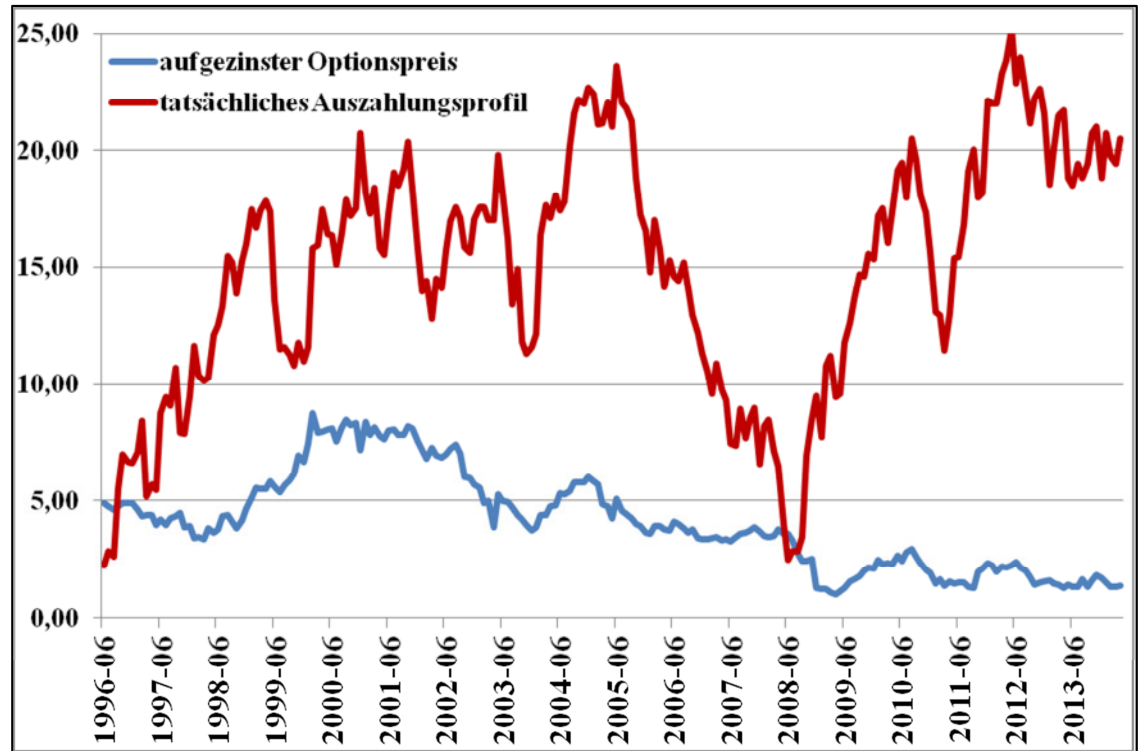


Abbildung 85: Aufgezinster Optionspreis versus Auszahlungsprofil

Die bisher gezeigte Entwicklung hat die Auszahlungsprofile der Kündigungsrechte an ihren Ausübungszeitpunkten mit den kalkulierten Optionspreisen zum Abschlusszeitpunkt verglichen. Die Risiken aus diesen Geschäften sind somit bereits schlagend geworden. Im Darlehensbestand der Banken befinden sich aber darüber hinaus noch langlaufende Festzinsdarlehen, die ihren möglichen Kündigungstermin noch nicht erreicht haben und somit erst zu Ergebnisrisiken in den Folgejahren führen können. Dies sind all die Geschäfte, die nach 2004 abgeschlossen wurden. Abbildung 86 zeigt die Entwicklung der Optionspreise der ab 2005 abgeschlossenen Darlehen. Es zeigt sich, dass die Optionen aus diesen Geschäften ebenfalls im Geld, teilweise weit im Geld sind und ihre ursprüngliche Bewertung deutlich zu gering ausgefallen ist. Insbesondere für Geschäfte aus den Jahren 2005-2008 droht in den kommenden Jahren die Ausübung der Kündigungsrechte.

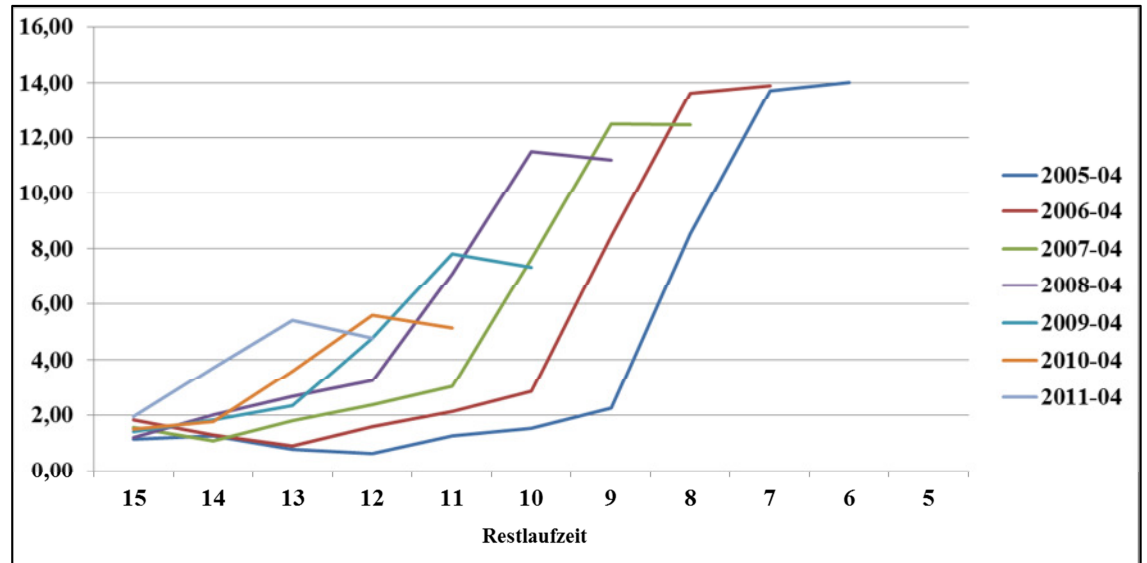


Abbildung 86: Aktuelle Bewertung von Bestandsoptionen

3.1.4 Die Interpretierbarkeit des Optionspreises als erwarteter Verlust

Der erwartete Verlust bei Kreditausfällen entspricht, mit Begriffen der Statistik ausgedrückt, dem Erwartungswert der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion von Kreditverlusten.³⁵⁸ Der Erwartungswert wird bei stetigen Zufallsvariablen über die Integralfunktion berechnet³⁵⁹:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx.$$

Auf der x-Achse ist der Erwartungswert so verortet, dass er die Fläche der Dichtefunktion in zwei gleichgroße Hälften teilt. Bei einer symmetrischen Verteilung

³⁵⁸ Vgl. Schierenbeck, H. (2003), S. 314 f.

³⁵⁹ Vgl. Bosch, K. (2011), S. 105.

(Abbildung 87) liegt der Erwartungswert bei der Ausprägung mit der größten Wahrscheinlichkeit, bei einer links- (rechts-) schiefen Verteilung ist der Erwartungswert nach links (rechts) verschoben.³⁶⁰

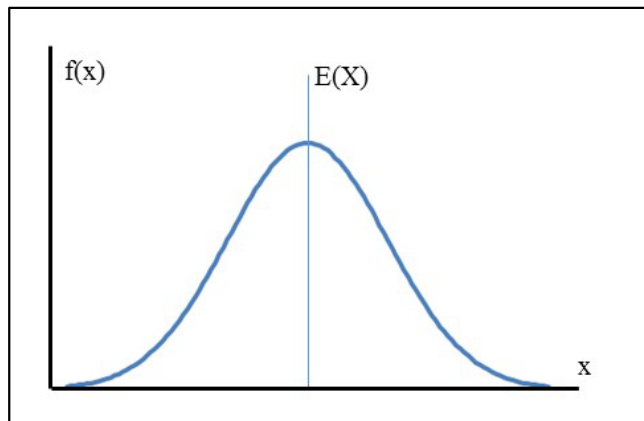


Abbildung 87: Erwartungswert einer Normalverteilung

Übertragen auf die Verluste aus Kündigungsrechten wäre der erwartete Verlust als der Erwartungswert der Auszahlungsprofile im Ausübungszeitraum zu interpretieren, da die Auszahlungsprofile hierbei den Verlusten entsprechen. Die Optionspreise entsprechen damit nicht dem erwarteten Verlust³⁶¹, sondern dem Barwert des erwarteten Verlustes, also dem Barwert des erwarteten Auszahlungsprofils. Optionspreis und erwarteter Verlust können somit nicht gleichgesetzt werden. Dies ist auch bei der internen Leistungsverrechnung von Kreditrisiken der Fall, bei der nicht der erwartete Verlust verrechnet wird, sondern die Risikoprämie, die dem Barwert der erwarteten Verluste in der Zukunft entspricht.

Legt man für die Risiken aus Kündigungsrechten entsprechende Maßstäbe an wie für die Adressausfallrisiken, so muss für eine Verwendbarkeit im Rahmen der innerbetrieblichen Leistungsverrechnung gelten, dass sich erwartete Verluste (hier:

³⁶⁰ Vgl. Schierenbeck, H. (2003), S. 315.

³⁶¹ Vgl. Gramatke, W. C. (2011), S. 185 f.

erwartete Auszahlungsprofile) und tatsächliche Verluste (hier: tatsächliche Auszahlungsprofile) über einen längeren Betrachtungshorizont im Mittel ausgleichen.³⁶²

Für den im Rahmen des Backtestings betrachteten Zeitraum von 1986 bis 2004 gibt es insgesamt 215 Ausprägungen des tatsächlichen Auszahlungsprofils, die den erwarteten Auszahlungsprofilen gegenübergestellt werden können. In den Abbildungen 88 und 89 sind die Dichtefunktionen der relativen Abweichungen vom erwarteten Auszahlungsprofil und der absoluten Abweichungen vom erwarteten Auszahlungsprofil dargestellt. Gemäß der Definition des Erwartungswerts oben sollte dieser die Flächen der Dichtefunktionen jeweils in etwa zwei gleiche Hälften teilen.

Tatsächlich liegen, bezogen auf die relative Abweichung, nur rund 7% der Beobachtungen um den Nullpunkt ($\pm 50\%$). Links vom Nullpunkt liegen 0% der Beobachtungen, rechts vom Nullpunkt folglich 93% der Beobachtungen. Besonders signifikant ist, dass es in 30% der Fälle eine Abweichung des tatsächlichen Auszahlungsprofils vom erwarteten Auszahlungsprofil um mehr als 500% (!) gibt.

Bei den absoluten Abweichungen (in Kurswerten beziehungsweise %-Punkten) zeigt sich ein ähnliches Bild: Um den Nullpunkt (± 1) liegen 2% der Beobachtungen, links davon 1%. In 51% der Fälle liegt die Abweichung vom erwarteten Auszahlungsprofil zwischen 5 und 13.

³⁶² Vgl. Kapitel 1.2.2.

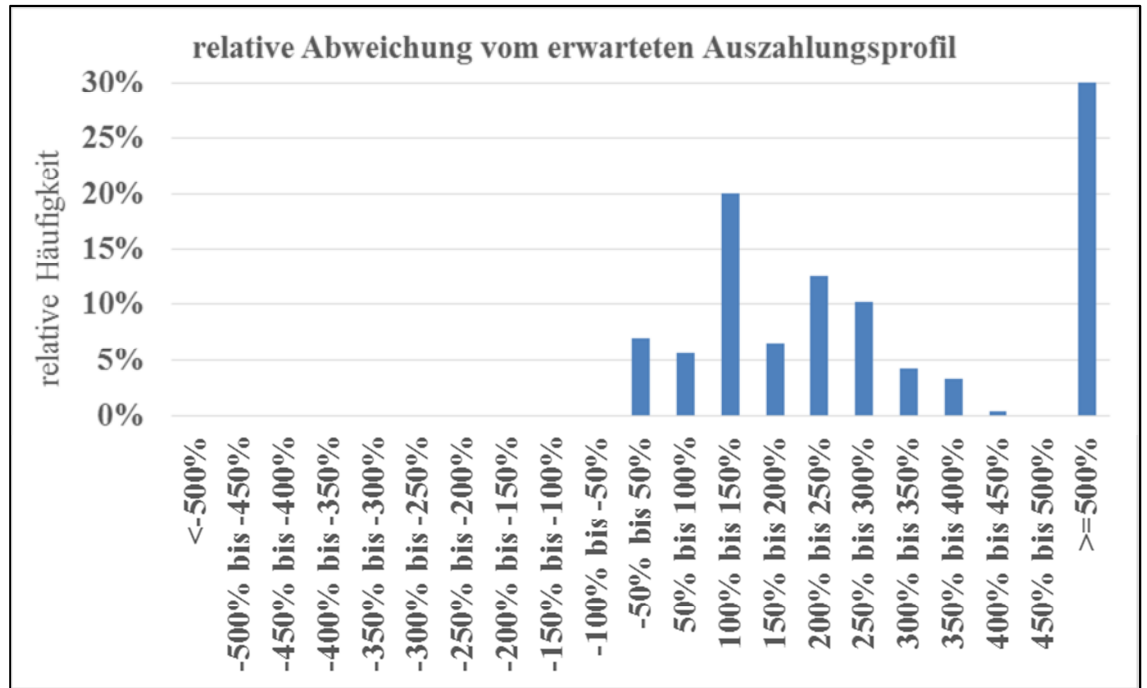


Abbildung 88: Wahrscheinlichkeitsdichte der relativen Abweichung vom erwarteten Auszahlungsprofil

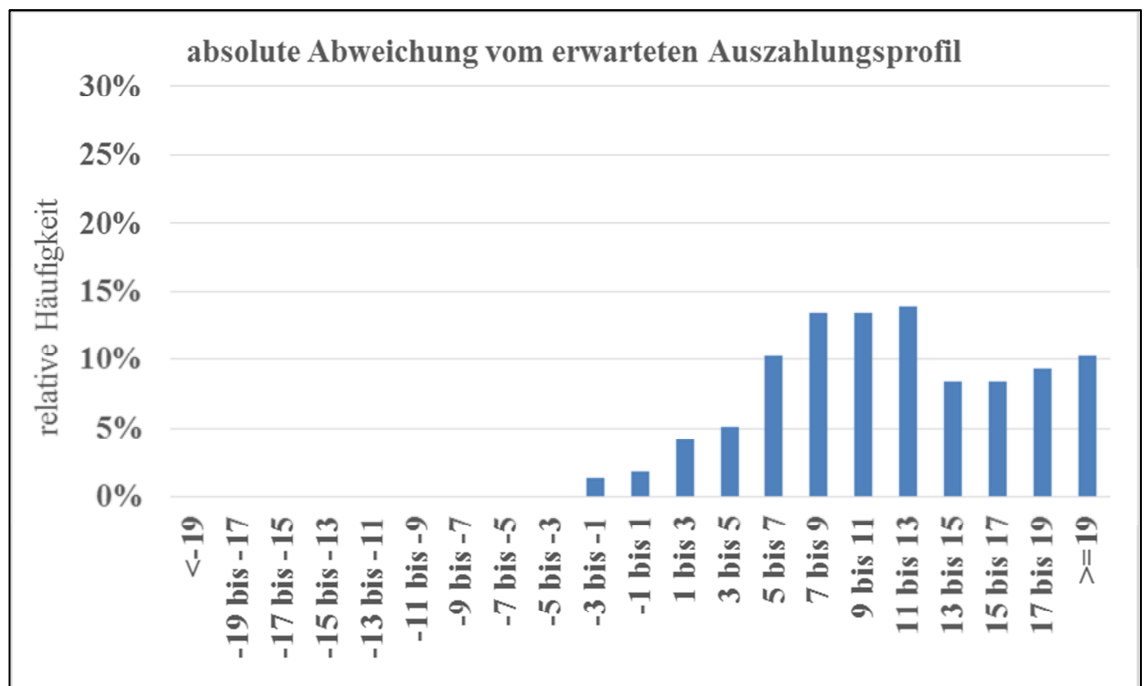


Abbildung 89: Wahrscheinlichkeitsdichte der absoluten Abweichung vom erwarteten Auszahlungsprofil

Aus den Ergebnissen wird deutlich, dass die Anforderungen aus Kapitel 1.2.2 für die Optionspreise aus Kündigungsrechten bei Weitem nicht erfüllt sind. Die Verwendung der Optionspreise zum Zwecke einer innerbetrieblichen Leistungsverrechnung und Ermittlung eines Risikoergebnisses analog der Standard-Risikokosten für Adressrisiken ist somit ausgeschlossen. Die Ursache hierfür liegt bereits in den Forward-Rates, die ebenfalls nicht als Erwartungswert der zukünftigen Zinsentwicklung interpretiert werden können. Dies würde nämlich voraussetzen, dass Schwankungen um diesen Erwartungswert zufallsgetrieben sind, was gemäß der vorhergehenden Analysen offensichtlich nicht der Fall ist.

3.1.5 Schlussfolgerungen aus den Ergebnissen des Backtestings

Im Rahmen des Backtesting wurde zunächst die Entwicklung des Zinsniveaus seit Anfang der 1970er-Jahre dargestellt. Dieses unterliegt seit Anfang der 1980er-Jahre einem anhaltenden Abwärtstrend und befindet sich aktuell auf seinem historischen Tiefpunkt. Diese Entwicklung steht im Gegensatz zur überwiegend normal geformten Zinsstrukturkurve, die ein steigendes Zinsniveau signalisiert³⁶³. Unabhängig von den zum Teil diametralen Standpunkten in der theoretischen Diskussion, was die Eignung der Forward-Rates als Prognoseinstrument zukünftiger Zinsniveaus betrifft, konnte im Rahmen dieser Arbeit auf Basis einer langen Zinshistorie folgender Zusammenhang der Forward-Rates mit der tatsächlichen Zinsentwicklung herausgearbeitet werden:

Zwischen den Forward-Rates und dem tatsächlichen Zinsniveau besteht ein Zusammenhang, d.h., die Forward-Rates liefern einen, wenn auch nur mittleren, Erklärungsgehalt für die tatsächliche Zinsentwicklung. Allerdings wurde das sinkende Zinsniveau hierbei systematisch und massiv unterschätzt. Insgesamt stellt sich hierbei die Frage, ob Forward-Rates überhaupt als Erwartungswert des zukünftigen Zinsniveaus

³⁶³ Um es noch einmal in Erinnerung zu rufen: Die Forward-Rates stellen im Zeitpunkt ihrer Berechnung keine theoretische Fiktion dar, sondern entsprechen tatsächlich realisierbaren Marktbedingungen.

interpretiert werden können. Die vorliegenden Untersuchungen legen den Schluss nahe, dass dem nicht so ist.

Zudem wurde gezeigt, dass das Ausmaß der Abweichung von Forward-Rate und tatsächlicher Zinsentwicklung in den vergangenen Jahren noch zugenommen hat. Dies führt dazu, dass die Optionen für das Kündigungsrecht nach §489 BGB zum Ausübungszeitpunkt ausnahmslos weit im Geld waren und sich derzeit noch im Bestand befindliche Optionen ebenfalls teilweise weit im Geld sind. Diese Entwicklung spiegelt sich in den mit dem Hull-White-Modell kalkulierten Optionspreisen in keiner Weise wider. Die Werte der Optionen sind bis zum Erreichen des Ausübungszeitpunkts massiv im Wert gestiegen und haben gegenüber den aufgezinnten Optionspreisen eine durchschnittliche Kurswertdifferenz von 10,9 erreicht. Die Werte der Optionen sind teilweise um mehr als das zwanzigfache angestiegen.

Die Ursache hierfür liegt in der Trendkomponente des Optionsmodells, die sich aus der Forward-Zinsstruktur aufbaut und somit ebenfalls sinkende Zinsniveaus unterschätzt. Zum Teil lag das tatsächlich eingetretene Zinsniveau nicht einmal mehr innerhalb des Streuungsbereichs des Modells.

Die starke Unterschätzung der Optionsrisiken ist allerdings kein Problem, das nur das Hull-White-Modell betrifft. Vielmehr tritt dieses Phänomen immer dann auf, wenn die Ergebnisse der Optionspreiskalkulation wesentlich von Forward-Rates dominiert werden. Gemessen an der tatsächlichen Entwicklung der Optionspreise weisen dementsprechend die im Abschlusszeitpunkt kalkulierten Optionspreise des Black76-Modells und des Hull-White-Modells insgesamt nur geringe Unterschiede auf. Die Ergebnisse von Hull-White lagen im Backtesting zwar etwas näher an der Ist-Entwicklung, letztlich haben beide Modelle die Risiken aber weit unterschätzt. Als Vorteile des Hull-White-Modells verbleiben aber weiterhin die Möglichkeit zur Bewertung amerikanischer Optionen sowie die für Zinsoptionen geeignetere theoretische Fundierung.

Für den Einsatz von Optionspreismodellen muss aufgrund der gewonnenen Erkenntnisse unterschieden werden, ob diese für interne Berechnungen verwendet oder für eine Risikobewertung auf Gesamtbankebene herangezogen werden sollen. Für die interne Differenzierung von Vertriebs- und Treasury-Performance konnte durch die Erweiterung des Hull-White-Modells eine entscheidende Weiterentwicklung erzielt

werden, damit die Besonderheiten im Privatkundengeschäft adäquat berücksichtigt werden können. Das Vertriebsergebnis kann damit, losgelöst vom Treasury-Ergebnis, bereits ermittelt werden. Ein Beispiel, wie die Modellerweiterungen in der Einzelgeschäftskalkulation eingesetzt werden können, folgt im Anschluss an dieses Kapitel.

Für die Risikosteuerung auf Ebene der Gesamtbank ist die Risikounterschätzung der Optionsmodelle hingegen unbedingt zu beachten, unter anderem in der Messung der Treasury-Performance. Wie dies in die Zinsbuchsteuerung implementiert werden kann, wird im Kapitel 3.3 behandelt.

3.2 Kalkulation von Einzelgeschäften und Einbindung in die Gesamtbanksteuerung

3.2.1 Verwendung der Ergebnisse in der Einzelgeschäftskalkulation

In Kapitel 1.2.1 wurden die drei wichtigsten Ausübungsformen des Kündigungsrechts beschrieben: Die laufende Sondertilgung, sowie die vollständige Ablösung mit und ohne Zahlung einer Vorfälligkeitsentschädigung. Auf Basis der Zinssätze, Volatilität und Mean-Reversion vom 31.07.2011 (siehe Kapitel 2.1.5) werden nun diese drei Fälle anhand von Beispielfällen berechnet. Hierzu müssen zunächst die als Spot-Rates vorliegenden Zinssätze in Kuponzinssätze umgewandelt werden. Dieses Vorgehen ist notwendig, da die Datenhistorie nur in Form von Zerobondrenditen vorliegt, die Optionspreisberechnung aber in Kapitel 2.1.3 auf Kuponzinsen umgestellt wurde. In der Praxis liegt die Einstandskurve der Bank in der Regel bereits als Kuponzinskurve vor, sodass eine Umrechnung nicht mehr erforderlich ist. Die folgende Abbildung stellt Spot-Rate-Kurve und Kuponzinskurve gegenüber:

Laufzeit	Spot-Rate	Kuponzins
1 Jahr	1,11	1,11
2 Jahre	1,27	1,27
3 Jahre	1,46	1,46
4 Jahre	1,66	1,65
5 Jahre	1,87	1,86
6 Jahre	2,08	2,06
7 Jahre	2,28	2,24
8 Jahre	2,46	2,41
9 Jahre	2,64	2,57
10 Jahre	2,80	2,72
11 Jahre	2,94	2,84
12 Jahre	3,07	2,95
13 Jahre	3,18	3,05
14 Jahre	3,28	3,13
15 Jahre	3,36	3,20

Abbildung 90: Spot-Rates und Kuponzinsen am 31.07.2011

Ausgangspunkt der Betrachtung bildet der Kunde aus Kapitel 2.2.2.2. Dieser schließt zum 31.07.2011 ein 15-jähriges endfälliges Darlehen ab. Bei einem Kapitalmarktzins von 3,20% liege sein Kundenzins bei 4,00%³⁶⁴. Bei einem angenommenen Finanzierungsvolumen von 125.000€ ergibt sich so eine jährliche Rate von 5.000€. Der Kunde verfügt über ein gesetzliches Kündigungsrecht gemäß §489 BGB nach zehn Jahren, zudem sei angenommen, seine Bank habe ihm ein jährliches Sondertilgungsrecht in Höhe von 5,0% des Ursprungsvolumens, also 6.250€, eingeräumt.

Der Zahlungsstrom des Darlehens soll zunächst ohne Berücksichtigung der Kündigungsrechte sowie unter Berücksichtigung aller Kündigungsrechte dargestellt werden. Letztere Darstellung entspricht der Definition der geschützten Zinserwartung bei der Berechnung der Vorfälligkeitsentschädigung. Der Einfachheit halber wird unterstellt, dass die Vorfälligkeitsentschädigung ebenfalls auf Basis der Zinssätze aus

³⁶⁴ Dies entspricht einer Konditionsmarge von 0,8% und damit dem ermittelten Wert aus Kapitel 2.3.1.2

Abbildung 90 ermittelt wird. Der Zahlungsstrom ohne Kündigungsrechte setzt sich zusammen aus der Auszahlung des Darlehens in Höhe von 125.000€ sowie 15 Zinszahlungen über 5.000€ und der Rückzahlung nach 15 Jahren. Der Barwert, der sich aus dieser Zahlungsreihe ergibt, beträgt 12.212€ (siehe Abbildung 91).

Der Zahlungsstrom unter Berücksichtigung aller Kündigungsrechte reduziert sich jährlich um den Sondertilgungsbetrag von 6.250€ und um die durch Sondertilgung ersparten Zinsen. Die Rückzahlung der Restschuld erfolgt bereits nach zehn Jahren, da der Kunde dort über das gesetzliche Kündigungsrecht nach §489 BGB verfügt. Verbarwertet man diesen Zahlungsstrom, stellt sich das bereits in Kapitel 1.3.4 beschriebene Phänomen ein, dass die bei Nichtabnahme zu zahlende Vorfälligkeitsentschädigung höher wäre als ohne die Berücksichtigung der Kündigungsrechte (12.868€, siehe Abbildung 91). Aufgrund dieser potenziellen Schlechterstellung ist die Vorfälligkeitsentschädigung daher so zu berechnen, als würde der Kunde über keine Kündigungsrechte verfügen.

Datum	Abzinsfaktor	ZS ohne Kündigung	Kündigungsrechte	ZS geschützte Zinserwartung
31.07.2011	1,00	-125.000,00		-125.000,00
31.07.2012	0,99	5.000,00	6.250,00	11.250,00
31.07.2013	0,98	5.000,00	6.250,00	11.000,00
31.07.2014	0,96	5.000,00	6.250,00	10.750,00
31.07.2015	0,94	5.000,00	6.250,00	10.500,00
31.07.2016	0,91	5.000,00	6.250,00	10.250,00
31.07.2017	0,88	5.000,00	6.250,00	10.000,00
31.07.2018	0,85	5.000,00	6.250,00	9.750,00
31.07.2019	0,82	5.000,00	6.250,00	9.500,00
31.07.2020	0,79	5.000,00	6.250,00	9.250,00
31.07.2021	0,76	5.000,00	Restschuld	71.500,00
31.07.2022	0,73	5.000,00		
31.07.2023	0,70	5.000,00		
31.07.2024	0,67	5.000,00		
31.07.2025	0,64	5.000,00		
31.07.2026	0,61	130.000,00		
	Barwert	12.212,35		12.868,20

Abbildung 91: Zahlungsstrom mit und ohne Kündigungsrechte

Eine vorzeitige Ablösung des Darlehens gegen Zahlung von Vorfälligkeitsentschädigung kann für den Kunden dennoch von Vorteil sein und zwar dann, wenn er über den Rückzahlungsbetrag (oder einen Teil davon) verfügt. In diesem Fall orientiert sich sein Ausübungsverhalten an seiner Geldanlagekurve. Dies sei beispielhaft für den Knoten 2_1 des Zinsbaums vom 31.07.2011 verdeutlicht (Abbildung 92): Die auf Basis der Kapitalmarktzinskurve ermittelte Short-Rate beträgt 3,46%, die Short-Rate bei Geldaufnahme liegt bei 4,26% und die Short-Rate bei Geldanlage bei 2,55%. Führt man den Zinsbaum bis zum Laufzeitende des Darlehens weiter, ergeben sich durch Rückwärtsdiskontierung im Knoten 2_1 die Kurswerte des Restzahlungsstroms von 90,11 (Bank), 83,46 (Geldaufnahme) und 102,42 (Geldanlage). Gilt für den Kunden seine Geldanlagekurve, kann er einen Kurswert von 102,42 realisieren und muss hierfür keine Vorfälligkeitsentschädigung leisten, da der Kurswert der Bank unter 100,00 liegt. Eine Darlehensablösung wäre dann für ihn vorteilhaft. Ein weitaus größerer Vorteil entsteht hingegen für die Bank, die das Darlehen zu einem Kurswert von 90,11 „zurückkaufen“ kann.

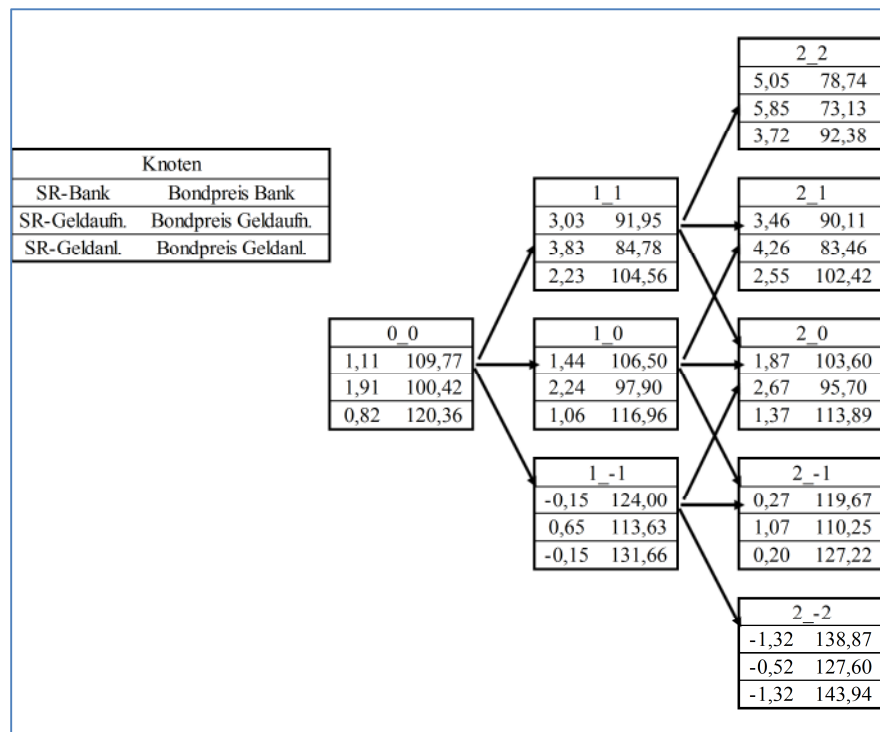


Abbildung 92: Ausschnitt aus dem Zinsbaum vom 31.07.2011

Legt man die erwartete Geldvermögensbildung des Kunden zugrunde sowie seine laufenden Sondertilgungsrechte, wird deutlich, dass der Kunde vermutlich ab dem dritten Laufzeitjahr jährlich eine Sondertilgung aus seinen Ersparnissen zu leisten in der Lage ist (siehe Abbildung 93). Zudem blieben ihm nach Ausschöpfung aller Sondertilgungsrechte noch gut 17.183€, die er bei einer Darlehensablösung nach zehn Jahren aus eigenen Mitteln bestreiten könnte. Vor diesem Hintergrund kommt eine vorzeitige Vollablösung gegen Zahlung der Vorfälligkeitsentschädigung für ihn nicht in Frage. Stattdessen wird er von seinen (unentgeltlichen) laufenden Sondertilgungen Gebrauch machen.

Darlehns-laufzeit	Alter des Kunden	Geldvermögen	mögliche Sondertilgungen	verbleibendes Geldvermögen
0	30	1.175		1.175
1	31	3.113		3.113
2	32	5.855		5.855
3	33	9.438	6.250	3.188
4	34	13.900	6.250	1.400
5	35	19.275	6.250	525
6	36	25.596	6.250	596
7	37	32.894	6.250	1.644
8	38	41.199	6.250	3.699
9	39	50.537	6.250	6.787
10	40	60.933	17.183	0
11	41	72.411		
12	42	84.992		
13	43	98.695		
14	44	113.536		
15	45	129.531		

Abbildung 93: Sondertilgungsmöglichkeiten des Kunden

Das Recht zur laufenden Sondertilgung wird der Kunde auf Basis seiner Geldanlagekurve bewerten. Die Geldaufnahmekurve kommt für ihn aufgrund des relativ geringen Betrages nicht in Frage, sodass er von seinem Sondertilgungsrecht nur dann Gebrauch macht, wenn er über den benötigten Rückzahlungsbetrag verfügt. Da die Sondertilgungsrechte einmal jährlich ausgeübt werden können, ist jedes einzelne Recht separat zu bewerten. Der Ausschnitt aus dem Zinsbaum zeigt, welcher Wert sich für das erste Sondertilgungsrecht nach drei Jahren ergibt (siehe Abbildung 94):

Der Kunde übt sein Kündigungsrecht immer dann aus, wenn der Kurswert des Sondertilgungszahlungsstroms auf Basis seiner Geldanlagekurve größer als 100,00 ist. Dies ist in den Knoten 3_1 und tiefer der Fall. Im Knoten 3_1 ergibt sich die Besonderheit, dass die Sondertilgung auch aus Sicht der Bank von Vorteil ist, sodass sich ein negativer Optionspreiskurswert von 11,34 ergibt. Diskontiert man die Werte aus Zeitpunkt 3 auf Zeitpunkt 0, ergibt sich ein Optionspreiskurswert von 3,51. Gewichtet mit dem Sondertilgungsvolumen von 6.250€ ist das Sondertilgungsrecht im Zeitpunkt 3 somit $6.250€ \times 3,51\% = 219,07€$ wert.

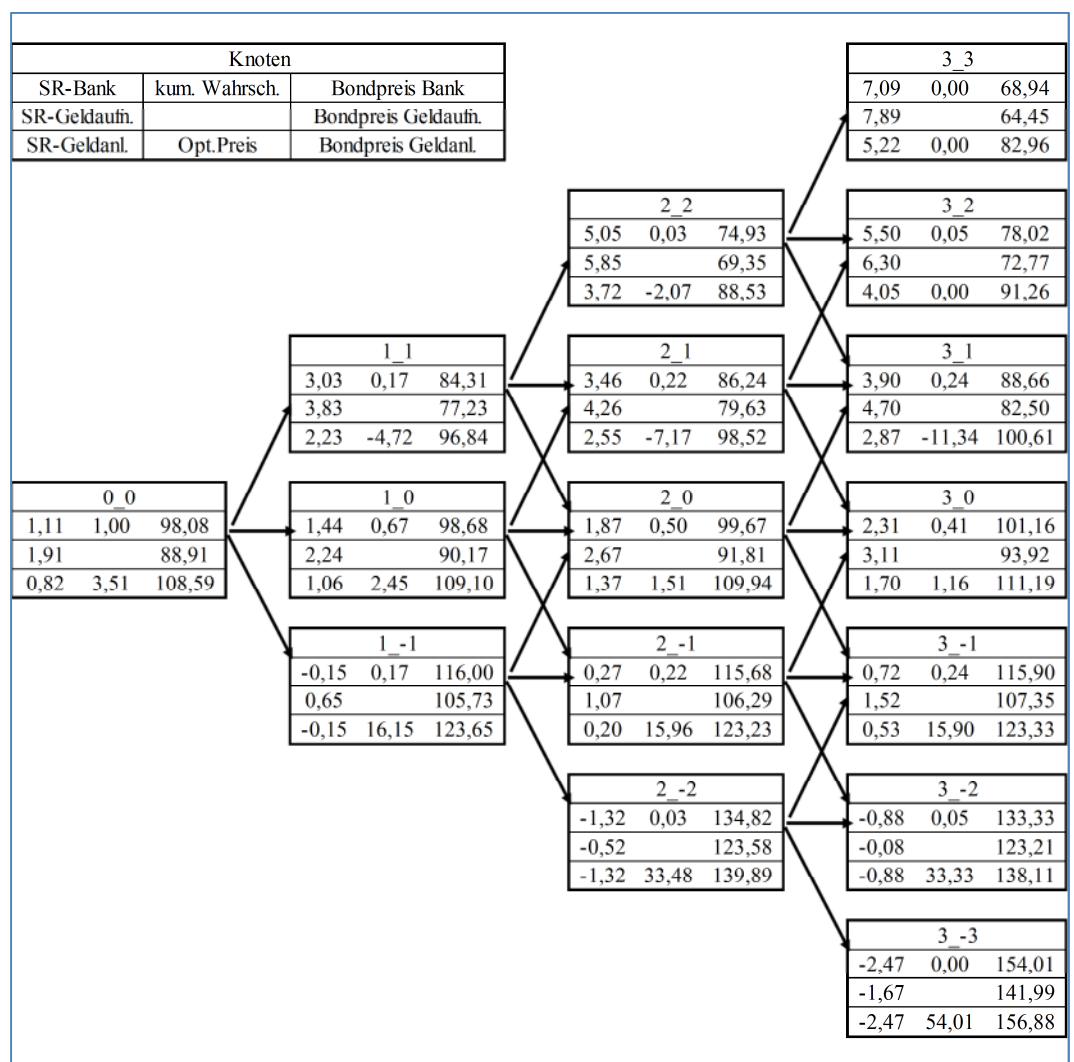


Abbildung 94: Ausschnitt aus dem Zinsbaum vom 31.07.2011 (2)

Der Wert aller möglichen Sondertilgungsrechte ist in Abbildung 95 dargestellt. Die Sondertilgungsrechte haben einen Gesamtwert von 2.660,37€. Hierbei ist allerdings zu

beachten, dass die ersten beiden Rechte nicht ausgeübt werden können, weil der Kunde das erforderliche Geldvermögen noch nicht aufgebaut hat. Darüber hinaus ist das vollständige Kündigungsrecht nach §489 BGB zu berücksichtigen. Wird dieses ausgeübt, entfallen die Sondertilgungen in den Jahren 11-14.

Darlehns- laufzeit	Options- preis	Volumens- gewicht
1	6,91	431,98
2	4,94	308,52
3	3,51	219,07
4	5,12	320,17
5	4,35	271,57
6	3,70	231,14
7	3,15	196,99
8	2,65	165,81
9	2,28	142,20
10	1,92	119,72
11	1,55	96,87
12	1,21	75,82
13	0,83	52,13
14	0,45	28,40
SUMME		2.660,37

Abbildung 95: Wert aller Sondertilgungsrechte am 31.07.2011

Ein Blick in den Zinsbaum zum Zeitpunkt 10 zeigt, dass eine Ausübung des Kündigungsrechts nach §489 BGB in den Knoten 10_-2 und niedriger erfolgen wird, da in diesen Zustandsniveaus der Kurswert auf Basis der Geldaufnahmekurve oberhalb von 100 liegt und somit eine Ablösung in jedem Fall vorteilhaft ist. Die Restschuld des Darlehens sinkt in diesen Knoten auf Null, da das Darlehen vollständig zurückgeführt wird. In den Knoten 10_0 und 10_-1 wird eine Teilablösung des Darlehens auf Grundlage des Kündigungsrechts nach §489 BGB vorgenommen, sodass in diesem Knoten keine Sondertilgung mehr erfolgt. Es verbleibt eine Restschuld von $125.000\text{€} - 60.933\text{€} = 64.067\text{€}$. In den Zeitpunkten 11-14 wird das Recht zur laufenden Sondertilgung ebenfalls nur noch in den Knoten ausgeübt, in denen noch eine Restschuld vorhanden ist und in denen der Kurswert auf Basis der Geldanlagekurve

positiv ist. Dies ist in den Knoten 11_0 und 11_-1 der Fall. Es ergibt sich für das Sondertilgungsrecht im Zeitpunkt 11 hierdurch ein verminderter Optionspreis von -0,37.

Der volumengewichtete Wert aller Sondertilgungsrechte reduziert sich auf insgesamt 2.227,90€ (siehe Abbildung 97).

Knoten								
SR-Bank			kum. Wahrsch.			Bondpreis Bank		
SR-Geldaufn.			Restschuld			Bondpreis Geldaufn.		
SR-Geldanl.			Opt.Preis			Bondpreis Geldanl.		

9_1			10_1			11_1		
6,15	0,21	84,67	6,31	0,20	89,67	6,54	0,20	91,16
6,95	120,82	81,19	7,11	120,31	86,63	7,34	119,58	88,64
4,53	0,00	92,57	4,65	0,00	96,60	4,81	0,00	96,97
9_0			10_0			11_0		
4,56	0,25	91,76	4,72	0,24	95,85	4,94	0,23	96,31
5,36	115,12	87,92	5,52	64,07	92,55	5,74	73,40	93,60
3,36	0,00	98,31	3,48		101,55	3,64	-3,69	101,04
9_-1			10_-1			11_-1		
2,97	0,21	99,58	3,13	0,20	102,58	3,35	0,20	101,85
3,77	96,01	95,34	3,93	64,07	98,99	4,15	45,93	98,93
2,18	0,00	104,49	2,30		106,83	2,47	1,85	105,34
9_-2			10_-2			11_-2		
1,37	0,11	108,21	1,53	0,12	109,92	1,76	0,12	107,80
2,17	86,64	103,53	2,33	0,00	106,00	2,56	3,52	104,66
1,01	0,00	111,21	1,13		112,49	1,29		109,90
9_-3			10_-3			11_-3		
-0,22	0,04	117,76	-0,06	0,05	117,93	0,16	0,05	114,21
0,58	82,49	112,59	0,74	0,00	113,65	0,96	0,00	110,83
-0,22	0,00	118,91	-0,06		118,83	0,12		114,90

Abbildung 96: Ausschnitt aus dem Zinsbaum vom 31.07.2011 (3)

Darlehns- laufzeit	Options- preis	Volumens- gewichtet
1	6,91	431,98
2	4,94	308,52
3	3,51	219,07
4	5,12	320,17
5	4,35	271,57
6	3,70	231,14
7	3,15	196,99
8	2,65	165,81
9	2,28	142,20
10	0,00	0,00
11	-0,37	-23,03
12	-0,29	-18,17
13	-0,20	-12,53
14	-0,09	-5,80
SUMME		2.227,90

Abbildung 97: Wert aller Sondertilgungsrechte am 31.07.2011 (2)

Bei der Bewertung des vollständigen Kündigungsrechts nach §489 BGB ist erstens zu beachten, welche Restschuld im Ausübungszeitpunkt noch vorhanden ist, also welches Darlehensvolumen noch nicht sondergetilgt wurde. Zweitens ist zu prüfen, welcher Teil der Darlehensablösung durch eigene Mittel geleistet werden kann und welcher Teil neu finanziert werden muss. Drittens handelt es sich bei dem zu bewertenden Kündigungsrecht um eine amerikanische Option, die ab dem zehnten Laufzeitjahr ausgeübt werden kann. Es ist daher ab dem Zeitpunkt 10 zu prüfen, ob das Auszahlungsprofil bei Ausübung größer ist, als der diskontierte Erwartungswert der Auszahlungsprofile der folgenden Periode.³⁶⁵ Zur Prüfung dieser drei Bedingungen wird noch einmal der relevante Ausschnitt aus dem Zinsbaum betrachtet Abbildung 98:

³⁶⁵ Vgl. Gramatke, W. C. (2011), S. 142 f.

Knoten								
SR-Bank			kum. Wahrsch.			Bondpreis Bank		
SR-Geldaufn.			Restschuld			Bondpreis Geldaufn.		
SR-Geldanl.			Opt.Preis			Bondpreis Geldanl.		
9_1			10_1			11_1		
6,15	0,21	84,67	6,31	0,20	89,67	6,54	0,20	91,16
6,95	120,82	81,19	7,11	120,31	86,63	7,34	111,64	88,64
4,53	-0,71	92,57	4,65	0,00	96,60	4,81	0,00	96,97
9_0			10_0			11_0		
4,56	0,25	91,76	4,72	0,24	95,85	4,94	0,23	96,31
5,36	115,12	87,92	5,52	48,72	92,55	5,74	67,60	93,60
3,36	-2,26	98,31	3,48	-4,15	101,55	3,64	-3,69	101,04
9_-1			10_-1			11_-1		
2,97	0,21	99,58	3,13	0,20	102,58	3,35	0,20	101,85
3,77	96,01	95,34	3,93	33,32	98,99	4,15	45,93	98,93
2,18	2,48	104,49	2,30	2,58	106,83	2,47	1,85	105,34
9_-2			10_-2			11_-2		
1,37	0,11	108,21	1,53	0,12	109,92	1,76	0,12	107,80
2,17	86,64	103,53	2,33	87,25	106,00	2,56	3,52	104,66
1,01	9,60	111,21	1,13	9,92	112,49	1,29	7,80	109,90
9_-3			10_-3			11_-3		
-0,22	0,04	117,76	-0,06	0,05	117,93	0,16	0,05	114,21
0,58	82,49	112,59	0,74	82,86	113,65	0,96	0,00	110,83
-0,22	17,54	118,91	-0,06	17,93	118,83	0,12	14,21	114,90

Abbildung 98: Ausschnitt aus dem Zinsbaum vom 31.07.2011 (4)

In der Knotenmitte ist die Restschuld bei Erreichen des jeweiligen Knotens abgetragen. Dies ist das Volumen, das im jeweiligen Knoten gekündigt werden kann. In Knoten 10_-2 hat das Darlehen beispielsweise noch eine Restschuld von 87.250€. Abweichend davon ist in den Knoten 10_-1 und 10_0 nicht die Restschuld abgetragen, sondern das verbliebene Geldvermögen des Kunden, da in diesen beiden Knoten nur eine Teilablösung des Darlehens auf Basis der Geldanlagekurve des Kunden vorteilhaft ist. Mit diesen Volumina müssen nun die Optionspreise gewichtet werden, um den Wert des Kündigungsrechts im Zeitpunkt 0 zu ermitteln.

Die Prüfung der dritten Bedingung ergibt, dass eine Ausübung im Zeitpunkt 10 von Vorteil ist, da die ermittelten Bondpreise in den nachfolgenden Perioden geringer sind.

Abbildung 99 zeigt die Optionspreise je Zustandsniveau im Zeitpunkt 10 mit den dazu gehörigen kündbaren Volumina sowie die volumengewichteten Optionspreise. Durch Rückwärtsinduktion ergibt sich hieraus im Zeitpunkt 0 ein Wert des Kündigungsrechts in Höhe von 1.673,61€.

Knoten			10_1		
Opt.Preis	kündb. Vol.	gew. Opt. Preis	0,00	120,312	0,000
			10_0		
			-4,15	48,720	-2,020
			10_-1		
			2,58	33,320	0,861
			10_-2		
			9,92	87,250	8,657
			10_-3		
			17,93	82,855	14,857
			10_-4		
			26,69	81,518	21,754
			10_-5		
			36,27	81,276	29,479
			10_-6		
			46,78	81,251	38,007
			10_-7		
			58,32	81,250	47,382
			10_-8		
			71,01	81,250	57,692
			10_-9		
			84,97	81,250	69,039

Abbildung 99: Volumengewichtete Optionspreise im Zeitpunkt 10

3.2.2 Einbindung der Kündigungsrechte in die Spaltung des Zinsergebnisses

Die Einbindung der Kündigungsrechte in die Ergebnisspaltung wird in der Literatur bislang noch relativ wenig diskutiert und beschrieben. Einigkeit besteht zumindest darin, dass die Marktbereiche nicht das Risikoergebnis aus Kündigungsrechten (als Saldo aus Optionspreis und Ist-Kosten aus Kreditkündigung) tragen sollen. Unterschiedliche Ansätze bestehen aber bei der Aufteilung der Ergebnisbeiträge auf verschiedene Steuerungseinheiten. Wimmers Modell der Gesamtbanksteuerung sieht grundsätzlich zwei Steuerungsbereiche vor, die Einheit Markt und das zentrale Risiko- und Ressourcenmanagement, wobei innerhalb des letzterem eine Aufteilung in Risiko- und Ressourcenmanagement besteht (Abbildung 100).³⁶⁶ Das Risikomanagement stellt

³⁶⁶ Vgl. Wimmer, K. (2009), S. 330 ff.

hierbei die Markteinheit zinsänderungs- und ausfallrisikofrei und managt diese Risiken auf Gesamtbankebene. Das Ressourcenmanagement stellt der Markteinheit die benötigten Kapazitäten zur Verfügung und managt diese wiederum für das gesamte Unternehmen. Das Risiko- und Ressourcenmanagement erhält für die Übernahme dieser Managementfunktion von der Markteinheit eine Vergütung in Form von standardisierten Kostensätzen.³⁶⁷

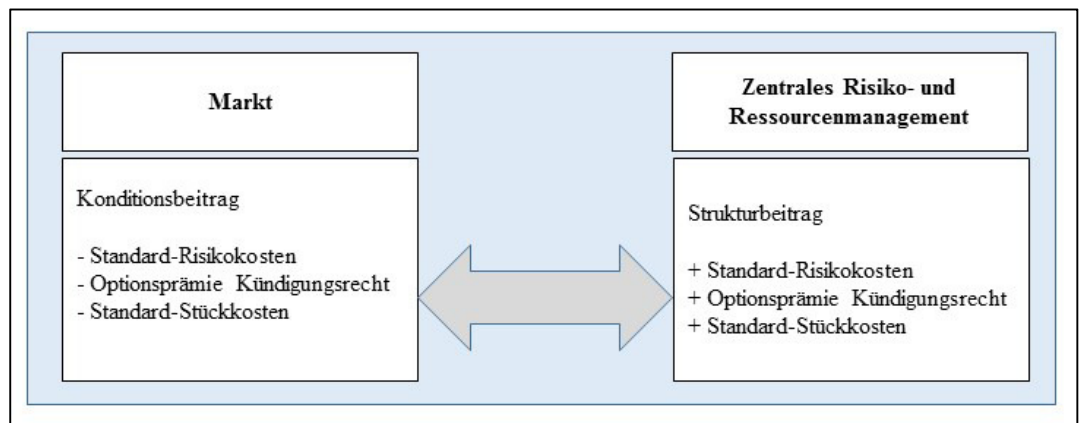


Abbildung 100: Verrechnung des Optionspreises mit einer Steuerungseinheit³⁶⁸

Bei Gramatke erfolgt eine Aufteilung des Optionspreises und eine Verrechnung auf zwei Steuerungseinheiten und zwar das Vertriebsrisiko und das Treasury³⁶⁹ (Abbildung 101). Das Marktergebnis wird hierbei durch Zahlung von Optionsprämien vollständig vom Risiko des Kündigungsrechts freigestellt. Der Saldo aus erwartetem und Ist-Margenschaden verbleibt hingegen in der Einheit Vertriebsrisiko und ist der Verantwortung der Marktbereiche unterstellt.

³⁶⁷ Vgl. Wimmer, K. (2013), S. 519 ff.

³⁶⁸ In Anlehnung an: Wimmer, K. (2009), S. 331. Zum besseren Verständnis wurden die Bezeichnungen der einzelnen Ergebniskomponenten an die bisherige Terminologie angepasst.

³⁶⁹ Vgl. Gramatke, W. C. (2011), S. 184 ff.

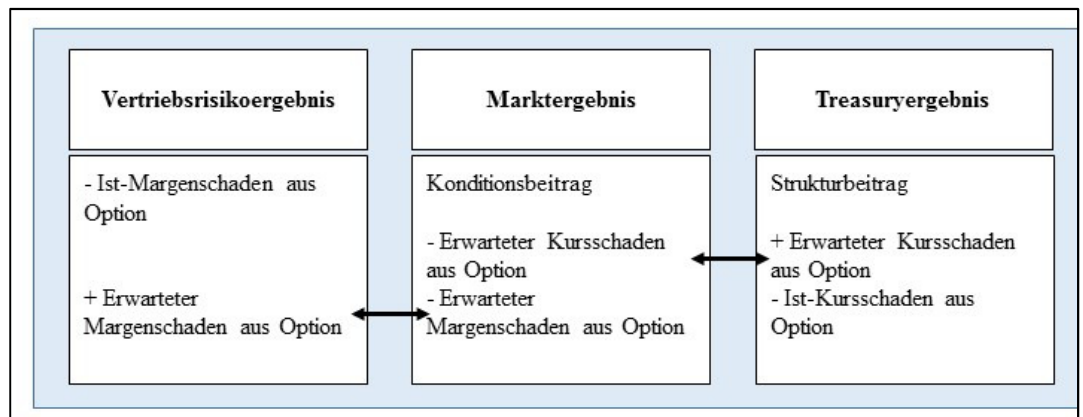


Abbildung 101: Verrechnung des Optionspreises mit zwei Steuerungseinheiten³⁷⁰

Ein ähnlicher Ansatz findet sich bei Bill.³⁷¹ Dieser schlägt vor, dem Kundenberater (hier: Marktergebnis) von vornherein nur die Optionsprämie für den Kursschaden zu belasten, ihm im Gegenzug aber den Margenschaden bei Darlehenskündigung zu belasten. Gelingt es dem Berater nämlich, mit dem Kunden eine Umfinanzierung zu vereinbaren, würde der Margenschaden durch den Barwert des umfinanzierten Darlehens kompensiert werden. Eine kurze Würdigung des Ansatzes von Bill folgt weiter unten.

Nur indirekt wird auf das Thema Absicherung der Kündigungsrechte eingegangen. Bei Wimmer werden weder die tatsächlichen Schäden aus schlagend werdenden Kündigungsrechten zugeordnet, noch die Kosten und Erträge aus potenziellen Hedgegeschäften. Dies lässt den Schluss zu, dass es dem zentralen Risikomanagement freigestellt bleibt, ob Sicherungsgeschäfte getätigt werden oder nicht. Die Erträge aus diesen Geschäften, sofern sie denn abgeschlossen werden, würden dann dem Treasury gutgeschrieben; dementsprechend müssen die Schäden aus gekündigten Kundengeschäften ebenfalls der Zentraleinheit Treasury belastet werden.

³⁷⁰ In Anlehnung an: Gramatke, W. C. (2011), S. 185. Die Bezeichnung „Kundengeschäftsergebnis“ wurde zur besseren Vergleichbarkeit mit Abbildung 19 durch den Begriff „Marktergebnis“ ersetzt.

³⁷¹ Vgl. Bill, S. (2006), S. 194 f.

Gramatke unterstellt in seinem Verrechnungsmodell hingegen, dass die Kündigungsrechte aus den Darlehensgeschäften nicht abgesichert werden, denn sein Modell berücksichtigt ausdrücklich die aus Kreditkündigung entstehenden Schäden, nicht aber potenzielle Kosten und Erträge aus deren Absicherung.

Bei einer ganzheitlichen Betrachtung der innerbetrieblichen Verrechnung sollten die potentiellen Ergebnisbeiträge aus Sicherungsgeschäften allerdings nicht unberücksichtigt bleiben. Insbesondere dann, wenn die Entscheidung über eine Absicherung der Geschäfte einer Zentraleinheit im Rahmen ihrer Ergebnisverantwortung selbst überlassen bleibt, so muss bereits in der Konzeption einer innerbetrieblichen Verrechnung die Frage beantwortet sein, wo die Ergebnisbeiträge aus Sicherungsgeschäften abgebildet werden. Um diese Frage zu beantworten, werden die verschiedenen Zuordnungsmöglichkeiten nun anhand eines realen Beispiels durchgespielt und deren Ergebniswirkungen gegenübergestellt. Hierbei wird ein starker Fokus auf die Beeinflussbarkeit der Ergebnisse gelegt, denn nur dann, wenn eine Einheit die Ergebnisse, an denen sie gemessen wird, auch beeinflussen kann, ist eine entsprechende Ergebnisverrechnung zulässig und sinnvoll.³⁷²

Für die Markteinheit bestehen zwei Möglichkeiten, auf das Ergebnis bei drohender Kreditkündigung einzuwirken. Sie kann zum einen den Kunden darüber im Unklaren lassen, dass eine Ablösung seines Darlehens für ihn von Vorteil wäre, in der Hoffnung, dass er nicht von sich aus eine Ablösung anstrebt. Zum anderen kann die Markteinheit den Kunden dahingehend beraten, eine Umfinanzierung des bestehenden Darlehens in ein zinsgünstigeres Darlehen vorzunehmen. Die dritte Möglichkeit, dass der Kunde sein Darlehen durch eigene Ersparnisse oder Umfinanzierung zu einer anderen Bank vollständig ablöst, wird nicht separat dargestellt, sondern bei der Variante „Umfinanzierung“ thematisiert.

Für die Einheit Treasury besteht die Möglichkeit zur Ergebnisbeeinflussung darin, das Risiko aus der Kündigung des Darlehens bewusst offen zu lassen oder dieses abzusichern.

³⁷² Vgl. hierzu die Anforderungen aus Kapitel 1.2.2.

Bezüglich der Zuordnung der Ergebniseffekte können die beiden oben bereits beschriebenen Varianten, vollständige Zuordnung zum Treasury und Aufteilung der Effekte auf Treasury und Vertriebsrisiko, unterschieden werden. Als weitere Variante soll diskutiert werden, die Ergebnisse aus Kreditkündigung nicht zu verrechnen, sondern diese bei der Markteinheit zu belassen, hierbei allerdings ausschließlich in Kombination mit Sicherungsgeschäften.

Aus der Verbindung dieser Varianten ergeben sich so insgesamt zehn Kombinationen, die in Abbildung 102 dargestellt sind.

Hedging	Umfinan- zierung	Zuordnung Risikoergebnis	Variante Nr.
ohne	ja	Treasury	1
		Markt / Treasury	2
	nein	Treasury	3
		Markt / Treasury	4
mit	ja	Treasury	5
		Markt / Treasury	6
	nein	Treasury	7
		Markt / Treasury	8
	ja	Markt	9
	nein		10

Abbildung 102: Varianten der Ergebnisverrechnung

Als Beispiel soll ein endfälliges Darlehen über 100.000 € und einer Marge von 0,8% dienen, das im April 2004 abgeschlossen wird und eine 15-jährige Laufzeit hat. Das Datum für eine potenzielle Umfinanzierung soll April 2014 sein. Zur besseren Vergleichbarkeit der Ergebniswirkungen erfolgt eine Umfinanzierung nur bis zum Zinsbindungsende des Ursprungsdarlehens und ebenfalls mit einer Marge von 0,8%. Der Barwert bei Abschluss des Darlehens beträgt 8.707 €. Bei Ablösung des Darlehens entsteht ein Margenschaden von 3.954 €, der exakt dem Barwert der Umfinanzierung entsprechen muss. Der Kursschaden des Ursprungsdarlehens (Kapitalmarktschaden) liegt aufgrund des deutlich verringerten Marktzinsniveaus bei 20.499 €.

Die Absicherung des potenziellen Margenschadens kostet bei Darlehensabschluss 888 €, die Absicherung des Kursschadens 877 €, die gesamte Absicherung somit 1.765 €. Die Sicherungsgeschäfte haben im Zeitpunkt der potenziellen Darlehensablösung einen Wert, der genau die Schäden aus der Darlehensablösung kompensiert (3.954 € für den Margenschaden, 20.499 € für den Kursschaden, insgesamt also 24.453 €).

Einen Überblick über die Beispielgeschäfte gibt Abbildung 103. Vom unterschiedlichen zeitlichen Anfall der Barwerte und damit einhergehenden Aufzinsungseffekten soll aus Gründen der Komplexitätsminimierung abgesehen werden.

Darlehnsgeschäfte	Ursprungsgeschäft	Umfinanzierung
Darlehnsvolumen (€)	100.000	100.000
Tilgung	endfällig	endfällig
Kundenzins	5,549%	1,398%
Marktzins	4,749%	0,598%
Marge	0,800%	0,800%
Abschlussdatum	04-2004	04-2014
Ursprungslaufzeit bis	04-2019	04-2019
Datum Umfinanzierung	04-2014	
Barwert bei Abschluss (€)	8.707	3.954
Margenschaden bei Ablösung	-3.954	
Kursschaden bei Ablösung	-20.499	
Sicherungsgeschäft	Optionspreis bei Abschluss	Wert der Option bei Darlehnsablösung
Absicherung erw. Margenschaden	-888	3.954
Absicherung erw. Kursschaden	-877	20.499

Abbildung 103: Darlehens- und Sicherungsgeschäft

Zunächst wird die Ergebniswirkung ohne Hedge anhand von Variante 2 betrachtet (siehe Abbildung 104). Der Marktbereich vereinnahmt bei Abschluss des Ursprungsdarlehens dessen Barwert und zahlt die Optionsprämie, die auf Vertriebsrisiko und Treasury aufgeteilt wird (Modell Gramatke). Bei Umfinanzierung des Darlehens wird der Markteinheit der Barwert der Umfinanzierung gutgeschrieben, wohingegen den Einheiten Vertriebsrisiko und Treasury die entstandenen Schäden belastet werden. Insgesamt entsteht der Bank ein barwertiger Verlust in Höhe von

11.792 €. Während die Markteinheit ein deutlich positives Ergebnis erzielt (10.896 €), stellt sich bei den beiden Zentraleinheiten ein deutliches Minus ein (- 3.066 € beziehungsweise - 19.622 €). Hätte der Kunde nicht umfinanziert, sondern vollständig abgelöst, hätte sich das Gesamtbankergebnis zu Lasten der Markteinheit um weitere 3.954 € verringert, das Marktergebnis wäre aber immer noch positiv.

Variante 2 kein Hedge, Umfinanzierung, Risikoergebnis gemischt	(Vertriebs-) Risiko- ergebnis	Markt- ergebnis	Treasury- ergebnis	Gesamt- ergebnis
Konditionsbeitrag Ursprungsgeschäft		8.707		8.707
Konditionsbeitrag Umfinanzierung		3.954		3.954
erw. Kursschaden Option		-877	877	0
erw. Margenschaden Option	888	-888		0
Ist-Margenschaden Option	-3.954			-3.954
Ist-Kursschaden Option			-20.499	-20.499
Ergebnis vor Hedge	-3.066	10.896	-19.622	-11.792

Abbildung 104: Ergebniswirkung Variante 2

Variante 1 ist von der gesamten Ergebniswirkung identisch mit Variante 2, allerdings wird das Ergebnis der Vertriebsrisikoeinheit vollständig beim Treasury abgebildet. Varianten 3 und 4 unterscheiden sich einerseits im Wegfall des Barwerts aus Umfinanzierung in der Markteinheit, andererseits fallen die Schäden aus Darlehensablösung in der (den) Zentraleinheit(en) weg. Das Gesamtbankergebnis ist dementsprechend mit 8.707 € deutlich besser. Eine Zusammenfassung der Varianten 1-4 zeigt Abbildung 105.

Hedging	Umfinan- zierung	Zuordnung Risikoergebnis	Variante Nr.	(Vertriebs-) Risiko- ergebnis	Markt- ergebnis	Treasury- ergebnis	Gesamt- ergebnis
ohne	ja	Treasury	1	0	10.896	-22.688	-11.792
		Markt / Treasury	2	-3.066	10.896	-19.622	-11.792
	nein	Treasury	3	0	6.942	1.765	8.707
		Markt / Treasury	4	888	6.942	877	8.707

Abbildung 105: Ergebnisse der Varianten 1-4

Die wesentlichen Erkenntnisse der Varianten 1-4 sind folgende:

- Die Markteinheit kann ihr Ergebnis dadurch verbessern, dass sie den Kunden aktiv auf die Möglichkeit einer Umfinanzierung anspricht. Diese Anreizwirkung ist nicht im Sinne der Gesamtbank, da hierdurch Schäden aus Ablösung des Ursprungsdarlehens entstehen. Der Markteinheit werden im Rahmen ihrer Möglichkeiten zur Ergebnisbeeinflussung somit nur die positiven Effekte zugewiesen, wohingegen die negativen Effekte der (den) Zentraleinheit(en) belastet werden.
- Zwar werden die Optionspreise der (den) Zentraleinheit(en) gutgeschrieben, sodass, wie bei Variante 3 und 4 auch ein positives Ergebnis für diese Einheiten entstehen kann. Positive und negative Ergebniswirkungen gleichen sich im Mittel aber nur dann aus, wenn der Optionspreis tatsächlich einen Erwartungswert des Schadens aus Kreditkündigung darstellt. Dies ist, wie das Backtesting gezeigt hat, nicht der Fall, sodass durch Varianten 1-4 eine systematische Risikoverlagerung vom Markt auf die Zentrale erfolgt.
- Selbst wenn der Optionspreis als Erwartungswert interpretiert werden könnte und sich Optionspreise und Kündigungsschäden im Mittel ausgleichen, ist die Anreizwirkung der Varianten 1-4 immer noch negativ, da eine Umfinanzierung sich stets zugunsten der Markteinheit auswirkt. Da eine Umfinanzierung aus Sicht des Kunden aber nur dann sinnvoll ist, wenn sich das Marktzinsniveau verringert hat, geht mit einer Umfinanzierung immer auch ein Kursschaden aus der Ablösung des Ursprungsdarlehens einher. Ein positiver Ergebniseffekt für die Markteinheit führt so zwangsläufig zu einem negativen Ergebniseffekt für die Gesamtbank.

Stellvertretend für die Varianten 5-8 soll nun die Variante 6 betrachtet werden. Diese entspricht zunächst der Ergebniswirkung der Variante 2, ist allerdings um Kosten und Erträge für die Absicherung des Kündigungsrechts ergänzt (Abbildung 106). In dieser

Variante würde die Treasury-Einheit den potenziellen Kursschaden der Darlehenskündigung absichern und hierfür 877 € aufwenden. Im Zeitpunkt der Kündigung des Darlehens verkauft sie das Sicherungsgeschäft für 20.499 €. ³⁷³ Der potenzielle Margenschaden wird in dieser Variante nicht abgesichert, sodass für die Vertriebsrisikoeinheit ein Schaden von 3.066 € verbleibt. Durch die Absicherung verbessert sich das Gesamtergebnis auf 7.830 €. Hätte der Kunde nicht umfinanziert, sondern ersatzlos abgelöst, hätte sich ein um 3.954 € geringeres Ergebnis eingestellt, das aber insgesamt noch positiv wäre.

Variante 6 Hedge, Umfinanzierung, Risikoergebnis gemischt	(Vertriebs-) Risiko- ergebnis	Markt- ergebnis	Treasury- ergebnis	Gesamt- ergebnis
Konditionsbeitrag Ursprungsgeschäft		8.707		8.707
Konditionsbeitrag Umfinanzierung		3.954		3.954
erw. Kursschaden Option		-877	877	0
erw. Margenschaden Option	888	-888		0
Ist-Margenschaden Option	-3.954			-3.954
Ist-Kursschaden Option			-20.499	-20.499
Ergebnis vor Hedge	-3.066	10.896	-19.622	-11.792
Hedgekosten			-877	-877
Hedgeertrag			20.499	20.499
Ergebnis nach Hedge	-3.066	10.896	0	7.830

Abbildung 106: *Ergebniswirkung Variante 6*

In der Variante 5 werden die Schäden aus der Darlehenskündigung komplett dem Treasury zugewiesen, das heißt gegenüber der Variante 6 auch der entstehende Margenschaden. Dementsprechend hat das Treasury ein Interesse an der Absicherung dieses Risikos und wird hierfür 888 € aufwenden. Im Gegenzug hierfür erhält das

³⁷³ Ist das Absicherungsgeschäft eine Swaption, die mit dem ursprünglichen Marktzins als Swap-Rate ausgestattet ist, so kann das Treasury alternativ auch in die Swaption eintreten und deren positive Ergebniswirkung über die Laufzeit verteilt realisieren.

Treasury im Zeitpunkt der Darlehensablösung einen um 3.954 € höheren Ertrag aus dem Sicherungsgeschäft. Insgesamt erhöht sich das Ergebnis der Gesamtbank so um 3.066 €. In den Varianten 7 und 8 verbessert sich das Gesamtbankergebnis erheblich, da zwar Erträge aus der Absicherung des Kündigungsrechts generiert werden, die Ablösung selbst aber vermieden werden kann. In Variante 7 fällt das Gesamtergebnis ebenfalls um 3.066 € besser aus als in Variante 8.

Hedging	Umfinanzierung	Zuordnung Risikoergebnis	Variante Nr.	(Vertriebs-) Risikoergebnis	Marktergebnis	Treasuryergebnis	Gesamtergebnis
mit	ja	Treasury	5	0	10.896	0	10.896
		Markt / Treasury	6	-3.066	10.896	0	7.830
	nein	Treasury	7	0	6.942	24.453	31.395
		Markt / Treasury	8	888	6.942	20.499	28.329

Abbildung 107: Ergebnisse der Varianten 5-8

Die wesentlichen Erkenntnisse der Varianten 5-8 sind folgende:

- Die Markteinheit kann nach wie vor ihr Ergebnis dadurch verbessern, dass eine Umfinanzierung des Ursprungsdarlehens in ein zinsgünstigeres Darlehen vorgenommen wird. Diese Umfinanzierung belastet aber das Gesamtbankergebnis erheblich.
- In Variante 5 gleichen sich positive und negative Effekte aus Darlehenskündigung und Sicherungsgeschäft exakt aus. In Variante 6 verbleibt ein negatives Ergebnis in der Einheit Vertriebsrisiko, die das Gesamtbankergebnis insgesamt mindert. Es ist also offensichtlich nicht sinnvoll, nur das Risiko des Kursschadens abzusichern und den Margenschaden nicht abzusichern. Diese Ergebnisminderung stellt sich auch in Variante 8 ein. Eine Aufteilung der Ergebniseffekte aus Darlehenskündigung und Absicherung ist somit grundsätzlich abzulehnen. Der Argumentation von Gramatke, dass die Treasury-Einheit mit Hilfe von Optionsgeschäften nur den Kursschaden

absichern könne, kann an dieser Stelle nicht gefolgt werden. Anstelle einer Receiver-Swaption, die den Kapitalmarktzins als Swaprate trägt, könnte alternativ einfach eine Swaption mit dem Kundenzins als Swaprate gekauft werden, womit der gesamte Zinsertrag abgesichert wäre.³⁷⁴

- Für den Fall, dass eine Umfinanzierung vermieden werden kann (Varianten 7 und 8) ergibt sich eine negative Ergebniswirkung für die Markteinheit, insgesamt aber ein deutlich positiver Ergebniseffekt. Hohe positive Ergebnisse werden hierbei aber in der Treasury-Einheit ausgewiesen. Das Treasury profitiert dabei in erheblichem Maße von der Möglichkeit zur Ergebnisbeeinflussung durch die Markteinheit.
- Insgesamt ist festzustellen, dass zwar die Absicherung des Risikos zu deutlich besseren Ergebnissen führt, die Ursache- und Wirkungszusammenhänge allerdings stark asymmetrisch verlaufen. Zudem bleibt weiterhin der Impuls für die Markteinheit, eine Umfinanzierung zu Gunsten des eigenen Ergebnisses und zu Lasten des Gesambankergebnisses einzuleiten.

Der Ansatz von Bill³⁷⁵, nur den Kursschaden, nicht aber den Margenschaden abzusichern, entspricht der Variante 6 unter Zusammenfassung der Markteinheit und der Vertriebsrisikoeinheit. Zwar gleichen sich, wie die Beispiele gezeigt haben, der Margenschaden und der Barwert des umfinanzierten Darlehens exakt aus. Dennoch fällt das Ergebnis der Variante 6 gegenüber der Vollabsicherung in Variante 5 schlechter aus, da sich aus erwartetem und Ist-Margenschaden ein negativer Saldo ergibt. Zudem berücksichtigt der Ansatz von Bill nicht die mögliche Vollablösung zu einer anderen Bank oder die Teilablösung mit vom Kunden gebildeten Ersparnissen. Da dem Kundenberater auch bei einer Vollabsicherung der Schäden der Barwert aus der Umfinanzierung gutgeschrieben wird, besteht ohnehin schon ein Anreiz, den Kunden als Darlehensnehmer zu halten.

³⁷⁴ Vgl. Gramatke, W. C. (2011), S. 186.

³⁷⁵ Vgl. Bill, S. (2006), S. 194 f.

Durch den Ansatz von Bill ergibt sich gegenüber der Vollabsicherung damit auch keine zusätzliche für die Gesamtbank positive Anreizwirkung.

Alle bislang diskutierten Verrechnungsansätze haben sich als entweder als inkonsistent zu den in Kapitel 1.2.2 aufgestellten Anforderungen an eine Ergebnisverrechnung im Rahmen der innerbetrieblichen Performancemessung erwiesen oder sie schaffen Anreize an die Markteinheit, die zu einer Verschlechterung des Gesamtbankergebnisses führen können. Aus diesem Grund soll nun ein neuer Ansatz beschrieben werden, der sowohl zu einer korrekten Ergebniszuordnung führt als auch zur richtigen Anreizwirkung im Sinne des Gesamtbankergebnisses. Da das Backtesting zum Ergebnis geführt hat, dass die Risiken aus Kündigungsrechten grundsätzlich abgesichert werden sollten, wird für die neue Alternative nur noch die Differenzierung dargestellt, die sich durch Umfinanzierung beziehungsweise keine Umfinanzierung ergibt.

Die bisher diskutierten Ansätze stellen, analog zu den Standardrisikokosten, die Markteinheit risikofrei gegenüber potenziellen Schäden aus Kreditkündigung. Hierbei wird allerdings die Tatsache vernachlässigt, dass die Ergebnisprofile beider Risikoarten unterschiedlich sind. Sofern im Falle der Adressrisiken eine Absicherung des Risikos durch eine Kreditausfallversicherung erfolgt, zahlt die Versicherung einen Kompensationsbetrag nur dann, wenn das versicherte Geschäft auch tatsächlich ausfällt. Sowohl bei Ausfall als auch bei Nicht-Ausfall ist das Gesamtergebnis aus Sicherungsgeschäft und gesichertem Geschäft gleich Null. Dies ist bei der Absicherung eines Kündigungsrechts anders, da sich bei sinkendem Marktzinsniveau unabhängig vom Kundenverhalten immer ein positives Ergebnis aus dem Sicherungsgeschäft ergibt. Dieses positive Ergebnis sollte allerdings nicht einer Zentraleinheit gutgeschrieben werden, da diese hierzu keinerlei aktiven Beitrag leisten kann. Die einzige Einheit, die überhaupt Einfluss auf die Entscheidung des Kunden nehmen kann, ist die Markteinheit. Diese kann den Kunden entweder aktiv auf die Möglichkeit einer Umfinanzierung hinweisen oder sich passiv verhalten, in der Hoffnung, dass der Kunde von seinem Kündigungsrecht keinen Gebrauch macht.

In Abbildungen 108 und 109 sind die Varianten 9 und 10 dargestellt. In diesen Varianten spielt die Einheit Vertriebsrisiko keine Rolle und die Treasury-Einheit übernimmt nur eine indirekte Funktion. Der Grundgedanke der Varianten 9 und 10 ist, dass die Markteinheit dafür, dass sie eine (Versicherungs-)Prämie für die potenziellen Schäden aus Kreditkündigung zahlt, auch die volle Ergebniswirkung des

Sicherungsgeschäfts erhalten muss. Im Gegenzug werden ihr auch die Schäden der Darlehensablösung belastet. Im Falle der Darlehensablösung (Variante 9) heben sich positive und negative Effekte exakt auf, wodurch das Versicherungsprinzip gewährleistet wird. Für den Fall, dass der Kunde von einer Umfinanzierung abgehalten werden kann, wird der gesamte positive Ergebniseffekt ebenfalls der Markteinheit gutgeschrieben (Variante 10). Hierdurch entsteht ein Anreiz, die Umfinanzierung zu vermeiden. Gleichzeitig wird in beiden Varianten der jeweils maximal mögliche Ergebnisbeitrag für die Gesamtbank generiert (siehe hierzu Abbildung 110).

Variante 9 Hedge, Umfinanzierung, Risikoergebnis Markt	(Vertriebs-) Risiko- ergebnis	Markt- ergebnis	Treasury- ergebnis	Gesamt- ergebnis
Konditionsbeitrag Ursprungsgeschäft		8.707		8.707
Konditionsbeitrag Umfinanzierung		3.954		3.954
erw. Kursschaden Option		-877		-877
erw. Margenschaden Option		-888		-888
Ist-Margenschaden Option		-3.954		-3.954
Ist-Kursschaden Option		-20.499		-20.499
Ergebnis vor Hedge	0	-13.557	0	-13.557
Hedgекosten				0
Hedgeertrag		24.453		24.453
Ergebnis nach Hedge	0	10.896	0	10.896

Abbildung 108: *Ergebniswirkung Variante 9*

Variante 10 Hedge, keine Umfinanzierung, Risikoergebnis Markt	(Vertriebs-) Risiko- ergebnis	Markt- ergebnis	Treasury- ergebnis	Gesamt- ergebnis
Konditionsbeitrag Ursprungsgeschäft		8.707		8.707
Konditionsbeitrag Umfinanzierung				0
erw. Kursschaden Option		-877		-877
erw. Margenschaden Option		-888		-888
Ist-Margenschaden Option				0
Ist-Kursschaden Option				0
Ergebnis vor Hedge	0	6.942	0	6.942
Hedgекosten				0
Hedgeertrag		24.453		24.453
Ergebnis nach Hedge	0	31.395	0	31.395

Abbildung 109: Ergebniswirkung Variante 10

Hedging	Umfinan- zierung	Zuordnung Risikoergebnis	Variante Nr.	(Vertriebs-) Risiko- ergebnis	Markt- ergebnis	Treasury- ergebnis	Gesamt- ergebnis
ohne	ja	Treasury	1	0	10.896	-22.688	-11.792
		Markt / Treasury	2	-3.066	10.896	-19.622	-11.792
	nein	Treasury	3	0	6.942	1.765	8.707
		Markt / Treasury	4	888	6.942	877	8.707
mit	ja	Treasury	5	0	10.896	0	10.896
		Markt / Treasury	6	-3.066	10.896	0	7.830
	nein	Treasury	7	0	6.942	24.453	31.395
		Markt / Treasury	8	888	6.942	20.499	28.329
	ja	Markt	9	0	10.896	0	10.896
	nein		10	0	31.395	0	31.395

Abbildung 110: Ergebnisse der Varianten 1-10

Da die Markteinheit nicht die Möglichkeit hat, Sicherungsgeschäfte am Kapitalmarkt abzuschließen, kann die in den Varianten 9 und 10 erarbeitete Systematik der Ergebniszuzuweisung nicht ohne einen Einbezug der Treasury-Einheit erfolgen. Auch ist es nicht Aufgabe der Markteinheit, ein Derivateportfolio zu bewirtschaften. Die Ermittlung des Ergebnisbeitrags der Markteinheit kann daher nur kalkulatorisch erfolgen, so wie dies auch bei der synthetisch generierten strukturkongruenten Refinanzierung zur Ermittlung des Konditionsbeitrags der Fall ist. Die Einordnung der Ergebniseffekte aus Kündigungsrechten in das System der Ergebnisspaltung aus

Abbildung 19 sollte daher nicht über Verrechnungspreise erfolgen, wie dies beim Risiko- und Produktivitätsergebnis der Fall ist, sondern direkt im Rahmen der Aufspaltung des Zinsergebnisses in ein Vertriebs- und ein Treasury-Ergebnis.

3.3 Einbindung der Kündigungsrechte in die Kundengeschäfts- und Zinsbuchsteuerung

3.3.1 Trennung der Einzelgeschäftsp performance in Vertriebs- und Treasury-Ergebnis

Mittels der Marktzinsmethode gelingt es, das Zinsergebnis der Bank (den Zinsüberschuss in der Periodensicht oder alternativ das barwertige Zinsergebnis) in einen Konditionsbeitrag und einen Strukturbeitrag aufzuspalten. Der Konditionsbeitrag ergibt sich aus der Differenz zwischen dem Kundengeschäft und einer fristenkongruenten Kapitalmarktopportunität³⁷⁶ und ist als Erfolgskomponente der Vertriebseinheit zuzurechnen. Der Strukturbeitrag ist derjenige Teil des Zinsergebnisses, der nach Abzug des Konditionsbeitrags verbleibt. Ein Strukturbeitrag kann nur dann entstehen, wenn anstelle der fristenkongruenten Kapitalmarktopportunität eine Fristeninkongruenz zwischen Aktiv- und Passivseite eingegangen wird.³⁷⁷ Das Ergebnis aus dieser Fristentransformation wird dem Treasury zugerechnet.

In der periodischen Betrachtung lassen sich die Ergebnisbeiträge durch einfache Differenzbildung ermitteln. Bei einem 15-jährigen Darlehen, das im April 1995 abgeschlossen wurde, kann die periodische Ergebnisspaltung wie folgt aussehen:

Einem Kundenzins von 8,43% (ZE Kunde) steht ein laufzeitgleicher Kapitalmarktzins von 7,63% (ZE Opportunität) gegenüber, sodass sich ein aktivischer Konditionsbeitrag (KB Aktiv) in Höhe von 0,80% ergibt. Die Passivseite wird direkt am Kapitalmarkt

³⁷⁶ Vgl. Rolfes, B. (2008), S.32.

³⁷⁷ Vgl. Picker, M. (2012), S. 6.

refinanziert, sodass sich kein Konditionsbeitrag ergibt. Die Mittelaufnahme erfolgt allerdings inkongruent zum Aktivgeschäft mit einer einjährigen revolvingierenden Refinanzierung. Diese liegt im Zinsaufwand regelmäßig geringer als die strukturkongruente Anlage, wodurch sich ein laufender Strukturbeitrag ergibt (Abbildung 111).

Diese Art der Darstellung zeigt allerdings nur den absoluten Ergebnisbeitrag aus Fristentransformation und stellt die relative Vorteilhaftigkeit der (hier im Beispiel) jährlichen Dispositionsentscheidung nur unzureichend heraus; denn die Entscheidungen zum Grad der Fristentransformation wirken sich periodenübergreifend aus, sodass Entscheidungszeitpunkt und Ergebniswirkung zeitlich auseinanderfallen³⁷⁸.

	Nominalvolumen: 100.000 €				Laufzeit Aktivgeschäft: 15 Jahre					Laufzeit Passivgeschäft: 1 Jahr revolvingierend					
	04-96	04-97	04-98	04-99	04-00	04-01	04-02	04-03	04-04	04-05	04-06	04-07	04-08	04-09	04-10
ZE Kunde	8,43	8,43	8,43	8,43	8,43	8,43	8,43	8,43	8,43	8,43	8,43	8,43	8,43	8,43	8,43
ZE Opportunität	7,63	7,63	7,63	7,63	7,63	7,63	7,63	7,63	7,63	7,63	7,63	7,63	7,63	7,63	7,63
KB Aktiv	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80
ZA Refinanzierung	4,89	3,26	3,31	3,91	2,60	4,43	4,67	3,73	2,39	2,17	2,10	3,17	4,14	3,95	0,99
ZA Opportunität	4,89	3,26	3,31	3,91	2,60	4,43	4,67	3,73	2,39	2,17	2,10	3,17	4,14	3,95	0,99
KB Passiv	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Zinsüberschuss	3,54	5,17	5,12	4,52	5,83	4,00	3,76	4,70	6,04	6,26	6,33	5,26	4,29	4,48	7,44
KB Aktiv, Passiv	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80
Strukturbeitrag	2,74	4,37	4,32	3,72	5,03	3,20	2,96	3,90	5,24	5,46	5,53	4,46	3,49	3,68	6,64

Abbildung 111: Periodische Ergebnisspaltung

Hätte der Treasurer sich beispielsweise im Zeitpunkt 04-99 dazu entschieden, von der jährlich revolvingierenden Refinanzierung abzuweichen und stattdessen eine dreijährige Refinanzierung gewählt, hätte dies zu folgenden Ergebniseffekten geführt:

Der 3-Jahreszins im Zeitpunkt 04.1999 lag bei 3,07%. Anstelle eines Zinsaufwands in den Jahren 2000-2002 in Höhe von 2,60, 4,43 und 4,67 hätte er durch diese

³⁷⁸ Vgl. Menninghaus, W. (2001), S. 1148.

Entscheidung einen Zinsaufwand von jeweils 3,07 pro Jahr generiert und sich damit insgesamt besser gestellt, allerdings hätte sich das isolierte Ergebnis des Jahres 2000 durch diese Entscheidung verschlechtert.

Eine Einbeziehung periodenübergreifender Effekte ist mit der sogenannten Zinsbuch-Performance möglich, die neben der reinen Zinsüberschussbetrachtung auch die Vermögensveränderung des Restzahlungsstroms einbezieht. Die Vorgehensweise zur Ermittlung dieser Zinsbuchperformance soll an obigem Beispiel verdeutlicht werden (siehe Abbildung 112).

Zunächst wird analog zum periodischen Ergebnisausweis aus dem Zinsertrag des Aktivgeschäfts und dem Zinsaufwand des Passivgeschäfts der Zinsüberschuss ermittelt. Ergänzend erfolgt nun die Ermittlung von Vermögenswerten sowie deren Wertveränderung. Das Vermögen in einer Periode setzt sich hierbei zusammen aus dem aktuellen Zinsüberschuss, dem Barwert des Restzahlungsstroms (RZS) sowie aus der kumulierten Anlage der Zinsüberschüsse vorheriger Perioden (Anlage ZÜ VP). Die Dispositionsentscheidungen in der Vergangenheit werden hierbei als gegeben angesehen.

Besteht das Geschäft der Bank nur aus dem Beispieldarlehen und der einjährigen Refinanzierung, setzt sich, bei Verkauf des Darlehens, der Kassenbestand zum einen aus den wieder angelegten Zinsüberschüssen vorheriger Perioden zusammen und zum anderen aus dem Verkaufserlös des Darlehens. Als Vergleichsgröße wird der Kassenbestand gesetzt, der sich ergeben hätte, wenn das Darlehen bereits in der Vorperiode verkauft und der Verkaufserlös zusammen mit den bis dahin aufgelaufenen und verzinsten Zinsüberschüssen bis in die Folgeperiode angelegt worden wäre. Die Differenz aus dem aktuellen Vermögen und der Anlage des Vermögens der Vorperiode stellt dann die Zinsbuchperformance dar.³⁷⁹

Die oben angesprochene Entscheidung, in der Periode 04-99 die einjährige Refinanzierung zu wählen wirkt sich in der Betrachtung der Zinsbuchperformance

³⁷⁹ Eine ausführliche Herleitung findet sich bei Rolfes, B. (2008), S. 438 ff.

negativ aus, was einer verursachungsgerechten Zuweisung des Periodenergebnisses entspricht.

	04-95	04-96	04-97	04-98	04-99	04-00	04-01	04-02
ZE Kunde		8,43	8,43	8,43	8,43	8,43	8,43	8,43
ZA Refinanzierung		-4,89	-3,26	-3,31	-3,91	-2,60	-4,43	-4,67
Zinsüberschuss		3,54	5,17	5,12	4,52	5,83	4,00	3,76
Barwert RZS	7,27	13,65	18,72	26,73	38,26	21,88	23,32	21,33
Anlage ZÜ VP			3,66	9,12	14,80	19,83	26,80	32,24
Vermögen	7,27	17,19	27,55	40,98	57,58	47,54	54,13	57,34
Anlage Vermögen VP		7,63	17,75	28,46	42,58	59,08	49,64	56,65
ZBP	7,27	9,56	9,80	12,52	15,00	-11,54	4,48	0,68
	04-03	04-04	04-05	04-06	04-07	04-08	04-09	04-10
ZE Kunde	8,43	8,43	8,43	8,43	8,43	8,43	8,43	8,43
ZA Refinanzierung	-3,73	-2,39	-2,17	-2,10	-3,17	-4,14	-3,95	-0,99
Zinsüberschuss	4,70	6,04	6,26	6,33	5,26	4,29	4,48	7,44
Barwert RZS	28,13	25,07	25,78	17,18	11,61	8,62	7,37	0,00
Anlage ZÜ VP	37,35	43,05	50,16	57,61	65,97	74,18	81,58	86,91
Vermögen	70,17	74,17	82,21	81,12	82,85	87,10	93,43	94,35
Anlage Vermögen VP	59,47	71,85	75,78	83,93	83,69	86,28	90,54	94,35
ZBP	10,70	2,32	6,43	-2,81	-0,85	0,82	2,89	0,00

Abbildung 112: Ermittlung der Zinsbuchperformance

In der Totalperiode stimmen der periodische Ergebnisausweis und das barwertige Ergebnis überein.³⁸⁰ Das Vermögen in Periode 04-10 (94,35) entspricht exakt der Anlage der Zinsüberschüsse (86,91) zuzüglich des Zinsüberschusses der Periode 04-10 (7,44).

Die Abspaltung des Vertriebsergebnisses folgt ebenfalls dem Verursachungsprinzip, indem der Markteinheit nur das barwertige Ergebnis des Konditionsbeitrags (Abbildung 111) zugerechnet wird. Dieses entspricht genau dem Barwert des Zahlungsstroms in Periode 04-95 (7,27). Nach Abschluss des Darlehensvertrages mit dem Kunden hat der Vertrieb keine weitere Einflussmöglichkeit auf das Gesamtbankergebnis, sodass sich in den Folgeperioden stets ein Vertriebsergebnis von Null einstellt. Die

³⁸⁰ Vgl. Picker, M. (2012), S. 11.

Einflussmöglichkeiten des Treasury bestehen hingegen in jeder Periode durch bewusstes eingehen von Fristeninkongruenzen, sodass in jeder Periode auch ein Treasury-Ergebnis messbar ist. Die Trennung des Vertriebs- und Treasury-Ergebnisses erfolgt daher einfach durch Abzug des Konditionsbeitragsbarwerts von der Zinsbuchperformance (Abbildung 112).³⁸¹

Erg. ohne Kündigungsrechte	04-95	04-96	04-97	04-98	04-99	04-00	04-01	04-02
ZBP	7,27	9,56	9,80	12,52	15,00	-11,54	4,48	0,68
Performance Vertrieb	7,27							
Performance Treasury	0,00	9,56	9,80	12,52	15,00	-11,54	4,48	0,68
Vermögen	7,27	17,19	27,55	40,98	57,58	47,54	54,13	57,34

Erg. ohne Kündigungsrechte	04-03	04-04	04-05	04-06	04-07	04-08	04-09	04-10
ZBP	10,70	2,32	6,43	-2,81	-0,85	0,82	2,89	0,00
Performance Vertrieb								
Performance Treasury	10,70	2,32	6,43	-2,81	-0,85	0,82	2,89	0,00
Vermögen	70,17	74,17	82,21	81,12	82,85	87,10	93,43	94,35

Abbildung 113: Ergebnisspaltung ohne Kündigungsrechte

3.3.2 Erweiterung der Performancemessung um Effekte aus Kündigung

Geht man davon aus, dass zum Zwecke der Ergebnisspaltung zwar ein fiktiver Hedge zwischen der Vertriebs- und der Treasury-Einheit besteht, die Bank sich aber gegenüber dem Kapitalmarkt nicht absichert, ergibt sich eine deutlich geringere laufende Zinsbuchperformance, wenn man das nach zehn Jahren zur Ausübung stehende gesetzliche Kündigungsrecht in die Ergebnismessung einbezieht (siehe Abbildung 114). Im Abschlusszeitpunkt mindert der Wert des Kündigungsrechts den Barwert des Restzahlungsstroms um 3,05. Aufgrund des rückläufigen Zinsniveaus steigt der Wert des Kündigungsrechts und verringert den Barwert des Restzahlungsstroms im Jahr 2000

³⁸¹ Vgl. Menninghaus, W. (2001), S. 1154.

bereits um 8,01. Im Jahr 2005, sofern der Kunde ausübt, entspricht der Wert des Kündigungsrechts dem Wert des Restzahlungsstroms in Höhe von 25,78. Die Einbeziehung des Kündigungsrechts folgt hierbei derselben Logik, die auch beim Wert des Restzahlungsstroms zugrunde gelegt wird: Gemessen wird die Vorteilhaftigkeit, das Darlehen inklusive des Kündigungsrechts bestehen zu lassen, gegenüber der Veräußerung desselben in der Vorperiode und der Anlage des Veräußerungserlöses. Im vorliegenden Beispiel konkurrieren zwei gegenläufige Effekte; das Darlehen selbst entwickelt sich positiv, gleichzeitig legt das Kündigungsrecht ebenfalls im Wert zu. Wie an der Zinsbuchperformance in Abbildung 114 abzulesen ist, sind diese Effekte per Saldo aber immer noch positiv.

	04-95	04-96	04-97	04-98	04-99	04-00	04-01	04-02
Zinsüberschuss		3,54	5,17	5,12	4,52	5,83	4,00	3,76
Barwert RZS	7,27	13,65	18,72	26,73	38,26	21,88	23,32	21,33
Wert der Kündigungsrechte	-3,05	-3,65	-4,50	-8,71	-11,93	-8,01	-10,29	-10,33
Anlage ZÜ VP			3,66	9,12	14,80	19,83	26,80	32,24
Vermögen	4,22	13,54	23,05	32,27	45,66	39,53	43,83	47,01
Anlage Vermögen VP		4,43	13,98	23,82	33,53	46,84	41,28	45,88
ZBP	4,22	9,11	9,07	8,46	12,12	-7,31	2,55	1,12
	04-03	04-04	04-05	04-06	04-07	04-08	04-09	04-10
Zinsüberschuss	4,70	6,04	6,26					
Barwert RZS	28,13	25,07	25,78					
Wert der Kündigungsrechte	-16,85	-18,94	-25,78					
Anlage ZÜ VP	37,35	43,05	50,16					
Vermögen	53,33	55,22	56,42					
Anlage Vermögen VP	48,76	54,60	56,42					
ZBP	4,57	0,62	0,00					

Abbildung 114: Ermittlung der Zinsbuchperformance mit Effekten aus Kündigung

Für den Fall, dass der Kunde von seinem Kündigungsrecht nicht Gebrauch macht, erhöht sich die Zinsbuchperformance im Jahr 2005 um den Wert des Restzahlungsstroms (Abbildung 115). Um die Darstellung der verschiedenen Ergebniseffekte nicht noch komplizierter zu machen, wird das Kündigungsrecht als europäische Option dargestellt, obwohl es sich um eine amerikanische Option handelt.

In der Totalperiode stellt sich derselbe Vermögenswert ein, wie in der Betrachtung ohne Kündigungsrechte. Lediglich der periodische Ausweis der Zinsbuchperformance verschiebt sich.

	04-03	04-04	04-05	04-06	04-07	04-08	04-09	04-10
Zinsüberschuss	4,70	6,04	6,26	6,33	5,26	4,29	4,48	7,44
Barwert RZS	28,13	25,07	25,78	17,18	11,61	8,62	7,37	0,00
Wert der Kündigungsrechte	-16,85	-18,94	0,00					
Anlage ZÜ VP	37,35	43,05	50,16	57,61	65,97	74,18	81,58	86,91
Vermögen	53,33	55,22	82,21	81,12	82,85	87,10	93,43	94,35
Anlage Vermögen VP	48,76	54,60	56,42	83,93	83,69	86,28	90,54	94,35
ZBP	4,57	0,62	25,78	-2,81	-0,85	0,82	2,89	0,00

Abbildung 115: Zinsbuchperformance bei Nichtausübung des Kündigungsrechts

Nachdem nun die Effekte aus dem Vorhandensein eines Kündigungsrechts sowie den Varianten Ausübung und Nichtausübung quantifiziert wurden, wird nun die Aufspaltung des Ergebnisses zwischen Vertrieb und Treasury in die Darstellung einbezogen (Abbildung 116). Bei Abschluss des Darlehens steht dem Vertrieb der Konditionsbeitragsbarwert in Höhe von 7,27 als Überrendite zu einer durch das Treasury bereitgestellten strukturkongruenten Refinanzierung zu. Zudem erwirbt der Vertrieb vom Treasury die Absicherung des im Darlehensgeschäft enthaltenen Kündigungsrechts. Der Ergebnisbeitrag der Vertriebseinheit verringert sich hierdurch um 3,05 auf 4,22. Sofern der Kunde zehn Jahre später von seinem Kündigungsrecht Gebrauch macht, entsteht dem Vertrieb ein Kurs- und Margenschaden in Höhe von 25,78, der aber durch den Hedgeertrag des fiktiven Sicherungsgeschäfts ausgeglichen wird. Kündigt der Kunde nicht, steht dem Vertrieb der Hedgeertrag dennoch zu und er erzielt im Jahr 2005 einen Zusatzertrag von 25,78.

	mit Kündigg.			ohne Kündigg.	
	04-95	04-05		04-95	04-05
Konditionsbeitragsbarwert	7,27			7,27	
Kurs- und Margenschaden		-25,78			
Ergebnis vor Hedge	7,27	-25,78		7,27	0,00
Hedgekosten	-3,05			-3,05	
Hedgeertrag		25,78			25,78
Ergebnis nach Hedge	4,22	0,00		4,22	25,78

Abbildung 116: Einzelgeschäftsperspektive Markteinheit

Die Ergebnisermittlung der Vertriebseinheit muss hierbei nicht durch eine komplexe innerbetriebliche Leistungsverrechnung erfolgen, sondern kann direkt in der Einzelgeschäftskalkulation berücksichtigt werden. Hierzu sind am Darlehensgeschäft lediglich die Informationen über Art und Umfang der bestehenden Kündigungsrechte zu hinterlegen. Zudem muss bei Geschäftsabschluss und im Zeitpunkt der potenziellen Ausübung des Kündigungsrechts eine Optionspreiskalkulation erfolgen. Die Ergebnisse dieser Kalkulation können in separaten Ergebnisfeldern gespeichert werden und, je nach Steuerungsansatz, direkt dem einzelnen Kundenberater oder alternativ der Filiale oder dem Geschäftsfeld zugerechnet werden.

Die Effekte aus dem Kündigungsrecht bei Ausübung des Rechts sowie die Aufspaltung der Ergebnisse zwischen Vertrieb und Treasury sind in Abbildung 117 dargestellt. Abbildung 118 zeigt die Ergebnisspaltung bei Nichtausübung des Kündigungsrechts.

Erg. mit Kündigungsrechten	04-95	04-96	04-97	04-98	04-99	04-00	04-01	04-02
ZBP	4,22	9,11	9,07	8,46	12,12	-7,31	2,55	1,12
Performance Vertrieb	4,22							
Performance Treasury	0,00	9,11	9,07	8,46	12,12	-7,31	2,55	1,12
Vermögen	4,22	13,54	23,05	32,27	45,66	39,53	43,83	47,01

Erg. mit Kündigungsrechten	04-03	04-04	04-05	04-06	04-07	04-08	04-09	04-10
ZBP	4,57	0,62	0,00					
Performance Vertrieb								
Performance Treasury	4,57	0,62	0,00					
Vermögen	53,33	55,22	56,42					

Abbildung 117: Ergebnisspaltung mit Kündigungsrecht und Ausübung

Erg. mit Kündigungsrechten	04-03	04-04	04-05	04-06	04-07	04-08	04-09	04-10
ZBP	4,57	0,62	25,78	-2,81	-0,85	0,82	2,89	0,00
Performance Vertrieb			25,78					
Performance Treasury	4,57	0,62	0,00	-2,81	-0,85	0,82	2,89	0,00
Vermögen	53,33	55,22	82,21	81,12	82,85	87,10	93,43	94,35

Abbildung 118: *Ergebnisspaltung mit Kündigungsrecht und Nichtausübung*

Die Aufteilung der Zinsbuchperformance auf Vertriebs- und Treasury-Einheit kann hiermit als abgeschlossen betrachtet werden. Die Vertriebseinheit zahlt bei Darlehensabschluss eine Optionsprämie, erhält bei Fälligkeit der Option aber im Gegenzug den Hedgeertrag. Zudem wird der Vertrieb, sofern dies eintritt, mit dem Kurs- und Margenschaden aus der Ausübung des Kündigungsrechts belastet. Das Treasury wird somit nicht mit dem Schaden aus der Ausübung des Kündigungsrechts belastet, fungiert aber im Rahmen der innerbetrieblichen Leistungsverrechnung als Stillhalter. Es erhält zunächst eine Prämie, die die Treasury-Performance erhöht, wird aber in den Folgeperioden mit der Ergebnisentwicklung der Option belastet, beziehungsweise entlastet bei Verfall des Optionspreises.

Die Dispositionsentscheidung des Treasury erweitert sich durch das Bestehen von Kündigungsrechten. Neben der Entscheidung, sich nicht fristenkongruent, sondern zu kürzeren Laufzeiten zu refinanzieren, muss das Treasury nun entscheiden, in welchem Umfang es die bestehenden Kündigungsrechte absichert. Wie die Ergebnisse des Backtestings gezeigt haben, ist eine vollständige Absicherung in der Regel empfehlenswert. In Abhängigkeit der Zinsentwicklung sind aber auch positive Ergebnisse aus dem (partiellen) „Offenlassen“ der Optionen erzielbar.

Die Vorteilhaftigkeit der Entscheidungen des Treasury kann, wie oben gezeigt wurde, durch die um Optionswerte erweiterte Zinsbuchperformance quantifiziert werden. Die absolute und periodengerechte Vorteilhaftigkeit drückt sich dabei in einem Wert aus, der größer Null ist. Eine relative Vorteilhaftigkeit lässt sich aber nur dann ermitteln, wenn man die Zinsbuchperformance mit einer Benchmark vergleicht. Hierdurch wird üblicherweise der Erfolg aus dem Grad der eigenen Fristentransformation verglichen mit dem Grad einer Fristentransformation, der sich in der Vergangenheit als erfolgreich erwiesen hat. Für die Zinsbuchsteuerung kann zwischen einer passiven und einer aktiven Strategie unterschieden werden. Bei der passiven Strategie wird das Ziel

verfolgt, eine historisch erfolgreiche Benchmark möglichst genau nachzubilden.³⁸² Die aktive Strategie verfolgt hingegen das Ziel, die Benchmark zu schlagen³⁸³

Zum Abschluss der Arbeit wird daher nun die Einzelgeschäftsebene verlassen und ein Musterportfolio aus Darlehensgeschäften und Kündigungsrechten aufgestellt. Die Performance dieses Portfolios wird über einen mehrjährigen Zeitraum ermittelt und mit der Performance eines Benchmarkportfolios verglichen.

3.3.3 Aufbau eines Musterportfolios

Um die relative Zinsbuchperformance auf einem größeren Aggregat zu messen, wird zunächst ein Portfolio aus Darlehen aufgebaut, die mit Kündigungsrechten versehen sind. Da, wie gezeigt wurde, die Risikowirkung aus dem vertraglichen Recht zur regelmäßigen Sondertilgung sowie dem Recht zur außerordentlichen Kündigung aus wichtigem Grund - gegen Zahlung einer Vorfälligkeitsentschädigung – in ihrer Risikowirkung begrenzt sind, soll hier ein Portfolio aus Festzinsdarlehen betrachtet werden, die dem Recht zur teilweisen oder vollständigen Sondertilgung nach Ablauf von zehn Jahren ausgesetzt sind.

Der Aufbau eines separaten Portfolios für vollständige Kündigungsrechte ohne Anspruch auf Vorfälligkeitsentschädigung ist nicht nur aus Vereinfachungsgründen im Rahmen dieser Arbeit sinnvoll, sondern auch deshalb, um die Bewertung und Steuerung der insgesamt bestehenden Optionsrechte durch größtmögliche Komplexitätsreduzierung zu erleichtern. Eine Differenzierung von Portfolios von Optionsrechten mit möglichst ähnlichem Risikogehalt und Ausübungsverhalten seitens des Kunden ist daher geboten.³⁸⁴

³⁸² Vgl. Zeranski, S. (2014), S. 198.

³⁸³ Vgl. Picker, M. (2012), S. 42 ff.

³⁸⁴ M. Ender und P. Jacob empfehlen beispielsweise überhaupt nur solche Kündigungsrechte in das Optionsbuch der Bank aufzunehmen, die zum einen eine Vollablösung eines Darlehns ermöglichen und

Die Darlehen des Musterportfolios seien der Einfachheit halber endfällig, mit einer Zinsbindung von 15 Jahren und zu einer Marge von Null vergeben worden³⁸⁵. Der Aufbau des Portfolios beginnt im April 1995 und endet im April 2004. In jedem Monat dieses Zeitraums wird ein Darlehen mit einem Nominalvolumen von 100 T€ zum aktuellen Kapitalmarktzins abgeschlossen. Insgesamt umfasst das Musterportfolio so eine Gesamtzahl von 109 Darlehen.³⁸⁶ Abbildung 119 zeigt die Zusammensetzung des Musterportfolios nach seinem vollständigen Aufbau im April 2004. Die Einzelgeschäftsdaten finden sich in Anhang 2. Die Refinanzierung des Portfolios erfolge monatlich für ein Jahr revolving.

Aus dem Darlehensportfolio sind nun die impliziten Optionsrechte herauszulösen und separat zu bewerten. Die Optionen entsprechen jeweils dem Recht auf den Kauf eines fünfjährigen Bonds ab einem Zeitpunkt in der Zukunft, der fünf Jahre vor Ende der Zinsbindung der Darlehen liegt. Der Wert der Kündigungsrechte wird bei der Ermittlung der Zinsbuchperformance vom Barwert des Restzahlungsstroms abgezogen. Steigen die Kündigungsrechte im Wert, mindern diese die Gesamtperformance.

zum anderen einem zinssensitiven Ausübungsverhalten unterliegen. Vgl. Ender, M. / Jacob, P. (2008), S. 33.

³⁸⁵ Die Ergebniswirkung aus einer Konditions- oder Zinssensitivitätsmarge würde ohnehin der Vertriebseinheit zugerechnet werden und kann daher an dieser Stelle vernachlässigt werden.

³⁸⁶ Dies sind zwölf pro Jahr für die Zeit von April 1995 bis März 2004 zuzüglich des Darlehens, das im April 2004 abgeschlossen wurde.

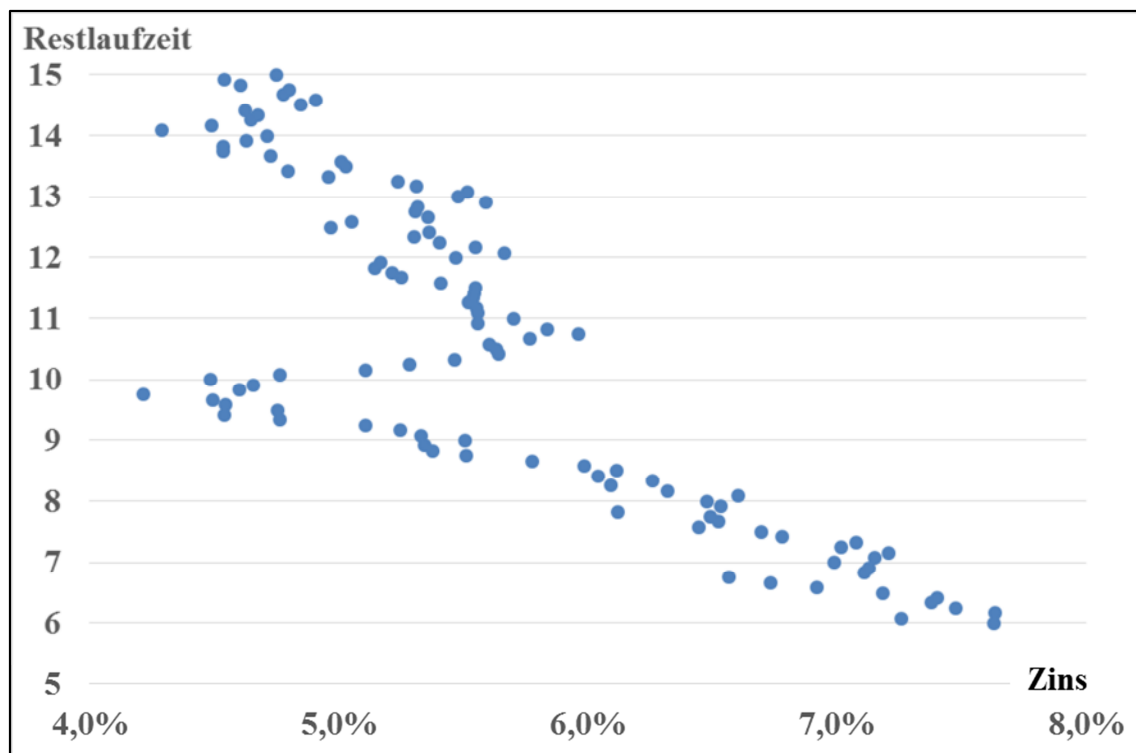


Abbildung 119: Zusammensetzung des Darlehensportfolios

Abbildung 120 zeigt die Bewertungsergebnisse der Optionen des Portfolios per April 2004 sowie zu deren Abschlussdatum. Es zeigt sich, dass insbesondere die Optionen mit einer Laufzeit von unter vier Jahren bereits weit im Geld liegen. Der Gesamtwert aller im Portfolio befindlichen Optionen liegt per April 2004 bei einem Kurswert von rund 418. Hätte jedes Darlehen ein Nominalvolumen von 100.00€, ergäbe sich so ein Wert des Optionsportfolios von 418.000€. Die Summe der Optionspreise bei Abschluss beläuft sich im Vergleich hierzu auf nur 161.

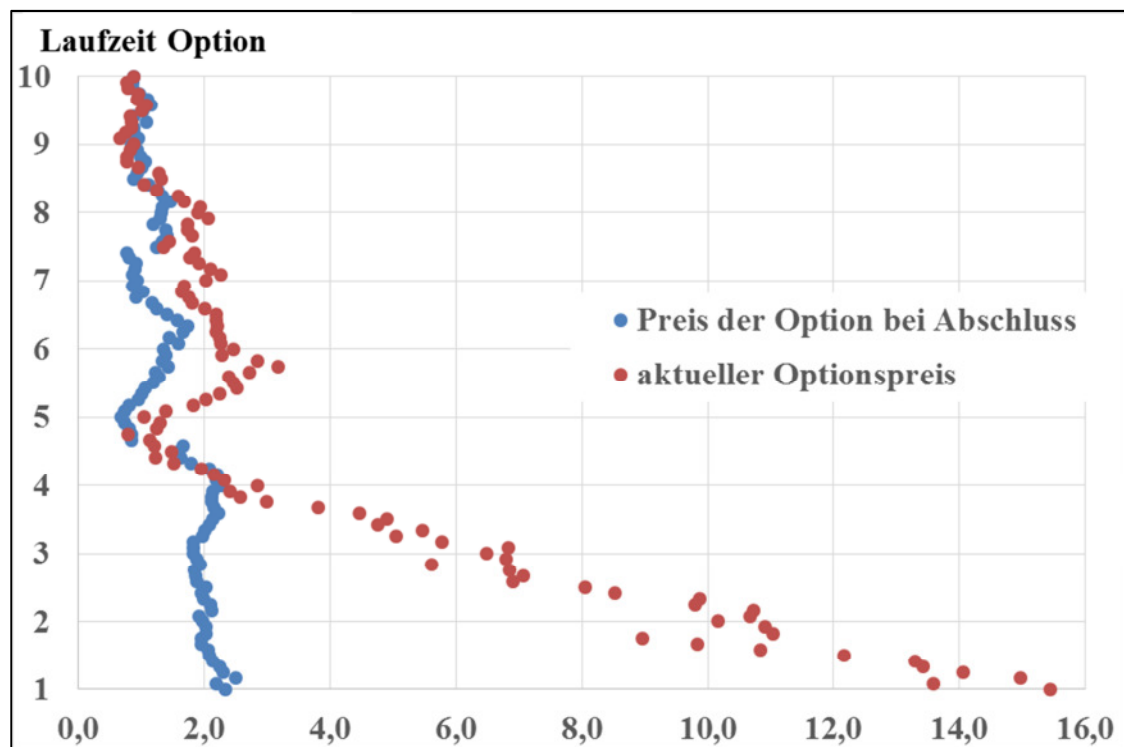


Abbildung 120: *Zusammensetzung des Optionsportfolios*

In der Ex-post-Betrachtung für den Zeitraum von April 1995 bis April 2014 ergeben sich die in Abbildung 121 dargestellten Ausübungsprofile der Optionen. Es wird noch einmal deutlich, dass aufgrund der eingetretenen Zinsentwicklung jede der Optionen des Musterportfolios ausgeübt wird. Die Ausübungsprofile, die dem Schaden der Bank entsprechen, summieren sich über den gesamten Zeitraum auf insgesamt 1.683 und liegen, wenn man von einer Aufzinsung der Optionspreise zum Abschlusszeitpunkt absieht, rund zehnmal höher, als bei Abschluss kalkuliert.

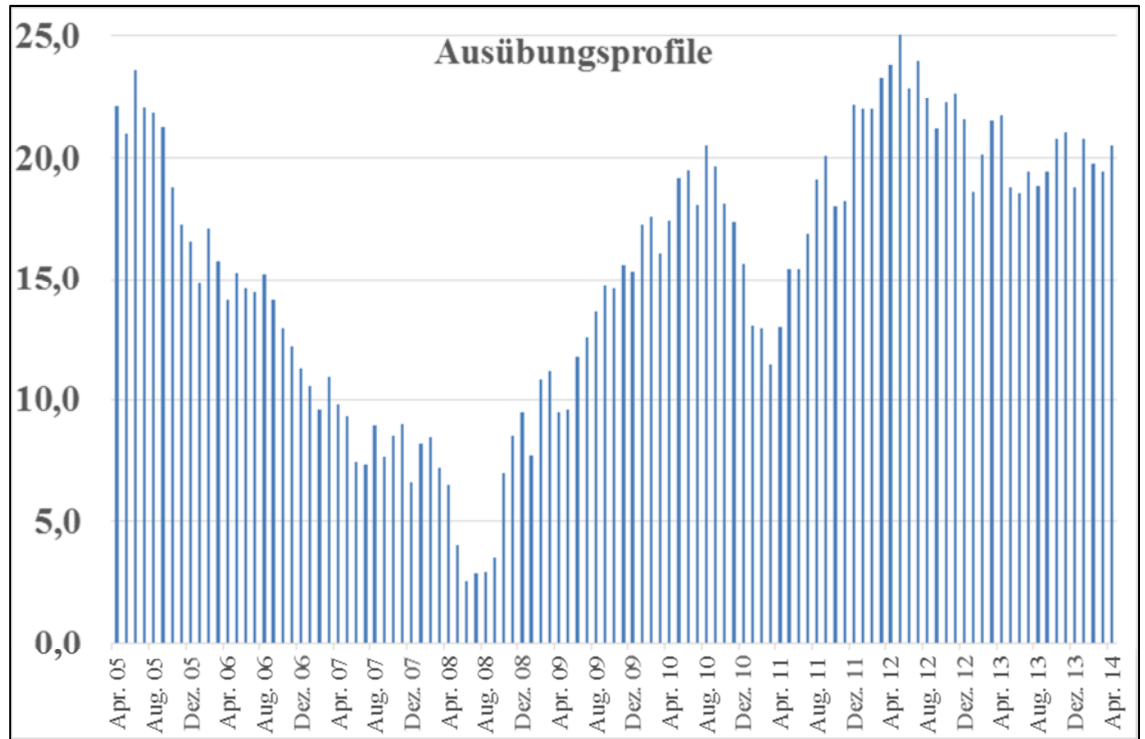


Abbildung 121: Ausübungsprofile ex-post

Die Performance des Gesamtportfolios ist trotz der deutlichen Wertsteigerung der Kündigungsrechte insgesamt dennoch positiv. Nur in drei Zeitpunkten stellt sich ein negatives Ergebnis ein (siehe Abbildung 122). Die positive Gesamtperformance ergibt sich deshalb, weil dank der kurzfristigen Refinanzierung nur ein geringer Kapitalmarktschaden auftritt. Bei strukturkongruenter Refinanzierung wäre das Ergebnis deutlich negativ ausgefallen und zwar in Höhe der Wertentwicklung der Kündigungsrechte.

	04-95	04-96	04-97	04-98	04-99	04-00	04-01	04-02	04-03	04-04
Zinsüberschuss		3	8	11	11	18	10	10	18	31
Barwert RZS	0	41	165	456	919	278	370	385	1.125	1.146
Wert der Kündigungsrechte	0	-4	-43	-152	-230	-116	-171	-174	-337	-407
Anlage ZÜ VP			38	129	245	391	573	681	877	1.156
Vermögen	0	40	168	445	944	571	783	902	1.684	1.926
Anlage Vermögen VP		0	41	174	462	969	596	819	936	1.724
ZBP	0	40	127	271	482	-398	187	83	748	202

	04-05	04-06	04-07	04-08	04-09	04-10	04-11	04-12	04-13	04-14
Zinsüberschuss	36	31	17	7	7	21	18	11	9	5
Barwert RZS	1.897	1.042	582	428	842	853	520	614	325	21
Wert der Kündigungsrechte	-842	-502	-355	-242	-407	-432	-289	-456	-270	-21
Anlage ZÜ VP	1.560	1.968	2.338	2.577	2.726	2.888	3.121	3.301	3.406	3.469
Vermögen	2.651	2.538	2.582	2.770	3.167	3.331	3.371	3.469	3.471	3.473
Anlage Vermögen VP	1.968	2.706	2.619	2.688	2.880	3.199	3.346	3.420	3.471	3.471
ZBP	683	-168	-37	82	288	132	24	49	0	2

Abbildung 122: Performance des Musterportfolios

3.3.4 Performancevergleich des Musterportfolios gegenüber einem Benchmarkportfolio

Um neben der absoluten Performance des Musterportfolios auch eine relative Performance ermitteln zu können, wird das Musterportfolio in einem zweiten Schritt einem Benchmarkportfolio gegenübergestellt. Bei der Auswahl einer Benchmark ist zum einen entscheidend, welche Risikoneigung die Bank hat. Zum anderen kommen nur diejenigen Benchmarks in Frage, die sich auf einer Effizienzlinie von Rendite-Risiko-Kombinationen befinden. Wie Picker für den Untersuchungszeitraum von 1989 bis 2009 zeigt, sind dies Kombinationen aus längerfristiger Anlage zu einer jeweils einjährigen Refinanzierung³⁸⁷, wobei sich die Laufzeitkombination 10 Jahre zu 1 Jahr als langfristig am erfolgreichsten erwiesen hat³⁸⁸, allerdings auch mit dem größten

³⁸⁷ Untersucht wurden die Laufzeitkombinationen 3-1, 5-1, 7-1 und 10-1. Die Kombinationen 5-3, 7-3, 10-3, 7-5 und 10-5 stellten sich hingegen als ineffizient heraus, da sich gleiche Erträge nur bei höherem Risiko realisieren lassen. Vgl. Picker, M. (2012), S. 161 ff.

³⁸⁸ Die Vermögensentwicklung bei Umsetzung der 10-1-Strategie lag im Zeitraum von 1989 bis 2009 bei gut 50%. Vgl. Picker, M. (2012), S. 168 f.

Risiko behaftet ist. Als weiterer Vorteil dieser Benchmark kommt hinzu, dass sie die maximale Laufzeit im Privatkundenkreditgeschäft darstellt, die ohne ein gesetzliches Kündigungsrecht auskommt. Gerade für die Messung der Vorteilhaftigkeit eines Portfolios langfristiger Finanzierungen (15 Jahre) einschließlich von Kündigungsrechten, ist der Vergleich mit einem Benchmarkportfolio möglichst langer Laufzeiten (10 Jahre), allerdings ohne Kündigungsrechte sinnvoll.

Als Alternative käme ein Portfolio gleicher Laufzeiten in Frage wie der des Musterportfolios, also eine Kombination 15 Jahre zu 1 Jahr, allerdings ohne Kündigungsrechte. Ein solches Benchmarkportfolio wäre allerdings nur außerhalb des Privatkundengeschäfts, also beispielsweise mit Kapitalmarktanleihen, realisierbar, da für diese das gesetzliche Kündigungsrecht nicht gilt. Es eignet sich daher eher dann, wenn man die Frage beantworten möchte, ob die im Kundengeschäft erzielbaren Konditionsbeiträge ausreichen, um alle mit dem Kundengeschäft verbundenen zusätzlichen Kosten und Risiken, einschließlich der Risiken aus Optionsrechten, abzudecken. Losgelöst für die Optionsrechte kann diese Frage sicherlich bejaht werden, eine ganzheitliche Antwort kann aber nur institutsspezifisch gegeben werden. Als Benchmarkportfolio wird daher der Laufzeitkombination 10-1 der Vorzug gegeben, die Performance des Musterportfolios ohne Kündigungsrechte wird aber als Vergleichsgröße ebenfalls gezeigt.

Der Aufbau des Benchmarkportfolios folgt dem Aufbau des Musterportfolios. Anstelle eines 15-jährigen Darlehens tritt nun aber ein 10-jähriges Geschäft, das in der Regel einen geringeren Zinssatz hat, dafür aber kein Kündigungsrecht enthält. Das gebundene Kapital der beiden Portfolios ist stets identisch.³⁸⁹ Die Zusammensetzung der Benchmark folgt dem Prinzip des dynamischen Replikationsportfolios, das sich sukzessive durch Hinzunahme von Anlagetranchen aufbaut.³⁹⁰ Abbildung 123 zeigt die Performance des Benchmarkportfolios, die genaue Zusammensetzung findet sich in Anhang 3.

³⁸⁹ Bei rationalem Verhalten des Darlehensnehmers wird jedes Darlehn des Musterportfolios gekündigt, sodass die Laufzeit der Darlehn im Musterportfolio de facto ebenfalls nach zehn Jahren endet.

³⁹⁰ Vgl. Rolfes, B. (2008), S. 415 f.

	04-95	04-96	04-97	04-98	04-99	04-00	04-01	04-02	04-03	04-04
Zinsüberschuss		2	7	10	10	16	8	7	15	28
Barwert RZS	0	44	163	313	693	148	208	229	822	793
Anlage ZÜ VP			34	117	220	350	511	593	760	1.007
Vermögen	0	47	205	440	923	515	727	829	1.598	1.827
Anlage Vermögen VP		0	48	212	457	947	537	760	860	1.636
ZBP	0	47	157	228	466	-432	189	69	738	191

	04-05	04-06	04-07	04-08	04-09	04-10	04-11	04-12	04-13	04-14
Zinsüberschuss	32	28	15	5	5	20	17	10	9	4
Barwert RZS	1.003	495	204	168	420	416	220	146	51	0
Anlage ZÜ VP	1.373	1.742	2.072	2.273	2.391	2.532	2.748	2.913	3.010	3.068
Vermögen	2.408	2.265	2.291	2.446	2.816	2.968	2.985	3.069	3.070	3.073
Anlage Vermögen VP	1.867	2.459	2.337	2.386	2.542	2.843	2.982	3.029	3.070	3.071
ZBP	541	-194	-46	60	273	124	3	40	0	2

Abbildung 123: Performance des Benchmarkportfolios

Innerhalb des betrachteten Zeitraums ist die Performance des Benchmarkportfolios insgesamt positiv. Lediglich in drei Perioden stellt sich eine negative Performance ein. Vergleicht man die Performance des Musterportfolios zunächst mit dem Benchmarkportfolio, ist eine deutliche Überperformance des Musterportfolios festzustellen. Dies zeigt sich zum einen im Vermögenswert am Ende des Betrachtungshorizonts. Während das Benchmarkportfolio ein Vermögen von 3.073 generiert (Abbildung 123), beläuft sich das Vermögen des Musterportfolios auf 3.473 (Abbildung 122), es liegt also 13% höher. Auch in der Mehrzahl der Einzelperioden liegt das Musterportfolio besser als die Benchmark (siehe Abbildung 125), lediglich in drei Perioden wird eine geringere Performance erzielt.

Gegenüber der Variante „Musterportfolio ohne Kündigungsrechte“ (Abbildung 124) schneidet das Musterportfolio hingegen deutlich schlechter ab. Das Endvermögen der Variante „Musterportfolio ohne Kündigungsrechte“ liegt bei immerhin 5.979 (Abbildung 124) und damit 72% höher als beim Musterportfolio (Abbildung 122). Zwar erzielt die Variante „Musterportfolio ohne Kündigungsrechte“ in immerhin sechs Perioden eine schlechtere Performance als das Musterportfolio, in den übrigen Perioden ist die Performance allerdings meist deutlich höher (siehe Abbildung 125).

	04-95	04-96	04-97	04-98	04-99	04-00	04-01	04-02	04-03	04-04
Zinsüberschuss		3	8	11	11	18	10	10	18	31
Barwert RZS	0	41	165	456	919	278	370	385	1.125	1.146
Anlage ZÜ VP			38	129	245	391	573	681	877	1.156
Vermögen	0	44	212	596	1.174	687	953	1.076	2.020	2.333
Anlage Vermögen VP		41	45	219	620	1.205	717	998	1.116	2.068
ZBP	0	3	166	378	555	-518	236	78	904	264
	04-05	04-06	04-07	04-08	04-09	04-10	04-11	04-12	04-13	04-14
Zinsüberschuss	36	36	26	16	18	47	45	31	36	31
Barwert RZS	1.897	1.237	855	762	1.417	1.596	1.127	1.471	1.216	848
Anlage ZÜ VP	1.560	1.968	2.396	2.720	2.967	3.293	3.847	4.332	4.726	5.100
Vermögen	3.493	3.241	3.276	3.498	4.402	4.936	5.020	5.834	5.977	5.979
Anlage Vermögen VP	2.383	3.566	3.344	3.412	3.636	4.445	4.960	5.093	5.837	5.978
ZBP	1.109	-325	-68	86	765	491	60	742	140	1

Abbildung 124: Performance der Alternative „Musterportfolio ohne Kündigungsrechte“

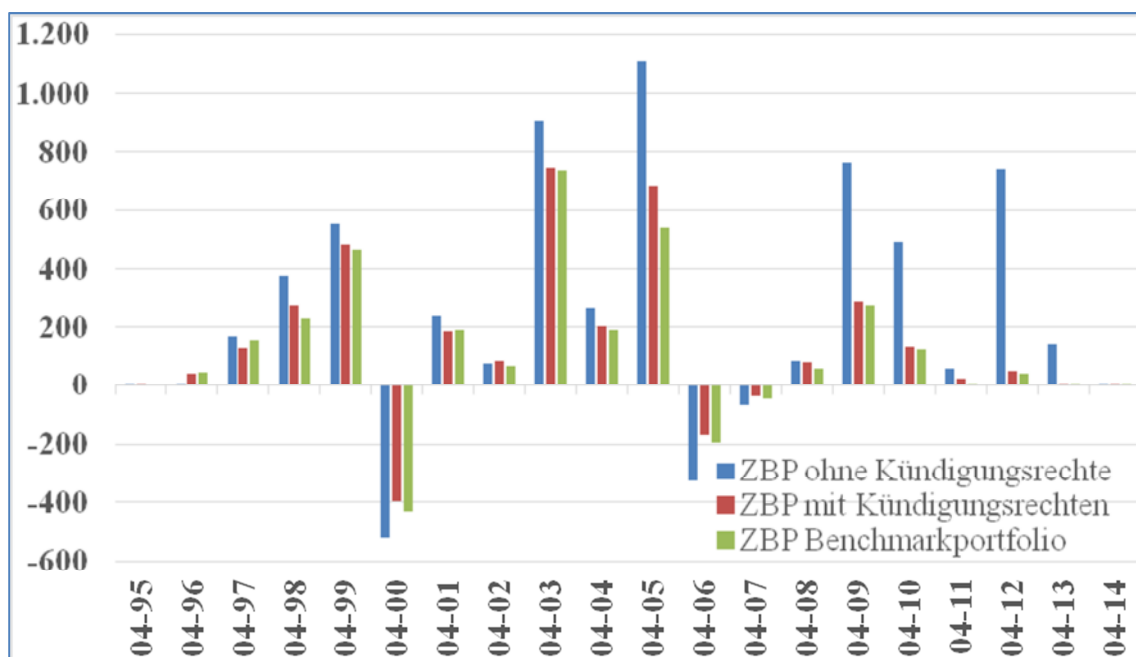


Abbildung 125: Performancevergleich der Portfolios

Die Zinsbuchstrategie, basierend auf dem Musterportfolio ohne eine Absicherung der Kündigungsrechte hat sich im Vergleich zur Benchmark als erfolgreich erwiesen. Sie wäre aber noch erfolgreicher gewesen, wenn die Kündigungsrechte vollständig abgesichert gewesen wären. Allerdings kann eine höhere Performance nur durch das Eingehen höherer Risiken erkauft werden. Eine Übertragbarkeit dieser Ergebnisse auf

die Zukunft ist somit keineswegs gegeben, insbesondere in einem Marktumfeld steigender Zinssätze über einen längeren Zeitraum hätten sich vollkommen unterschiedliche Ergebnisse ergeben.

3.4 Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick

Im Verlauf dieser Arbeit wurde zunächst gezeigt, welche Risiken den Kreditinstituten durch die Existenz von Kündigungsrechten im Kreditgeschäft entstehen, insbesondere in einem Marktumfeld mit fallenden Zinsen. Die Wesentlichkeit der Kündigungsrechte hängt vor allem davon ab, ob der Kunde bei Ausübung des Kündigungsrechts eine Vorfälligkeitsentschädigung zu leisten hat oder nicht.

Die außerordentlichen gesetzlichen Kündigungsrechte stellen daher eine nur geringe Bedrohung dar, da diese mit der durch den Kreditnehmer zu leistenden Vorfälligkeitsentschädigung abgegolten werden. Wie gezeigt werden konnte, führen die gesetzlichen Regelungen zur Ermittlung der Vorfälligkeitsentschädigung aber nicht unbedingt zum gleichen Ergebnis wie die ökonomische Schadensermittlung durch die Bank. Ein systematischer Unterschied ergibt sich hierbei durch die individuellen Refinanzierungsbedingungen der Bank, im Vergleich zu der gesetzlich vorgegebenen Bewertungszinskurve. Ein im Schrifttum bislang noch nicht beleuchteter Aspekt ergibt sich aus der Definition der geschützten Zinserwartung. Diese stellt einen Vorteil für die kreditgebende Bank dar, da der Gesetzgeber den Privatkunden eines Teils seines Optionsrechts beraubt, indem er Kündigungsrechte in der Zukunft nur vollständig oder überhaupt nicht in die Ermittlung der Vorfälligkeitsentschädigung einbeziehen lässt, anstatt eine Bewertung des Optionsrechts auf Basis des jeweiligen Marktzinsniveaus vorzusehen.

Für die Zukunft zeichnen sich durch das Inkrafttreten der Neufassung der Verbraucherkreditrichtlinie vom 11.06.2010 weitere Abweichungen zur ökonomischen Bewertung ab, die für zukünftige Darlehensablösungen von Bedeutung sein werden. So gilt für Darlehen, die ab dem 11.06.2010 abgeschlossen wurden, eine Obergrenze in der Berechnung der Vorfälligkeitsentschädigung, sofern es sich hierbei nicht um grundpfandrechtlich besicherte Darlehen handelt.³⁹¹ Eine Differenzierung von

³⁹¹ §§ 502 f. BGB, BGB (2012).

ökonomischer Bewertung und Ermittlung der Vorfälligkeitsentschädigung wird daher weitere Relevanz erhalten.

Die größte ökonomische Wirkung der Kündigungsrechte hat das gesetzliche Recht zur vollständigen oder teilweisen Ablösung nach § 489, I, Nr. 3 BGB, da dieses zum einen nicht durch den Kreditgeber einzuschränken ist und zum anderen ohne Zahlung einer Vorfälligkeitsentschädigung auszuüben ist. Bei den vertraglichen Kündigungsrechten hat das Recht zur laufenden Sondertilgung die größte Bedeutung. Beiden Rechten ist gemein, dass ihr Risikogehalt vom zukünftigen Zinsniveau abhängig ist, einer Größe also, die bei Geschäftsabschluss nicht bekannt ist und daher modelliert werden muss.

Eine Bewertung dieser Rechte und Einpreisung in die Kundenkondition erfolgt in der Praxis häufig nicht. Dies wird sich aber zumindest durch die Bestimmungen der MaRisk in Zukunft ändern müssen. Über die aufsichtsrechtlichen Anforderungen hinaus sollte jede Bank aber auch ein eigenes Interesse daran haben, diese Risiken zu quantifizieren und in der Konditionsfindung zu berücksichtigen. Die Bewertung der Kündigungsrechte kann durch Optionspreismodelle erfolgen, von denen das Black76-Modell nach wie vor von großer Praxisrelevanz ist.

Methodisch überlegen sind dem Black76-Modell die sogenannten Zinsstrukturmodelle, von denen das Hull-White-Modell für die im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Fälle als am besten geeignet beurteilt wurde. Neben einer ausführlichen Beschreibung zur Parametrisierung dieses Modells wurde in dieser Arbeit entwickelt, wie dieses Modell auf die Verwendung von Kuponzinssätzen übertragen werden kann, da diese in der Bankpraxis üblicherweise den Zerobondrenditen vorgezogen werden.

Ein wesentlicher Nachteil sowohl des Black76-Modells als auch des Hull-White-Modells besteht darin, dass sie von vollkommenen Kapitalmärkten ausgehen, insbesondere von gleichen Refinanzierungsbedingungen aller Marktteilnehmer. Das dies im Privatkundengeschäft der Banken nicht gelten kann, ist zwar intuitiv einleuchtend, wurde aber erstmalig in der Arbeit von Gramatke³⁹² in die Berechnung der Optionspreise einbezogen. Eine wichtige Erweiterung des Modells von Gramatke

³⁹² Vgl. Gramatke, W. C. (2011).

konnte in dieser Arbeit durch die zusätzliche Berücksichtigung einer Geldanlagekurve bei der Optionspreisermittlung erzielt werden. Diese Erweiterung ist insofern relevant, als dass in den Fällen, in denen der Kunde eigene Ersparnisse zumindest teilweise zur Darlehenskündigung einsetzt, sich sein Entscheidungskalkül von seinen Refinanzierungsbedingungen auf seine Möglichkeiten zur Geldanlage verlagert. Dass dies einen erheblichen Einfluss auf die Ermittlung des Optionspreises haben kann, wurde anhand von Beispielen gezeigt. Um zu ermitteln, welche Ersparnisse dem Kunden in der Zukunft zur Verfügung stehen können, wurde ein einfaches Prognosemodell vorgestellt.

Eine weitere Schwäche von Optionspreismodellen ist, dass sie für die Prognose des Zinsniveaus in der Zukunft Forward-Rates unterstellen. Zwar gibt es nach wie vor kein geeigneteres Verfahren zur Erwartungsbildung bei Zinssätzen. Wie aber in einer langen Zeitreihe gezeigt werden konnte, überschätzten die Forward-Rates in der Vergangenheit das zukünftige Zinsniveau massiv. Da die in Darlehensverträgen enthaltenen Kündigungsrechte bei sinkendem Zinsniveau im Wert steigen, stellt die Überschätzung des Zinsniveaus durch den wesentlichen Kalkulationsparameter der Optionsmodelle, nämlich die Trendkomponente, ein wesentliches Methodenrisiko dar.

Die bisherigen wissenschaftlichen Untersuchungen haben sich vor allem mit der Prognosegüte der Forward-Rates beschäftigt, Untersuchungen und Zeitreihen über die Auswirkungen auf die Preise impliziter Optionen in langfristigen Darlehensgeschäften gab es bislang hingegen nicht in dem hier vorgestellten Umfang. Durch die Aktualität der Untersuchungsergebnisse konnte zudem der beschleunigte Zinsniveauperfall seit Ausbruch der Finanzkrise berücksichtigt werden.

Der Vergleich historisch ermittelter Optionspreise mit den tatsächlichen Auszahlungsprofilen hat über einen langen Zeitraum gezeigt, dass die Risiken aus Kündigungsrechten um ein Vielfaches unterschätzt wurden.

Die aufgezeigten Effekte haben für die Banksteuerung zwei wichtige Auswirkungen. Zum einen kann die Verrechnung der Kosten aus Kündigungsrechten nicht, wie in der bestehenden Literatur, analog der Verrechnung von Standardrisikokosten oder Standardstückkosten erfolgen. Es wurde daher ein neues Verfahren zur innerbetrieblichen Ergebnisverrechnung vorgestellt, das diesem Sachverhalt Rechnung trägt und aus Sicht des Gesamtbankergebnisses die richtigen Steuerungsimpulse sendet.

Zum anderen ist im Rahmen der Zinsbuchsteuerung auf die Effekte aus Darlehenskündigung ein besonderes Augenmerk zu lenken. Eine Einpreisung der kalkulierten Optionspreise in die Kundenkondition wäre in der Vergangenheit bei Weitem nicht ausreichend gewesen, um die tatsächlichen Schäden aus Darlehenskündigung auszugleichen. Bei der Steuerung der Zinsbuchperformance sind die Effekte aus Kündigungsrechten daher explizit zu berücksichtigen. Wie die Kündigungsrechte in die Messung der Zinsbuchperformance eingebunden werden können, wurde zum Abschluss dieser Arbeit gezeigt.

Als eine Möglichkeit zur Verringerung der Risiken aus Kündigungsrechten wurde aufgezeigt, eine positive Fristentransformation einzugehen, da hierdurch die potenziellen Kapitalmarktschäden verringert werden. Eine andere Möglichkeit ist das Schließen der Kundenoptionen durch gegenläufige Kapitalmarktoptionen.

Aufgrund ihrer Komplexität konnten die Besonderheiten bei Kündigungsrechten im Privatkundengeschäft letztlich nur ansatzweise berücksichtigt und in Modellerweiterungen umgesetzt werden, sodass sich auf diesem Gebiet viele Ansätze für weitere Forschungen ergeben. Sowohl für die Ableitung der Zinskurven als auch für den Prognoseansatz der Ersparnisbildung wurden bewusst einfach gehaltene Ansätze gewählt, da es im Kern dieser Arbeit nicht um die Parametrisierung geeigneter Bewertungsmodelle geht, sondern darum, die Notwendigkeit und die Konsequenzen der Verwendung alternativer Bewertungsansätze aufzuzeigen und diese in der Optionspreisermittlung zu berücksichtigen. Hieraus ergibt sich ein großes Potenzial für weitere Forschungsarbeit, beispielsweise zur exakteren Ableitung unterschiedlicher Marktzinssätze, zur Prognose der Ersparnisbildung und der Einflussfaktoren auf die Ausübung laufender Sondertilgungsrechte. Auch wurde in der vorliegenden Arbeit weiterhin vom Rationalverhalten der Kunden in Bezug auf seine Refinanzierungs- und Anlagebedingungen ausgegangen. Weitere Einflussfaktoren auf eine Darlehensablösung wurden außen vor gelassen.

Offen geblieben ist auch, wie die Absicherung des Risikos aus Kündigungsrechten in der Zinsbuchsteuerung erfolgen kann. Aufgrund der Vielzahl kleiner Optionen sind einzelgeschäftsbezogene Absicherungen hier nicht praxistauglich. Vielmehr wäre ein Verfahren zu entwickeln, das eine Bündelung von Optionen ermöglicht, ähnlich des Cash-Flow-Mappings, um auf dieser Basis einige wenige Globalabsicherungen abzuschließen.

Literaturverzeichnis

Adam, D. / Hering, T. / Johanwille, U.: Analyse der Prognosequalität impliziter Terminzinssätze, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 1995, S. 1405-1422.

Berger, K. P.: Münchner Kommentar zum Bürgerlichen Gesetzbuch, Band 3, 4. Auflage, München 2004.

Beck, A. / Paeßens, H. / Schmitt, B. / Sievi, C. (2001): Eine systematische Analyse über implizite Optionen im Retailbanking, In: Betriebswirtschaftliche Blätter 01/2001. URL: http://www.dr-sievi.de/fileadmin/downloads/aufsaeetze/Implizite_Optionen.pdf, Abruf am 19.02.2013.

Bill, S. : Risiken durch Sonderkündigungsrechte - Untersuchung von impliziten Optionen und deren Ausübung im Retail-Banking -, Stuttgart 2006.

Bitz, M. / Stark, G.: Finanzdienstleistungen, 8. Auflage, München 2008.

Black, F. / Scholes, M.: The Pricing of Options and Corporate Liabilities, in: Journal of Political Economy, 1973, S. 637-659.

Black, F.: The pricing of commodity contracts, in: Journal of Financial Economics, 3, 1976, S. 167-179.

Bloss, M. / Ernst, D. / Häcker, J. / Sörensen, D.: Financial Engineering, München 2011.

Bloss, M. / Ernst, D.: Derivate – Handbuch für Finanzintermediäre und Investoren -, München 2008.

Borchert, M.: Geld und Kredit, 8. Auflage, München 2003.

Bosch, K.: Elementare Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung, 11. Auflage, Wiesbaden 2011.

Bösch, M.: Derivate: Verstehen, anwenden und bewerten, 2. Auflage, München 2012.

Boudoukh, J. / Richardson, M. / Whitelaw, R.: The Information in Long-Maturity Forward Rates: Implications for Exchange Rates and the Forward Premium Anomaly, National Bureau of Economic Research, Working Paper 11840, 2005.

Brace, A. / Gatarek, D. / Musiela, M.: The Market Model of Interest Rate Dynamics, in: Mathematical Finance, 7, Nr. 2 1997, S. 127-155.

Branger, N. / Schlag, C.: Zinsderivate - Modelle und Bewertung, Berlin 2004.

Brealy, R. A. / Myers, S. C.: Principles of Corporate Finance, 9. Auflage, Singapore 2008.

Brennan, M. J. / Schwartz, E. S.: A Continuous Time Approach to the Pricing of Bonds, in: Journal of Banking and Finance, 3, 1979, S. 133-155.

Bruchner, H. in Schimansky/Bunte/Lwowski: Bankrechts-Handbuch, Band I, §78-79, 3. Auflage, München 2007.

Bücker, R. : Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler, 6. Auflage, Berlin 2003.

Büschgen, H. E. / Börner, C. J.: Bankbetriebslehre, 4. Auflage, Stuttgart 2003.

Campbell, J. Y. / Shiller, R. R.: Cointegration and tests of present value models, *Journal of Political Economy*, 95, 1987, S. 1062-1088.

Copeland, T. E. / Weston, J. F. / Shastri, K.: *Finanzierungstheorie und Unternehmenspolitik*, 4. Auflage, München u.a. 2008.

Cox, J. C. / Ingersoll, J. E. / Ross, S. A.: A Theory of the Term Structure of Interest Rates, in: *Econometrica* 53, Nr. 2, Mrz. 1985, S. 385-407.

Cox, J. C. / Ross, S. A. / Rubinstein, M.: Option Pricing: A simplified approach, in: *Journal of Financial Economics*, 7, 1979, S. 229-263.

Creal, D. D. / Wu, J. C.: *Term Structure of Interest Rate Volatility and Macroeconomic Uncertainty*, 2014.

Deutsch, H.-P. / Beinkler, M.: *Derivate und Interne Modelle – Modernes Risikomanagement* -, 5. Auflage, Stuttgart 2014.

Deutsche Bundesbank: *Schätzung von Zinsstrukturkurven*, Monatsbericht Oktober 1997.

Diamond, D. W.: Financial Intermediation and Delegated Monitoring, in: *Review of Economic Studies*, 1984, S. 393-414.

Dübel, H.-J. / Köndgen, J.: *Die vorfällige Tilgung in den europäischen Rechtsordnungen in: Die vorzeitige Rückzahlung von Festzinskrediten in Europa*, Frankfurt a.M. 2006.

Ender, M. / Jacob, P.: Implizite Optionen in der Risikomessung und Steuerung: Optionsmapping-Ansatz, in: gi Geldinstitute, 05.2008, S. 32-37.

Falter, M.: Die Praxis des Kreditgeschäfts, 18. Auflage, Stuttgart 2009.

Fama, E. F. / Bliss, R. R.: The Information in Long-Maturity Forward Rates, in: The American Economic Review, Vol. 77, 1987, S. 680-692.

Fama, E. F.: The Behavior of Interest Rates, The Review of Financial Studies, Vol. 19, 2006, S. 359-379.

Franke, G. / Hax, H.: Finanzwirtschaft des Unternehmens und Kapitalmarkt, 6. Auflage, Berlin 2009.

Gramatke, W. C.: Kalkulation von impliziten Optionsrechten des Kunden in der privaten Wohnungsbaufinanzierung, Frankfurt a.M. 2011.

Gramatke, W. C.: Bewertungs von Kündigungsrechten in der privaten Wohnungsbaufinanzierung – Über den separaten Ausweis von Margen- und Kursschäden, in: zfbf 66, 02.2014, S. 3-36.

Häcki, T. (2009): Das Marktpreisrisiko fließt ins Kreditgeschäft, in: Die Bank, Nr. 2, 2009.

Hartmann-Wendels, T. / Pfingsten, A. / Weber, M.: Bankbetriebslehre, 5. Auflage, Heidelberg u.a. 2010.

Hartung, J. / Ipelt, B. / Klösener, K.-H. : Statistik - Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik -, 14. Auflage, München 2005.

Heath, D. / Jarrow, R. / Morton, A.: Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology for Contingent Claims Valuation, in: *Econometrica* 1, 1992, S. 77-105.

Henking, A. / Bluhm, C. / Fahrmeir, L.: Kreditrisikomessung, Heidelberg 2006.

Ho, T. S. Y. / Lee, S.-B.: Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims, in: *Journal of Finance*, 41, Dez. 1986, S. 1011 -1029.

Hofmann, M. : Management von Refinanzierungsrisiken in Kreditinstituten, Wiesbaden 2009.

Hopt, K. / Mülbert, P. O.: Die Darlehenskündigung nach §609a BGB - Eine Bilanz der ersten drei Jahre -, in: *WM Wertpapier Mitteilungen*, Sonderbeilage Nr. 3, 1990, S. 1-20.

Hull, J. C. / White, A.: Numerical Procedures for Implementing Term Structure Models: Single Factor Models, in: *Journal of Derivatives*, 2, 1, Herbst 1994, S. 7-16.

Hull, J. C. / White, A.: Pricing Interest-Rate Derivative Securities, in: *Review of Financial Studies* 3, 1990, S. 573-592.

Hull, J. C. / White, A.: The General Hull-White Model and Supercalibration, in: *Financial Analysts Journal*, Nr. 6, 2001, S. 34-43.

Hull, J. C.: Optionen, Futures und andere Derivate, 7. Auflage, München 2009.

Hull, J. C.: Options, Futures and other Derivatives, 6. Auflage, New Jersey 2006.

Jamshidian, F.: LIBOR and Swap Market Models and Measures, in: Finance and Stochastics 1(4), 1998, S. 293-330.

Jardet, C.: Why did the term structure of interest rates lose its predictive power? , Economic Modelling, 21, 2004, S. 509-524.

Keynes, J. M.: The General Theory of Employment, Interest and Money, London 1936.

Kirmße, S.: Die Bepreisung und Steuerung von Ausfallrisiken im Firmenkundengeschäft der Kreditinstitute, Frankfurt a. M. 1996.

Kirmße, S.: Die Mobilisierung von Kreditgeschäften als Instrument bankpolitischer Entscheidungen, Frankfurt a.M. 2002.

Knobs, K.-O. : „Nichtabnahme und Vorfälligkeitsentschädigung“, in Derleder, Knobs, Bamberger (Hrsg.): Handbuch zum deutschen und europäischen Bankrecht, Berlin 2009.

Kruschwitz, L. / Husmann, S.: Finanzierung und Investition, 6. Auflage, München 2010.

Kruschwitz, L. / Schöbel, R.: Eine Einführung in die Optionspreistheorie I-III, in: WISU, Ausgaben 2-4, 1984, S. 68-72, 116-121, 171-176.

Kruse, S.: Aktien-, Zins- und Währungsderivate, Wiesbaden 2014.

Lüscher-Marty, M.: Theorie und Praxis des Bankkredits: Grundlagen und Privatkundenkredite, Band 1, 3. Auflage, Zürich 2010.

Meggison, W. L.: Corporate Finance Theory, Reading 1997.

Menninghaus, W. : Barwertige Zinsbuchsteuerung, in: Schierenbeck, H. / Rolfes, B. / Schüller, S.: Handbuch Bankcontrolling, 2. Auflage, Wiesbaden 2001, S. 1147-1160.

Merk, A.: Optionsbewertung in Theorie und Praxis – Theoretische und empirische Überprüfung des Black/Scholes-Modells-, 1. Auflage, Wiesbaden 2011.

Meyer zu Selhausen, H.: Interne Leistungsverrechnung in der Profit-Center-Rechnung, in: Schierenbeck, H. / Rolfes, B. / Schüller, S.: Handbuch Bankcontrolling, 2. Auflage, Wiesbaden 2001, S. 315-330.

Miltersen, K. R. / Sandmann, K. / Sondermann, D. (1997): Closed Form Solutions for Term Structure Derivatives with Log-normal Interest Rates, in: Journal of Finance, 52, 1997, S. 409-430.

Modigliani, F. / Brumberg, H.: Utility analysis and the consumption function: an interpretation of cross-section data, in: Post-Keynesian Economics, New Brunswick, NJ 1954, S. 388-436.

Neftci, S. N.: An Introduction to the Mathematics of Financial Derivatives, San Diego 2000.

Paul, S. / Schwarz, M.: Die Einzelgeschäftskalkulation als Nukleus der Banksteuerung, in: Rolfes, B. (Hrsg.): Herausforderung Bankmanagement – Entwicklungslinien und Steuerungsansätze, Frankfurt a.M. 2006, S. 491-508.

Perridon, L. / Steiner, M. / Rathgeber, A.: Finanzwirtschaft der Unternehmung, 16. Auflage, München 2012.

Pfingsten, A. / Homölle, S.: Implizite zukünftige Zinsstrukturen, in: Schierenbeck, H. / Rolfes, B. / Schüller, S.: Handbuch Bankcontrolling, 2. Auflage, Wiesbaden 2001, S. 259-270.

Picker, M.: Strategische Fristen- und Währungstransformation – Analyse der Erfolgs- und Risikotreiber, Frankfurt a. M. 2012.

Pohl, M.: Das Liquiditätsrisiko in Banken, Frankfurt a. M. 2008.

Reifner, U.: Die Höhe der Entschädigung bei vorfälliger Tilgung von Immobiliarkrediten, in: Zeitschrift für Wirtschaft und Bankrecht Heft 38, 2009.

Reifner, U.: Schadensbegriff und Berechnung der Vorfälligkeitsentschädigung beim Hypothekenkredit, in: NJW Heft 45, 1995.

Reitz, S. / Schwarz, W. / Martin, M. R. W.: Zinsderivate - Eine Einführung in Produkte, Bewertung, Risiken -, Wiesbaden 2004.

Rennert, G.: Praxisleitfaden Immobilienanschaffung und Immobilienfinanzierung, Heidelberg u.a. 2012.

Rietmann, F.: Bewertung von impliziten Optionen in Bausparverträgen, Frankfurt a. M., 2005.

Rinker, A.: Anreizsysteme in Kreditinstituten, Frankfurt a.M. 1997.

Rolfes, B.: Moderne Investitionsrechnung, 3. Auflage, München 2003.

Rolfes, B.: Gesamtbanksteuerung, 2. Auflage, Stuttgart 2008.

Rösler, P. / Wimmer, K. / Lang, V.: Vorzeitige Beendigung von Darlehensverträgen – Vorfälligkeitsentschädigung und Nichtabnahmeentschädigung aus juristischer und finanzmathematischer Sicht -, München 2003.

Rudolf, M.: Zinsstrukturmodelle, Heidelberg 2000.

Russell, S.: Understanding the Term Structure of Interest Rates: The Expectations Theory, Federal Reserve Bank of St. Louis Review, Vol. 74, 1992, S. 36-50.

Schierenbeck, H. / Rolfes, B.: Entscheidungsorientierte Margenkalkulation, Frankfurt a.M. 1988.

Schierenbeck, H.: Ertragsorientiertes Bankmanagement, Band 1: Grundlagen, Marktzinsmethode und Rentabilitäts-Controlling, 8. Auflage, Wiesbaden 2003.

Schierenbeck, H.: Ertragsorientiertes Bankmanagement, Band 2: Risiko-Controlling und integrierte Rendite-/Risikosteuerung, 9. Auflage, Wiesbaden 2008.

Schwintowski, H.-P. / Schäfer, F. A.: Bankrecht, 3. Auflage, Köln 2011.

Shiller, R. J. / Campbell, J. Y. / Schoenholtz, K. L.: Forward Rates and Future Policy: Interpreting the Term Structure of Interest Rates, Brookings Papers on Economic Activity, No. 1, 1983, S. 173-223.

Steiner, M. / Bruns, C.: Wertpapier-Management, 7. Auflage, Stuttgart 2000.

Stiglitz, J. E. / Walsh, C. E.: Mikroökonomie, 4. Auflage, München 2010.

Sutton, G. D.: A Defence of the Expectations Theory as a Model of US Long-Term Interest Rates, Bank for International Settlements, Working Paper 85, 2000.

Tolkmitt, V.: Neue Bankbetriebslehre: Basiswissen zu Finanzprodukten und Finanzdienstleistungen, 2. Auflage, Wiesbaden 2007.

Vasicek, O. A.: An Equilibrium Characterization of the Term Structure, in: Journal of Financial Economics, 5, 1977, S. 177-188.

Wiedemann, A.: Bewertung von Finanzinstrumenten, 5. Auflage, Frankfurt a. M. 2009.

Wimmer, K. : Moderne Bankkalkulation, 4. Auflage, Stuttgart 2013.

Wimmer, K.: Barwertige Steuerung des Unternehmenserfolgs, in: Riekeberg, M. / Utz, . R. (Hrsg.): Strategische Gesamtbanksteuerung, Stuttgart 2009, S. 324-349.

Wimmer, K. / Rösler, P.: Vorfälligkeitsentschädigung bei vorzeitiger Beendigung von Darlehensverträgen - Bewertung aktueller Fragen aus rechtlicher und finanzmathematischer Sicht -, in: WM Wertpapier Mitteilungen, Nr. 40, 2005.

Wohltmann, H. W.: Grundzüge der makroökonomischen Theorie - Totalanalyse geschlossener und offener Volkswirtschaften - , 6. Auflage, München 2012.

Wood, J. H.: The Expectations Hypothesis, the Yield Curve, and Monetary Policy, The Quaterly Journal of Economics, Vol. 78, 1964, S. 457-470.

Zeranski, S.: Gesamtbanksteuerung in der Praxis, Heidelberg 2014.

Verzeichnis der Gesetze, Verordnungen, Richtlinien und Rechtsprechung

AGB (2012): Allgemeine Geschäftsbedingungen (AGB) der privaten Banken (Stand: Mai 2012) zwischen Kunde und Bank. URL: <http://bankenverband.de/downloads/072012/agb-banken-deutsch-ab-05-2012.pdf>, Abruf am 20.02.2013

BGB (2012): Bürgerliches Gesetzbuch in der Fassung der Bekanntmachung vom 2. Januar 2002 (BGBl. I S.42, 2909; 2003 I S. 738), das zuletzt durch Artikel 1 des Gesetzes vom 20. Dezember 2012 (BGBl. I S. 2749) geändert worden ist.

BGH (2004): Urteil vom 30.11.2004 - XI ZR 285/03: Zur Frage der Berechnung der Vorfalligkeitsentschädigung, in: WM Wertpapiermitteilungen, Nr. 7, 2005.

EStG (2013): Einkommensteuergesetz in der Fassung der Bekanntmachung vom 8. Oktober 2009 (BGBl. I S. 3366, 3862), das durch Artikel 2 des Gesetzes vom 21. März 2013 (BGBl. I S. 556) geändert worden ist.

Finanzagentur (2013): Emissionsbedingungen Bundesschatzbriefe. In: Bunderepublik Deutschland – Finanzagentur GmbH. URL: http://www.deutsche-finanzagentur.de/fileadmin/Material_Deutsche_Finanzagentur/Handmappe/2012_09/B_1.pdf, Abruf am 20.02.2013.

MaRisk (2012a): Mindestanforderungen an das Risikomanagement, Rundschreiben 10/2012 (BA) vom 14.12.2012

MaRisk (2012b): Anlage 1: Erläuterungen zu den MaRisk in der Fassung vom 14.12.2012, Rundschreiben 10/2012 (BA) vom 14.12.2012

SolZG (1992): Solidaritätszuschlaggesetz vom 24. Juni 1991 (BGBl. I S. 1318), das durch Artikel 19 des Gesetzes vom 25. Februar 1992 (BGBl. I S. 297) geändert worden ist.

Verzeichnis sonstiger Quellen

Bundesbank.de (2015): Makroökonomische Zeitreihen. URL:

http://www.bundesbank.de/Navigation/DE/Statistiken/Zeitreihen_Datenbanken/Makrooekonomische_Zeitreihen/makrooekonomische_zeitreihen_node.html, Zeitreihe:

BBK01.WU8612, Abruf am 01.03.2015.

Bundesbank.de (2014b): Makroökonomische Zeitreihen. URL:

http://www.bundesbank.de/Navigation/DE/Statistiken/Zeitreihen_Datenbanken/Makrooekonomische_Zeitreihen/makrooekonomische_zeitreihen_node.html, Zeitreihen:

BBK01.WZ9808-9826, BBK01.WZ3431-3439, Abruf am 03.06.2014.

Bundesbank.de (2014c): Makroökonomische Zeitreihen. URL:

http://www.bundesbank.de/Redaktion/DE/Standardartikel/Bundesbank/Zinssaetze/ezb_zinssatz.html?startpageId=Startseite-

[DE&startpageAreaId=Marginalspalte&startpageLinkName=ezb_zinssatz+79346](http://www.bundesbank.de/Redaktion/DE/Standardartikel/Bundesbank/Zinssaetze/ezb_zinssatz.html?startpageId=Startseite-DE&startpageAreaId=Marginalspalte&startpageLinkName=ezb_zinssatz+79346), Abruf am 29.10.2014.

Bundesbank.de (2012a): Makroökonomische Zeitreihen. URL:

http://www.bundesbank.de/Navigation/DE/Statistiken/Zeitreihen_Datenbanken/Makrooekonomische_Zeitreihen/makrooekonomische_zeitreihen_node.html, Zeitreihe:

BBK01.WT4612, Abruf am 28.09.2012

Bundesbank.de (2012b): Makroökonomische Zeitreihen. URL:

http://www.bundesbank.de/Navigation/DE/Statistiken/Zeitreihen_Datenbanken/Makrooekonomische_Zeitreihen/makrooekonomische_zeitreihen_node.html, Zeitreihe:

BBK01.SU0529, Abruf am 28.09.2012

Bundesbank.de (2012c): Makroökonomische Zeitreihen. URL:
http://www.bundesbank.de/Navigation/DE/Statistiken/Zeitreihen_Datenbanken/Makrooekonomische_Zeitreihen/makrooekonomische_zeitreihen_node.html, Zeitreihe:
BBK01.SUD102, Abruf am 28.09.2012

Bundesbank.de (2012d): Makroökonomische Zeitreihen. URL:
http://www.bundesbank.de/Navigation/DE/Statistiken/Zeitreihen_Datenbanken/Makrooekonomische_Zeitreihen/makrooekonomische_zeitreihen_node.html, Zeitreihe:
BBK01.SU0316, Abruf am 28.09.2012

Bundesbank.de (2012e): Makroökonomische Zeitreihen. URL:
http://www.bundesbank.de/Navigation/DE/Statistiken/Zeitreihen_Datenbanken/Makrooekonomische_Zeitreihen/makrooekonomische_zeitreihen_node.html, Zeitreihe:
BBK01.WZ9810, Abruf am 28.09.2012

Bundesbank.de (2012f): Makroökonomische Zeitreihen. URL:
http://www.bundesbank.de/Navigation/DE/Statistiken/Zeitreihen_Datenbanken/Makrooekonomische_Zeitreihen/makrooekonomische_zeitreihen_node.html, Zeitreihe:
BBK01.WZ9826, Abruf am 28.09.2012

Bundesbank.de (2012g): Makroökonomische Zeitreihen. URL:
http://www.bundesbank.de/Navigation/DE/Statistiken/Zeitreihen_Datenbanken/Makrooekonomische_Zeitreihen/makrooekonomische_zeitreihen_node.html, Zeitreihe:
BBK01.SU0542, Abruf am 28.09.2012

Bundesbank.de (2012h): Makroökonomische Zeitreihen. URL:
http://www.bundesbank.de/Navigation/DE/Statistiken/Zeitreihen_Datenbanken/Makrooekonomische_Zeitreihen/makrooekonomische_zeitreihen_node.html, Zeitreihe:
BBK01.SUD104, Abruf am 28.09.2012

Bundesbank.de (2012j): Makroökonomische Zeitreihen. URL:

http://www.bundesbank.de/Navigation/DE/Statistiken/Zeitreihen_Datenbanken/Makrooekonomische_Zeitreihen/makrooekonomische_zeitreihen_node.html, Zeitreihe:

BBK01.WZ9826, Abruf am 28.09.2012

Bundesbank.de (2012k): Makroökonomische Zeitreihen. URL:

http://www.bundesbank.de/Navigation/DE/Statistiken/Zeitreihen_Datenbanken/Makrooekonomische_Zeitreihen/makrooekonomische_zeitreihen_node.html, Zeitreihe:

BBK01.SU0046, Abruf am 28.09.2012

Bundesbank.de (2012l): Makroökonomische Zeitreihen. URL:

http://www.bundesbank.de/Navigation/DE/Statistiken/Zeitreihen_Datenbanken/Makrooekonomische_Zeitreihen/makrooekonomische_zeitreihen_node.html, Zeitreihe:

BBK01.SUD161, Abruf am 28.09.2012

euribor-rates.eu (2015a): Historische EONIA-Werte. URL: <http://de.euribor-rates.eu/eonia.asp>, Abruf am 01.03.2015.

euribor-rates.eu (2015b): Historische 3M-EURIBOR-Werte. URL: <http://de.euribor-rates.eu/euribor-zinssatz-3-monate.asp>, Abruf am 01.03.2015.

Comdirect.de (2015d): Informer – Marktüberblick mit comdirect. URL:

http://www.comdirect.de/inf/anleihen/detail/uebersicht.html?ID_NOTATION=122241993, Abruf am 01.03.2015.

Comdirect.de (2013): Informer – Marktüberblick mit comdirect. URL:

<http://www.comdirect.de/inf/index.html>, Abruf am 17.02.2013.

Finanzen.net (2015): Anleihen. URL: <http://www.finanzen.net/anleihen/113531-Bundesanleihen-Anleihe>, Abruf am 01.03.2015.

FMH.de (2012): Vergleichsrechner für Hypothekenzinsen. URL:
<http://hypotheken.fmh-rechner.de>, Abruf am 03.10.2012.

FMH.de (2014a): Vergleichsrechner für Hypothekenzinsen. URL:
<http://hypotheken.fmh.de/rechner/fmh2/top.aspx?id=8&zinsfestschreibung=10&gesamtkosten=500000&darlehen=500000&plz=46117&bauzustand=1&berufsgruppen=1>,
 Abruf am 13.06.2014.

FMH.de (2014b): Vergleichsrechner für Hypothekenzinsen. URL:
<http://hypotheken.fmh.de/rechner/fmh2/top.aspx?id=8&zinsfestschreibung=10&gesamtkosten=500000&darlehen=500000&plz=46117&bauzustand=1&berufsgruppen=1&sondertilgungen=2>, Abruf am 13.06.2014.

FMH.de (2014c): Vergleichsrechner für Hypothekenzinsen. URL:
<http://hypotheken.fmh.de/rechner/fmh2/top.aspx?id=8&zinsfestschreibung=10&gesamtkosten=500000&darlehen=500000&plz=46117&bauzustand=1&berufsgruppen=1&sondertilgungen=3>, Abruf am 13.06.2014.

o.V. (2001): Der japanische Patient benötigt mehr als nur Strukturreformen. In: Handelsblatt, 13.06.2001.

o.V. (2012a): Negativrenditen sind die neue Weltordnung. In: Die Welt, 17.07.2012.

o.V. (2012b): Baufinanzierungen: So billig war Baugeld noch nie. In: Focus Online, 16.07.2012. URL: http://www.focus.de/immobilien/finanzieren/baugeld-vergleich/baufinanzierung_aid_18735.html, Abruf am 18.02.2013.

o.V. (2012c): Geld verdienen per Kredit: Die verrückte neue Welt der Zinsen. In: Frankfurter Allgemeine Zeitung, 18.11.2012.

o.V. (2013): EU ebnet den Weg für die Finanztransaktionssteuer. In: tagesschau.de, 14.02.2013. URL:

<http://www.tagesschau.de/wirtschaft/finanztransaktionssteuer142.html>, Abruf am 22.02.2013.

o.V. (2014a): Banken verlangen Strafzinsen. In: Frankfurter Allgemeine Zeitung, 26.09.2014.

o.V. (2014b): Strafgeder für Anlagen: Negativzins auf Sparguthaben soll Ausnahme bleiben, In: Spiegel Online, 30.10.2014. URL:

<http://www.spiegel.de/wirtschaft/service/negativzinsen-skatbank-verlangt-geld-fuer-sparguthaben-a-1000268.html>, Abruf am 03.11.2014.

o.V. (2015): Baufinanzierung mit fehlerhafter Widerrufsbelehrung -

Nachträglich Tausende Euro sparen -, in: Finanztip, 12.01.2015. URL:

<http://www.finanztip.de/baufinanzierung/fehlerhafte-widerrufsbelehrung-darlehen/>, Abruf am 01.03.2015.

Pfandbrief. de (2012a): vdp-Kurve (Hypothekenpfandbrief). URL:

http://www.pfandbrief.de/cms/_internet.nsf/tindex/de_812.htm?OpenDocument&95795CD6E0B1F917C125754600391F81, Abruf am 28.09.2012.

Pfandbrief. de (2012b): vdp-Pfandbriefkurve (alt). URL:

http://www.pfandbrief.de/cms/_internet.nsf/tindex/de_814.htm?OpenDocument&5BBBA40E6A83BA30C1257558004A679B, Abruf am 28.09.2012.





















Anhang

A1: Vergleich von Baufinanzierungskonditionen mit und ohne Sondertilgungsrecht

Vorgaben





















Darlehensbetrag: 500 T€, Regeltilgung: 0,0%, Laufzeit: 10 Jahre

Top-30-Anbieter, jährliches Sondertilgungsvolumen: 0,0%³⁹³

Institut		Gebundener Sollzins	Effektiver Jahreszins	Monatliche Rate	Restschuld	Zum Angebot
Sparda-Bank West ▶		2,42 %	2,45 %	1.007,50 €	500.000 €	
Debeka Bausparkasse ▶		2,56 %	2,59 %	1.066,67 €	500.000 €	
Interhyp ▶		2,62 %	2,65 %	1.090,83 €	500.000 €	
comdirect bank ▶		2,62 %	2,65 %	1.090,83 €	500.000 €	
HypoVereinsbank ▶		2,79 %	2,83 %	1.162,50 €	500.000 €	
HypothekenDiscount ▶		2,79 %	2,83 %	1.162,50 €	500.000 €	
PSD Bank Rhein-Ruhr ▶		2,79 %	2,83 %	1.162,50 €	500.000 €	
Deutsche Bank ▶		3,04 %	3,08 %	1.266,67 €	500.633 €	
Enderlein ▶		3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
Creditweb ▶		3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
Dr. Klein ▶		3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
die hypotheke ▶		3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
ACCEDO ▶		3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
Santander Direkt Bank ▶		3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
MKIB Online ▶		3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
DTW-Immobilienfinanzierung ▶		3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
1822direkt ▶		3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
CosmosDirekt ▶		3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
ING-DiBa ▶		3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
my-baufinanzierung.de ▶		3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
Münchener Hypothekenbank ▶		3,22 %	3,27 %	1.341,67 €	500.000 €	
Santander Bank ▶		3,30 %	3,35 %	1.375,00 €	500.000 €	
Mittelwerte aus FMH-Datenbank:		3,02 %	3,07 %			




³⁹³ Vgl. FMH.de (2014a).

Top-30-Anbieter, jährliches Sondertilgungsvolumen: 5,0%³⁹⁴

Institut	Gebundener Sollzins	Effektiver Jahreszins	Monatliche Rate	Restschuld	Zum Angebot
Sparda-Bank West ▶	2,42 %	2,45 %	1.007,50 €	500.000 €	
Debeka Bausparkasse ▶	2,56 %	2,59 %	1.066,67 €	500.000 €	
Interhyp ▶	2,62 %	2,65 %	1.090,83 €	500.000 €	
comdirect bank ▶	2,62 %	2,65 %	1.090,83 €	500.000 €	
HypoVereinsbank ▶	2,79 %	2,83 %	1.162,50 €	500.000 €	
HypothesenDiscount ▶	2,79 %	2,83 %	1.162,50 €	500.000 €	
PSD Bank Rhein-Ruhr ▶	2,79 %	2,83 %	1.162,50 €	500.000 €	
Enderlein ▶ 	3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
Creditweb ▶	3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
Dr. Klein ▶	3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
die hypotheke ▶	3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
ACCEDO ▶	3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
Santander Direkt Bank ▶	3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
MKIB Online ▶	3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
DTW-Immobilienfinanzierung ▶ 	3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
1822direkt ▶	3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
CosmosDirekt ▶	3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
ING-DiBa ▶	3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
my-baufinanzierung.de ▶	3,05 %	3,09 %	1.270,83 €	500.000 €	
Deutsche Bank ▶	3,09 %	3,13 %	1.287,50 €	500.644 €	
Münchener Hypothekenbank ▶	3,26 %	3,31 %	1.358,33 €	500.000 €	
Santander Bank ▶	3,30 %	3,35 %	1.375,00 €	500.000 €	
Mittelwerte aus FMH-Datenbank:	3,04 %	3,08 %			

³⁹⁴ Vgl. FMH.de (2014b).

Anbieter, jährliches Sondertilgungsvolumen: 10,0%³⁹⁵

Institut	Gebundener Sollzins	Effektiver Jahreszins	Monatliche Rate	Restschuld	Zum Angebot
Debeka Bausparkasse ▶	2,56 %	2,59 %	1.066,67 €	500.000 €	
HypothesenDiscount ▶	2,89 %	2,93 %	1.204,17 €	500.000 €	
HypoVereinsbank ▶	2,89 %	2,93 %	1.204,17 €	500.000 €	
Interhyp ▶	2,89 %	2,93 %	1.204,17 €	500.000 €	
PSD Bank Rhein-Ruhr ▶	2,89 %	2,93 %	1.204,17 €	500.000 €	
Mittelwerte aus FMH-Datenbank:	2,82 %	2,86 %			

³⁹⁵ Vgl. FMH.de (2014c).

A2: Zusammensetzung des Musterportfolios

lfd. Nummer	Kunden- zins	Laufzeit- beginn	Laufzeit- ende	Wert des Kündigungsrechts	
				bei Abschluss	nach 10 Jahren
1	7,6%	30.04.1995	30.04.2010	2,3	22,1
2	7,3%	31.05.1995	31.05.2010	2,2	21,0
3	7,6%	30.06.1995	30.06.2010	2,5	23,6
4	7,5%	31.07.1995	31.07.2010	2,3	22,0
5	7,4%	31.08.1995	31.08.2010	2,2	21,8
6	7,4%	30.09.1995	30.09.2010	2,1	21,2
7	7,2%	31.10.1995	31.10.2010	2,1	18,8
8	6,9%	30.11.1995	30.11.2010	2,1	17,2
9	6,7%	31.12.1995	31.12.2010	2,0	16,5
10	6,6%	31.01.1996	31.01.2011	2,0	14,8
11	7,1%	29.02.1996	28.02.2011	2,0	17,0
12	7,1%	31.03.1996	31.03.2011	2,0	15,7
13	7,0%	30.04.1996	30.04.2011	2,0	14,1
14	7,2%	31.05.1996	31.05.2011	1,9	15,3
15	7,2%	30.06.1996	30.06.2011	2,1	14,6
16	7,0%	31.07.1996	31.07.2011	2,1	14,4
17	7,1%	31.08.1996	31.08.2011	2,0	15,2
18	6,8%	30.09.1996	30.09.2011	2,0	14,1
19	6,7%	31.10.1996	31.10.2011	2,0	12,9
20	6,4%	30.11.1996	30.11.2011	1,9	12,2
21	6,5%	31.12.1996	31.12.2011	1,9	11,3
22	6,5%	31.01.1997	31.01.2012	1,9	10,5
23	6,1%	28.02.1997	29.02.2012	1,9	9,6
24	6,5%	31.03.1997	31.03.2012	1,9	10,9
25	6,5%	30.04.1997	30.04.2012	1,8	9,8
26	6,6%	31.05.1997	31.05.2012	1,8	9,3
27	6,3%	30.06.1997	30.06.2012	1,8	7,4
28	6,1%	31.07.1997	31.07.2012	2,0	7,4
29	6,3%	31.08.1997	31.08.2012	2,0	8,9
30	6,0%	30.09.1997	30.09.2012	2,1	7,7
31	6,1%	31.10.1997	31.10.2012	2,1	8,5
32	6,0%	30.11.1997	30.11.2012	2,2	9,0
33	5,8%	31.12.1997	31.12.2012	2,2	6,6
34	5,5%	31.01.1998	31.01.2013	2,1	8,2
35	5,4%	28.02.1998	28.02.2013	2,1	8,5
36	5,3%	31.03.1998	31.03.2013	2,1	7,1
37	5,5%	30.04.1998	30.04.2013	2,3	6,5
38	5,3%	31.05.1998	31.05.2013	2,2	4,0
39	5,2%	30.06.1998	30.06.2013	2,2	2,5
40	5,1%	31.07.1998	31.07.2013	2,1	2,9
41	4,8%	31.08.1998	31.08.2013	1,8	2,9
42	4,5%	30.09.1998	30.09.2013	1,6	3,5
43	4,8%	31.10.1998	31.10.2013	1,6	6,9
44	4,5%	30.11.1998	30.11.2013	1,7	8,5
45	4,5%	31.12.1998	31.12.2013	0,9	9,5
46	4,2%	31.01.1999	31.01.2014	0,8	7,7
47	4,6%	28.02.1999	28.02.2014	0,8	10,8
48	4,7%	31.03.1999	31.03.2014	0,7	11,2
49	4,5%	30.04.1999	30.04.2014	0,7	9,5
50	4,8%	31.05.1999	31.05.2014	0,7	9,6
51	5,1%	30.06.1999	30.06.2014	0,8	11,8
52	5,3%	31.07.1999	31.07.2014	1,0	12,6
53	5,5%	31.08.1999	31.08.2014	1,0	13,7
54	5,6%	30.09.1999	30.09.2014	1,1	14,7
55	5,6%	31.10.1999	31.10.2014	1,2	14,6

lfd. Nummer	Kunden- zins	Laufzeit- beginn	Laufzeit- ende	Wert des Kündigungsrechts	
				bei Abschluss	nach 10 Jahren
56	5,6%	30.11.1999	30.11.2014	1,3	15,6
57	5,8%	31.12.1999	31.12.2014	1,2	15,3
58	6,0%	31.01.2000	31.01.2015	1,4	17,2
59	5,8%	29.02.2000	28.02.2015	1,3	17,5
60	5,6%	31.03.2000	31.03.2015	1,4	16,0
61	5,7%	30.04.2000	30.04.2015	1,4	17,4
62	5,6%	31.05.2000	31.05.2015	1,6	19,2
63	5,6%	30.06.2000	30.06.2015	1,5	19,5
64	5,5%	31.07.2000	31.07.2015	1,7	18,0
65	5,5%	31.08.2000	31.08.2015	1,7	20,5
66	5,5%	30.09.2000	30.09.2015	1,6	19,6
67	5,6%	31.10.2000	31.10.2015	1,4	18,1
68	5,4%	30.11.2000	30.11.2015	1,2	17,4
69	5,3%	31.12.2000	31.12.2015	1,2	15,6
70	5,2%	31.01.2001	31.01.2016	0,9	13,1
71	5,1%	28.02.2001	29.02.2016	1,0	12,9
72	5,2%	31.03.2001	31.03.2016	0,9	11,5
73	5,5%	30.04.2001	30.04.2016	0,9	13,0
74	5,7%	31.05.2001	31.05.2016	0,9	15,4
75	5,6%	30.06.2001	30.06.2016	0,9	15,4
76	5,4%	31.07.2001	31.07.2016	0,9	16,8
77	5,3%	31.08.2001	31.08.2016	0,8	19,1
78	5,4%	30.09.2001	30.09.2016	0,8	20,1
79	5,0%	31.10.2001	31.10.2016	1,2	18,0
80	5,1%	30.11.2001	30.11.2016	1,3	18,2
81	5,4%	31.12.2001	31.12.2016	1,4	22,1
82	5,3%	31.01.2002	31.01.2017	1,4	22,0
83	5,3%	28.02.2002	28.02.2017	1,2	22,0
84	5,6%	31.03.2002	31.03.2017	1,3	23,3
85	5,5%	30.04.2002	30.04.2017	1,3	23,8
86	5,5%	31.05.2002	31.05.2017	1,3	25,2
87	5,3%	30.06.2002	30.06.2017	1,5	22,9
88	5,2%	31.07.2002	31.07.2017	1,3	24,0
89	5,0%	31.08.2002	31.08.2017	1,3	22,5
90	4,8%	30.09.2002	30.09.2017	1,1	21,2
91	5,0%	31.10.2002	31.10.2017	0,9	22,2
92	5,0%	30.11.2002	30.11.2017	0,9	22,6
93	4,7%	31.12.2002	31.12.2017	1,0	21,6
94	4,5%	31.01.2003	31.01.2018	1,1	18,6
95	4,5%	28.02.2003	28.02.2018	1,0	20,1
96	4,6%	31.03.2003	31.03.2018	0,9	21,5
97	4,7%	30.04.2003	30.04.2018	0,8	21,7
98	4,3%	31.05.2003	31.05.2018	1,0	18,8
99	4,5%	30.06.2003	30.06.2018	0,9	18,5
100	4,6%	31.07.2003	31.07.2018	0,9	19,4
101	4,7%	31.08.2003	31.08.2018	1,1	18,8
102	4,6%	30.09.2003	30.09.2018	0,9	19,4
103	4,8%	31.10.2003	31.10.2018	1,0	20,7
104	4,9%	30.11.2003	30.11.2018	1,2	21,0
105	4,8%	31.12.2003	31.12.2018	1,1	18,8
106	4,8%	31.01.2004	31.01.2019	1,0	20,8
107	4,6%	29.02.2004	28.02.2019	0,9	19,8
108	4,5%	31.03.2004	31.03.2019	0,9	19,4
109	4,7%	30.04.2004	30.04.2019	0,9	20,5

A3: Zusammensetzung des Benchmarkportfolios

lfd. Nummer	Kunden- zins	Laufzeit- beginn	Laufzeit- ende	lfd. Nummer	Kunden- zins	Laufzeit- beginn	Laufzeit- ende
1	7,3%	30.04.1995	30.04.2005	56	5,3%	30.11.1999	30.11.2009
2	6,9%	31.05.1995	31.05.2005	57	5,5%	31.12.1999	31.12.2009
3	7,4%	30.06.1995	30.06.2005	58	5,7%	31.01.2000	31.01.2010
4	7,2%	31.07.1995	31.07.2005	59	5,6%	29.02.2000	28.02.2010
5	7,1%	31.08.1995	31.08.2005	60	5,3%	31.03.2000	31.03.2010
6	7,1%	30.09.1995	30.09.2005	61	5,5%	30.04.2000	30.04.2010
7	6,9%	31.10.1995	31.10.2005	62	5,4%	31.05.2000	31.05.2010
8	6,6%	30.11.1995	30.11.2005	63	5,3%	30.06.2000	30.06.2010
9	6,4%	31.12.1995	31.12.2005	64	5,3%	31.07.2000	31.07.2010
10	6,2%	31.01.1996	31.01.2006	65	5,4%	31.08.2000	31.08.2010
11	6,8%	29.02.1996	28.02.2006	66	5,3%	30.09.2000	30.09.2010
12	6,8%	31.03.1996	31.03.2006	67	5,3%	31.10.2000	31.10.2010
13	6,7%	30.04.1996	30.04.2006	68	5,1%	30.11.2000	30.11.2010
14	6,8%	31.05.1996	31.05.2006	69	5,0%	31.12.2000	31.12.2010
15	6,9%	30.06.1996	30.06.2006	70	4,9%	31.01.2001	31.01.2011
16	6,7%	31.07.1996	31.07.2006	71	4,8%	28.02.2001	28.02.2011
17	6,8%	31.08.1996	31.08.2006	72	4,8%	31.03.2001	31.03.2011
18	6,5%	30.09.1996	30.09.2006	73	5,2%	30.04.2001	30.04.2011
19	6,4%	31.10.1996	31.10.2006	74	5,4%	31.05.2001	31.05.2011
20	6,1%	30.11.1996	30.11.2006	75	5,2%	30.06.2001	30.06.2011
21	6,2%	31.12.1996	31.12.2006	76	5,1%	31.07.2001	31.07.2011
22	6,2%	31.01.1997	31.01.2007	77	5,0%	31.08.2001	31.08.2011
23	5,8%	28.02.1997	28.02.2007	78	5,0%	30.09.2001	30.09.2011
24	6,2%	31.03.1997	31.03.2007	79	4,6%	31.10.2001	31.10.2011
25	6,1%	30.04.1997	30.04.2007	80	4,8%	30.11.2001	30.11.2011
26	6,2%	31.05.1997	31.05.2007	81	5,1%	31.12.2001	31.12.2011
27	6,0%	30.06.1997	30.06.2007	82	5,1%	31.01.2002	31.01.2012
28	5,8%	31.07.1997	31.07.2007	83	5,1%	28.02.2002	29.02.2012
29	5,9%	31.08.1997	31.08.2007	84	5,4%	31.03.2002	31.03.2012
30	5,7%	30.09.1997	30.09.2007	85	5,2%	30.04.2002	30.04.2012
31	5,8%	31.10.1997	31.10.2007	86	5,3%	31.05.2002	31.05.2012
32	5,7%	30.11.1997	30.11.2007	87	5,1%	30.06.2002	30.06.2012
33	5,5%	31.12.1997	31.12.2007	88	5,0%	31.07.2002	31.07.2012
34	5,2%	31.01.1998	31.01.2008	89	4,7%	31.08.2002	31.08.2012
35	5,1%	28.02.1998	29.02.2008	90	4,5%	30.09.2002	30.09.2012
36	5,1%	31.03.1998	31.03.2008	91	4,7%	31.10.2002	31.10.2012
37	5,3%	30.04.1998	30.04.2008	92	4,7%	30.11.2002	30.11.2012
38	5,1%	31.05.1998	31.05.2008	93	4,4%	31.12.2002	31.12.2012
39	5,0%	30.06.1998	30.06.2008	94	4,2%	31.01.2003	31.01.2013
40	4,8%	31.07.1998	31.07.2008	95	4,2%	28.02.2003	28.02.2013
41	4,4%	31.08.1998	31.08.2008	96	4,3%	31.03.2003	31.03.2013
42	4,2%	30.09.1998	30.09.2008	97	4,4%	30.04.2003	30.04.2013
43	4,4%	31.10.1998	31.10.2008	98	3,9%	31.05.2003	31.05.2013
44	4,2%	30.11.1998	30.11.2008	99	4,1%	30.06.2003	30.06.2013
45	4,1%	31.12.1998	31.12.2008	100	4,3%	31.07.2003	31.07.2013
46	3,9%	31.01.1999	31.01.2009	101	4,3%	31.08.2003	31.08.2013
47	4,2%	28.02.1999	28.02.2009	102	4,3%	30.09.2003	30.09.2013
48	4,3%	31.03.1999	31.03.2009	103	4,5%	31.10.2003	31.10.2013
49	4,1%	30.04.1999	30.04.2009	104	4,6%	30.11.2003	30.11.2013
50	4,3%	31.05.1999	31.05.2009	105	4,5%	31.12.2003	31.12.2013
51	4,8%	30.06.1999	30.06.2009	106	4,5%	31.01.2004	31.01.2014
52	5,0%	31.07.1999	31.07.2009	107	4,3%	29.02.2004	28.02.2014
53	5,1%	31.08.1999	31.08.2009	108	4,2%	31.03.2004	31.03.2014
54	5,3%	30.09.1999	30.09.2009	109	4,4%	30.04.2004	30.04.2014
55	5,4%	31.10.1999	31.10.2009				

Eidesstattliche Versicherung

„Ich versichere an Eides statt durch meine Unterschrift, dass ich die vorstehende Arbeit selbständig und ohne fremde Hilfe angefertigt und alle Stellen, die ich wörtlich oder annähernd wörtlich aus Veröffentlichungen entnommen habe, als solche kenntlich gemacht habe, mich auch keiner anderen als der angegebenen Literatur oder sonstiger Hilfsmittel bedient habe. Die Arbeit hat in dieser oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegen.“